Przypomnijmy jeszcze raz (por. »Delta« 11/1975), co oznacza zdanie „otrzymano wynik 0,3442 z błędem 0,0192".
Zdanie to można sformułować również w następujący sposób: „stwierdzono, że poszukiwana wartość całki jest liczbą z przedziału (0,3250, 0,3634)". Gdybyśmy jeszcze raz powtórzyli nasze rachunki, otrzymalibyśmy z pewnością inne oszacowanie dla całki i inne oszacowanie dla błędu. Zdanie „poszukiwana wartość całki jest liczbą z przedziału (oszacowanie całki – błąd, oszacowanie całki + błąd)" może być zdaniem prawdziwym lub zdaniem fałszywym, ale prawdopodobieństwo tego, że będzie to zdanie prawdziwe, jest wysokie i wynosi około 0,95. Wartość 0,95 tego prawdopodobieństwa jest związana ze współczynnikiem 2 występującym we wzorze (9) na wielkość błędu.
Podana wyżej metoda (nazywa się ją czasami „metodą podstawową") jest zawsze dokładniejsza od metody orzeł-reszka w tym sensie, że ma mniejszy błąd (chociaż może się zdarzyć, że wynik otrzymany metodą orzeł-reszka będzie bliższy prawdy niż wynik otrzymany metodą podstawową). Ilustrują to przytoczone wyżej przykłady liczbowe. Znane są jeszcze dokładniejsze metody Monte Carlo. Najprostsze z nich to metoda losowania warstwowego i metoda średniej ważonej. Pierwsza polega na tym, że przedział całkowania (a w przypadku funkcji wielu zmiennych — obszar całkowania) rozbija się na sumę rozłącznych przedziałów („warstw") i całkę przedstawia się jako sumę odpowiednich całek liczonych na poszczególnych warstwach.
Np. dla liczb $c_1, c_2, \ldots, c_s$ takich, że $a \leqslant c_1 \leqslant c_2 \leqslant \ldots \leqslant c_s \leqslant b$ mamy

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^{c_1} f(x)dx + \int_{c_1}^{c_2} f(x)dx + \ldots + \int_{c_s}^{b} f(x)dx$$

Każdą z całek takiej sumy szacuje się metodą Monte Carlo, a poszukiwaną wartość całki I szacuje się jako sumę tych oszacowań. Okazuje się, że prowadzi to do znacznej redukcji błędu. Na przykład dla podawanej już całki $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^1 e^{-x^2/2}\,dx$ przy rozbiciu jej na sumę pięciu całek otrzymano — losując, jak poprzednio, ogółem 25 punktów — wynik 0,3406 z błędem 0,0034.
Metoda średniej ważonej polega, mówiąc z grubsza, na tym, że nie każdy punkt z przedziału całkowania ma jednakowe szanse na wylosowanie. Okazuje się, że w niektórych przypadkach można tak zorganizować losowanie punktów w obszarze całkowania, żeby błąd oszacowania całki był dowolnie mały.
Prezentacja wszystkich metod Monte Carlo obliczania całek wymagałaby znacznie bogatszego aparatu teorii prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej, ograniczymy się więc do tego, co już wyżej powiedzieliśmy, a zainteresowanego Czytelnika odsyłamy do obszernej książki *„Metody Monte Carlo"* (Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1970).

Zadania

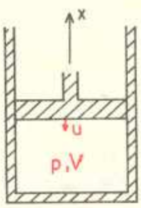
Redaguje mgr Andrzej MĄKOWSKI

M 76. Wyznaczyć wszystkie wielomiany f spełniające dla każdego wielomianu g i każdej liczby rzeczywistej x równość

$$f(g(x)) = g(f(x)).$$

Rozwiązanie na str. 17
M 77. Z punktów odległych o a, b, c od wieży widać ją pod kątami α, β, $90° - (\alpha+\beta)$. Wyznaczyć wysokość wieży nie korzystając z tablic trygonometrycznych.
Rozwiązanie na str. 12
M 78. Udowodnić, że równanie $x!y! = z!$ ma nieskończenie wiele rozwiązań w liczbach naturalnych x, y, z większych od 1.
Rozwiązanie na str. 13

Redaguje dr Andrzej ZIEMIŃSKI



F 26. Gaz doskonały znajduje się w naczyniu w kształcie walca, którego jedną z podstaw stanowi ruchomy tłok.
Ścianki naczynia i tłok nie przewodzą ciepła.
Tłok przesuwamy równomiernie z prędkością u, znacznie mniejszą od średniej prędkości cząsteczek gazu.
Znajdźcie, jak zmienia się ciśnienie P gazu w naczyniu, w zależności od objętości V. Rozważcie przypadek gazu jedno- i dwu-atomowego (odpowiednio o trzech i pięciu stopniach swobody ruchu).
Przed przystąpieniem do rozwiązywania powyższego zadania przypomnijmy sobie wyprowadzanie równania stanu gazu z kinetyczno-molekularnej teorii materii.
(Fizyka dla klasy I str. 165).
Rozwiązanie na str. 17