



Prace Gödla, Churcha i Matjasewicza są trudne; podstawą ich jest jednak naszkicowany wyżej dowód niemożności algorytmicznego obliczenia funkcji f . Zakończymy artykuł uwagą na temat tego dowodu. Użyty w nim sposób rozumowania nosi nazwę przekątniowego. Jest to sposób często stosowany. Używał go twórca teorii mnogości, Georg Cantor, używał go Bertrand Russell, konstruując swój słynny paradoks, używał go też Kurt Gödel w swej wspomnianej poprzednio pracy z 1931 r. Rzeczywistym jednak odkrywcą tej metody był filozof grecki Eubulides z Miletu, który żył zapewne w III wieku p.n.e. Sformułował on następujący paradoks kłamcy: „To, co teraz piszę, jest fałszywe”. Czy napisałem tu prawdę, czy fałsz? Łatwo stwierdzić, że z założenia, iż zdanie w cudzysłowie jest prawdziwe, wynika, że jest ono fałszywe, i na odwrót. I na tym właśnie polega paradoks. W tym paradoksie Eubulides chciał sformułować zdanie, które samo sobie przyporządkowuje własność fałszu. Jest to więc błędne koło — i stąd właśnie pochodzi paradoks. Zdanie Eubulidesa nie jest jednak zdaniem zbudowanym poprawnie. Analogia z funkcją f nie dającą się obliczyć algorytmicznie pochodzi stąd, że f jest określona przez odwoływanie się do wartości $M(M)$, to jest do wyjścia maszyny, której wejściem jest kod niej samej. Jest to więc też rodzaj koła: kod M wkładamy jako wejście do samego M . W tym jednak przypadku określenie f jest prawidłowe. Paradoks nie powstaje, koło nie jest błędnym kołem; otrzymujemy tylko twierdzenie o niemożności obliczenia f algorytmem.

Jak widzimy, algorytm jest ciekawym pojęciem. Opisując algorytmy używamy języka takiego, jak w nowoczesnej nauce o maszynach liczących. Pojęcie jest jednak stare, sama nazwa prowadzi do dawnej hinduskiej i arabskiej matematyki. A w niektórych dowodach dotyczących algorytmów napotykamy na rozumowania zrodzone w subtelnych umysłach greckich filozofów.



Zadania

Redaguje dr Andrzej ZIEMIŃSKI (według pomysłu J. P.)

F11. Uczyliście się wielokrotnie, że jednym z najbardziej podstawowych praw fizyki jest zasada zachowania energii. Ale czy obowiązuje ona również wtedy, gdy występuje zjawisko interferencji? Pewien sceptyk zaproponował doświadczenie mające obalić zasadę zachowania energii i opisał, jakich spodziewa się rezultatów. Poniżej przytaczamy ten opis.

„Dwie równoległe struny są połączone z trzecią struną, identyczną jak poprzednie, według schematu pokazanego na rysunku 1. W równoległych strunach wywołujemy spójne impulsy poprzeczne o amplitudzie A . W trzeciej strunie biegnące fale interferują ze sobą i wywołują falę o amplitudzie $2A$. Ponieważ struny są identyczne, a energia biegnącej fali jest proporcjonalna do A^2 , w opisanym zjawisku zasada zachowania energii została pogwałcona ($2A^2 < (2A)^2$)”. A może wkradł się jakiś błąd do tego rozumowania? Zastanówcie się. Odpowiedź możecie znaleźć na str. 11

Redaguje mgr Andrzej MAKOWSKI

M31. Mówimy, że w zbiorze A jest określone działanie $*$, gdy każdej parze uporządkowanej (x, y) elementów zbioru A przyporządkowany jest element zbioru A , który oznaczamy $x*y$. Udowodnić, że jeżeli działanie $*$ określone w pewnym zbiorze A spełnia warunki

$$(1) \quad x*(x*y) = y,$$

$$(2) \quad (y*x)*x = y$$

dla wszelkich $x, y \in A$, to jest ono przemienne, tzn. dla wszelkich x, y zachodzi równość $x*y = y*x$.

Rozwiązanie na str. 16

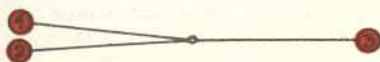
M32. Niech n będzie liczbą całkowitą większą od 1. Udowodnić, że istnieje taki wielomian $P(x, y, z)$ trzech zmiennych o współczynnikach całkowitych, że zachodzi tożsamościowa równość:

$$x = P(x^n, x^{n+1}, x + x^{n+2}).$$

Rozwiązanie na str. 14

M33. Dany jest trapez $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$, $AB = a$, $CD = b$, O jest punktem przecięcia przekątnych trapezu. Wiedząc, że pole trapezu jest równe S , obliczyć pole trójkąta AOB .

Rozwiązanie na str. 5



Osobom interesującym się rozwiązywaniem zadań z fizyki polecamy zbiory zadań Olimpiad Fizycznych. Dostępne są następujące książki:

1. Tadeusz Pniewski, *Olimpiady Fizyczne XV i XVI*, PZWS, Warszawa 1969 (20 zł).
2. Czesław Ścisłowski, *Olimpiady Fizyczne XVII i XVIII*, PZWS, Warszawa 1971 (14 zł).
3. Waldemar Gorzkowski, *Olimpiady Fizyczne XIX i XX*, WSiP, Warszawa 1973 (24 zł).

