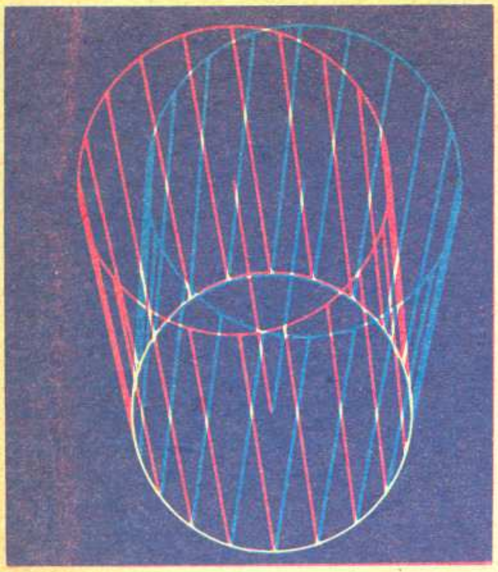
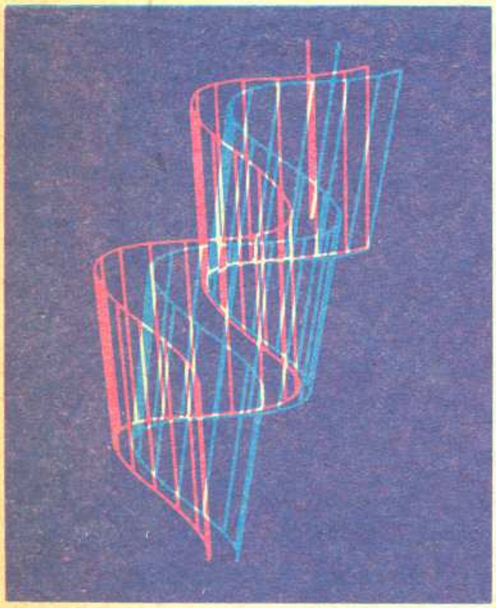
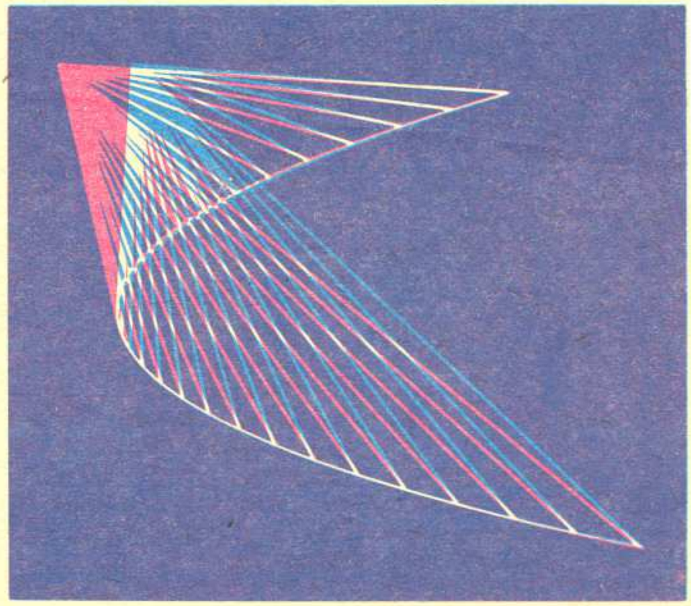


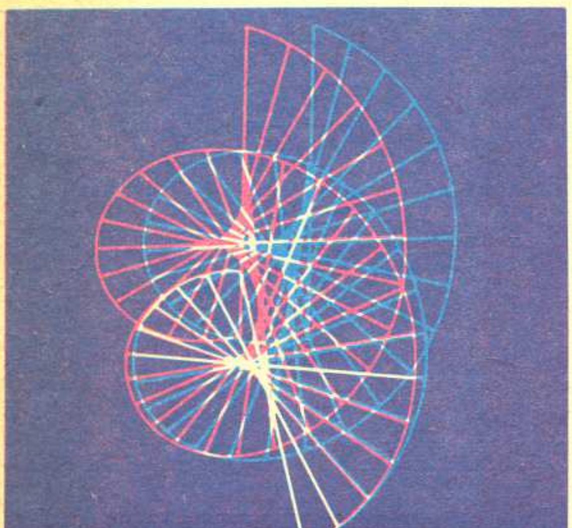
„Krzywe" powierzchnie z prostych

Najprostszym przykładem powierzchni utworzonej z prostych jest płaszczyzna. Jako przepisu na jej otrzymanie można użyć zdania: „weźmy sumę prostych równoległych, prostopadłych do danej prostej". Spróbujmy teraz coś w tym przepisie zmienić. Np. „do danej prostej" zastąpmy przez „do danego okręgu" — oczywiście, otrzymamy walec obrotowy. Zastępując inaczej (np. „do danej paraboli", „do danej sinusoidy" czy „do danej krzywej płaskiej") otrzymamy rozmaite inne walce (paraboliczny, sinusoidalny i jakiś jeszcze). Łatwo też zauważyć, że warunek prostopadłości może być na ogół zastąpiony przecinaniem (Czytelniku, kiedy nie można go opuścić?). Czasami można też zrezygnować z wymagania, by krzywa była płaska (kiedy?). Wszystkie walce są jednak „mało krzywe" w tym sensie, że po dokonaniu ewentualnie rozcięć dają się rozłożyć na fragmenty płaszczyzny (bądź całą płaszczyznę) — są, jak to się mówi, rozwijalne.





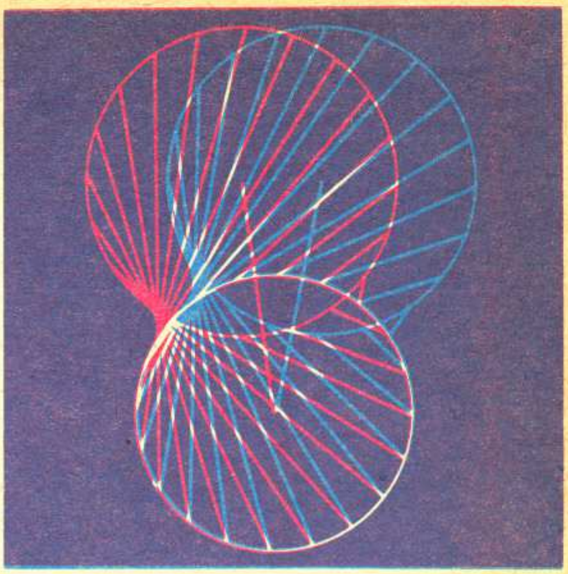
Czy istnieją nierozwijalne powierzchnie prostokreślne (tak nazywa się powierzchnie będące sumą pewnej rodziny prostych)?

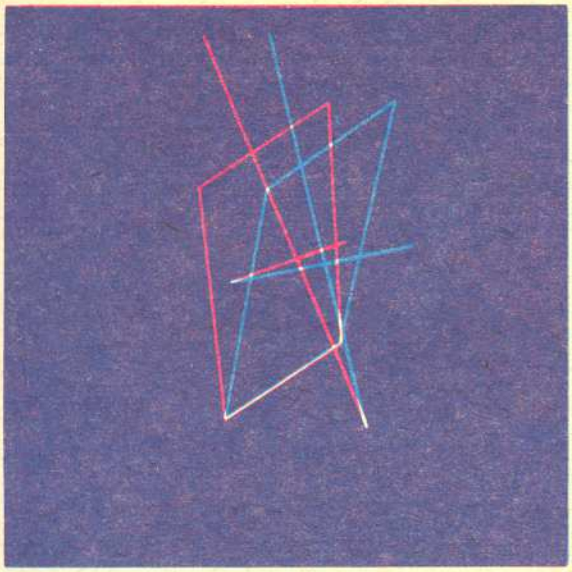


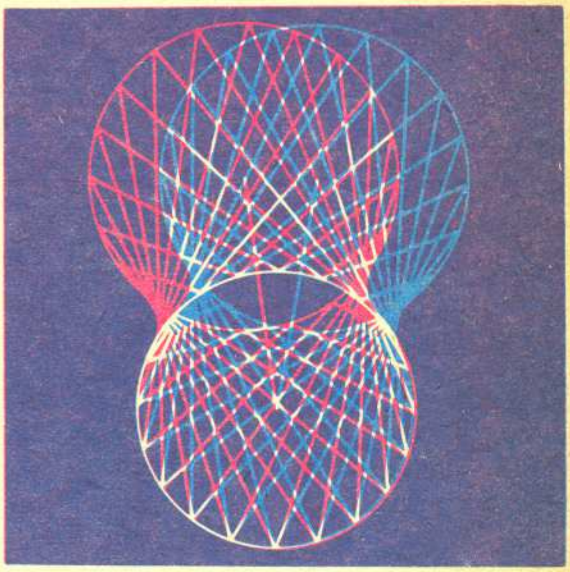
Łatwo zauważyć, że stożki (sumy prostych przecinających daną krzywą płaską i przechodzących przez dany punkt nie leżący w płaszczyźnie tej krzywej) są, niestety, również rozwijalne.

Wystarczy jednak w naszym przepisie na płaszczyznę zamiast równoległości zażądać, aby proste przecinały linię śrubową o osi na danej prostej, by otrzymać nierozwijalną helikoidę (Czytelniku, jak uzasadnić, że helikoida jest nierozwijalna?).

Zachęceni tym sukcesem możemy zwiększyć wymagania. Zażądajmy, aby prostokreślna powierzchnia była nie tylko nierozwijalna, lecz również, by przez każdy jej punkt przechodziły dwie różne proste leżące w całości na powierzchni. I to da się zrobić. Zsumujmy wszystkie proste, które otrzymamy obracając prostą wokół danej prostej do niej skośnej (łatwo zrobić sobie model mechaniczny — prawda?). Otrzymana, wcięta w talii powierzchnia, nazywa się hiperboloidą jednopowłokową. Jak jednak przekonać się, że przez każdy jej punkt przechodzi jeszcze jedna prosta (różna od tej z obracania)? Oto przepis: weźmy tworzącą (tak nazywają się proste, z których zsumowania powstaje powierzchnia) przechodzącą przez dany punkt i płaszczyznę wyznaczoną przez ten punkt i oś obrotu — obraz symetryczny tworzącej względem płaszczyzny jest prostą leżącą na powierzchni (Czytelniku, udowodnij to).







Innym przykładem może być powierzchnia utworzona z prostych ślizgających się po trzech danych prostych równoległych do pewnej płaszczyzny i parami skośnych. Nazywa się ona paraboloidą hiperboliczną i jest po prostu siodłem do konnej jazdy. Zostawiamy Czytelnikowi wykazanie, że przez każdy punkt tej powierzchni przechodzą dwie leżące na niej proste. Podobnie jak pytanie, czy są nierozwijalne powierzchnie, przez których każdy punkt przechodzą trzy różne proste.

M. K.