



Wiemy dobrze, że woda zwilża czystą powierzchnię szkła, nie zwilża jednak powierzchni zatłuszczonej, chociażby warstwa tłuszczu była prawie niewidzialna. Cząsteczki wody stanowczo sprzeciwiają się łączeniu z cząsteczkami tłuszczu. Zjawisko to wyjaśniamy przez założenie, że cząsteczki tłuszczu są niesymetryczne i łączą się między sobą tak, że na powierzchni tłuszczu znajdują się jedynie nieaktywne końce cząsteczek. Dlatego właśnie tłuszcze nie rozpuszczają się w wodzie i dlatego woda rozlana na tłustej powierzchni skupia się w krople zupełnie tak samo jak rtęć rozlana na stole.

Wiele jest zjawisk, o których przebiegu decyduje niechętny stosunek wody i tłuszczu. I tak na przykład naoliwioną igłę położyć możemy na wodzie. Igła pograży się w wodzie tylko na tyle, że na powierzchni powstanie niewielkie zagłębienie. Zupełnie tak, jak gdyby woda pokryta była skórką lekko uginającą się pod ciężarem igły.

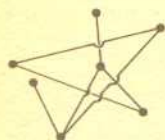
Jeszcze bardziej uderzający jest widok pływającego sita drucianego posmarowanego tłuszczem. Sito zanurzamy do roztopionej parafiny, po wyjęciu potrząsamy tak, aby oczka nie były zalepione i czekamy aż wyschnie. Pływać będzie z łatwością obciążone nawet dosyć znacznym ładunkiem. Sito można również napełnić wodą. Wodę należy wlewać powoli na kawałek papieru, który można następnie usunąć. Gwałtowne poruszenie napełnionego sita powoduje przerwanie błonki wodnej i woda rzęśistym deszczem spada na podłogę.

Gdy nalejemy wody sodowej do czystej i gładkiej szklanki, bardzo nieliczne pęcherzyki gazu wydostają się na powierzchnię. Woda bowiem ściśle przylega do ścianek szklanki i pęcherzyki rozpuszczonego dwutlenku węgla nie mają gdzie powstawać. Jeśli jednak powierzchnia szklanki będzie nieco zanieczyszczona lub szorstka, zobaczymy całe sznurki pęcherzyków unoszące się w górę. Nie tworzą się one prawie nigdy pośrodku szklanki z wodą sodową. Jeżeli zanieczyszczony fragment powierzchni jest dostatecznie duży, to powstające pęcherzyki mają tendencję do łączenia się, gdyż większym pęcherzykom łatwiej wypierać otaczającą je wodę. Zjawisko to wyjaśnia przebieg pewnego prostego doświadczenia, które możemy wykonać z bańkami mydlanymi. Dwie bańki różnej wielkości uczepiamy u przeciwległych końców tej samej rurki. Obserwujemy, że powietrze z mniejszej bańki przepływa całkowicie do większej i mniejsza bańka znika.

Po tej dygresji powrócmy jeszcze do szklanki z wodą sodową. Sznurczki drobnych pęcherzyków, które widzieć można niekiedy, powstają często w określonych punktach powierzchni szklanki. Są to miejsca, w których występują drobne nierówności szkła. Na takich nierównościach nie może ukształtować się większy pęcherzyk. Gdy tylko bowiem zacznie powstawać, natychmiast odrywa się.

Zróbmy wreszcie jeszcze jedno doświadczenie. Potrzebne nam do tego będzie małe winogrono bądź zatłuszczona mała kulka szklana (można próbować też z innymi małymi owocami pod warunkiem, że nie zostaną z nich starte małe włoski na powierzchni). Woda nie zwilża winogrona, gdy więc wrzucimy je do szklanki z wodą sodową (lepszy byłby szampan), opadnie na dno i na jego powierzchni zbierają się będą w dużej ilości pęcherzyki gazu. Wkrótce zostaje pokryte warstwą pęcherzyków wyglądających jak perełki i wskutek ich lekkości wypływa na powierzchnię. Tam część pęcherzyków odrywa się od niego pękając przy zetknięciu z powietrzem i winogrono znów opada na dno, gdzie osiadają na nim nowe pęcherzyki. Winogrono wypływa ponownie. Powtarzać się to będzie przez wiele minut aż do chwili, gdy w wodzie sodowej zabraknie gazu. Właściwość niektórych ciał przyciągania do siebie pod wodą pęcherzyków i wydostawania się wraz z nimi na powierzchnię jest wykorzystywana w metalurgii do oddzielenia pewnych związków metali od zmieszanych z nimi w rudzie skał i kamieni. Zmieloną drobno mieszaninę zaprawia się wodą i dodaje nieco oliwy. Okruchy zawierające metal pokrywają się błonką oliwy i po ubiciu takiego ciasta w pianę wydostają się na wierzch tworząc gęsty spieniony kożuch.

Połączmy kilka (albo więcej) punktów liniami (rys. 1), umawiając się, że linie nie przecinają się. Możemy tak się umówić, bo w razie czego puścimy jedną linię dołem (tunelem) a drugą górą (wiaduktem). To co narysowaliśmy nazywa się *grafem*, linie to jego *krawędzie*, a punkty — *wierzchołki*.



Rys. 1 Graf, jego krawędzie i wierzchołki



Rys. 3 Drzewo

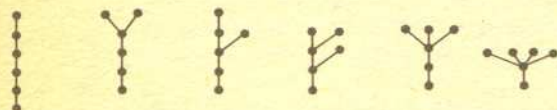
Gdy król miał kilku synów, tron obejmował najstarszy (chyba, że młodszy był sprytny i silniejszy) i on kontynuował główną linię rodu. Pozostali synowie i córki spychani byli do linii bocznych. Rysowano graf zwany drzewem genealogicznym (rys. 2). Jeżeli nie było małżeństw między krewnymi, to taki graf nie miał zamkniętych obwodów, czyli jak mówią matematycy, cykli.



Rys. 2

Schematyczny rysunek drzewa też nie ma cykli, bo gałęzie nie zrastają się (rys. 3). Jeżeli wejdziemy na drzewo, musimy schodzić tą samą drogą — chyba że drzewo rośnie w dżungli a my jesteśmy małpą i przeskoczmy sobie na sąsiednie..

Drzewem nazywamy w matematyce właśnie graf nie mający cykli i spójny, a więc taki, że każde dwa wierzchołki są połączone, choć niekoniecznie bezpośrednio. Drzewo tworzy np. rzeka wraz z dopływami — przynajmniej dopóki dopływy te nie zostaną połączone kanałami. Z dwóch punktów można utworzyć tylko jedno drzewo, z trzech — też tylko jedno, z czterech — 2, i dalej z pięciu, sześciu itd. — 3, 6, 11, 23, 47, 106, 235, 551, ... (rys. 4).



Rys. 4 Oto 6 różnych drzew, jakie można utworzyć z 6 punktów

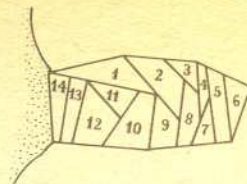
Drzewa służą matematykom nie tylko do rekreacji. Na rysunku 5 widzimy, że proces sortowania listów da się zilustrować za pomocą pewnego drzewa.



Rys. 5

Drzewa



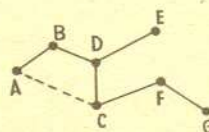


Na rysunku 6 widzimy poletka ryżowe, oddzielone od siebie i od okalającego je jeziora groblami. Poletka te trzeba zalać i w tym celu należy zrobić wyrwy w groblach. Widzimy, że przez usunięcie kilku krawędzi z grafu (który tworzą groble) powstało drzewo. Teoria grafów i drzew przydaje się w wielu działach matematyki, szczególnie w działach zbliżonych do zastosowań.

Najkrótsza sieć telefoniczna łącząca kilka miejscowości tworzy drzewo (gdyby nie była drzewem, to moglibyśmy opuścić jedno połączenie, a miasta byłyby dalej połączone). Widać to na rysunku 7. Przerwanie jednej takiej sieci w dowolnym miejscu dzieli zbiór wszystkich miast — wierzchołków na dwa państwa-podziory, które nie mogą się ze sobą porozumiewać (bo okrężnych linii nie ma). Taką najkrótszą sieć między danymi kilkoma punktami możemy łatwo zbudować. Wszystkie odległości pomiędzy danymi miastami piszemy od najmniejszej do największej.

Jeżeli miast jest n , to tych odległości jest aż $\frac{n(n-1)}{2}$.

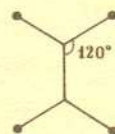
Teraz rysujemy po kolei odcinki łączące miasta (przeprowadzamy kable); jeśli dwie lub więcej odległości są równe, kolejność ich uporządkowania nie ma znaczenia.



Rys. 7 Najkrótsza sieć telefoniczna łącząca kilka miast jest drzewem

Przestrzegamy przy tym następującej zasady: jeżeli narysowanie nowego odcinka (przeprowadzenie kabla) spowodowałoby powstanie cyklu — tego odcinka nie rysujemy. Są i inne metody budowy „najkrótszego drzewa”. Każdy wierzchołek łączymy z najbliższym, a potem ... domyślcie się, Czytelnicy!

Gdy przyjmijemy, że przy budowie najkrótszego drzewa między danymi punktami można dodawać nowe wierzchołki (budować stacje przekaźnikowe), problem staje się bardzo trudny. Nie wiadomo, ile i gdzie stacji zbudować. Ale na szczęście każdy bawił się w dzieciństwie w bańki mydlane. Wiemy, że wobec działania napięcia powierzchniowego błonka mydlana rozpina się na szkielecie np. z drutu tak, by mieć minimalne pole. Jeżeli dwie równoległe płyty ze szkła lub plastyku połączymy prostopadłymi sztabkami i zanurzymy całość do roztworu mydła (dobry jest także płyn do mycia naczyń) a następnie wyjmujemy, to ujrzymy rozwiązanie problemu najkrótszej sieci (rys. 8).



Rys. 8 Najkrótsza sieć między czterema punktami.

Bez detergentów lub choćby zwykłego mydła musielibyśmy się napracować znacznie bardziej.

Zwróćmy na koniec uwagę na to, że linie minimalnej sieci dochodzące do „stacji przekaźnikowych” tworzą między sobą kąty 120° . To nie przypadek, ale pora już kończyć opowiadanie.