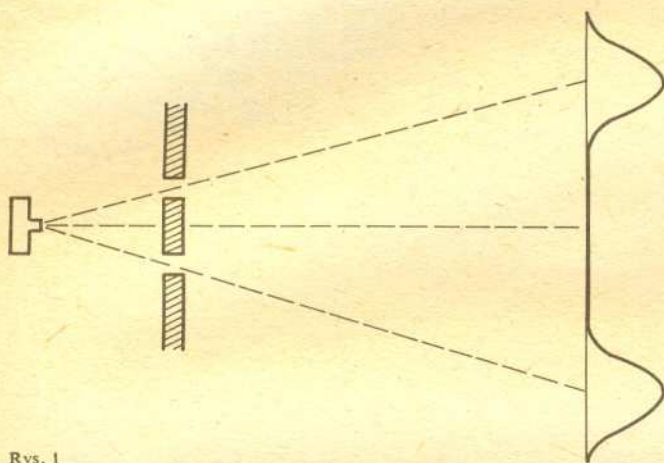


Falowe własności ruchu elektronów w przewodnikach

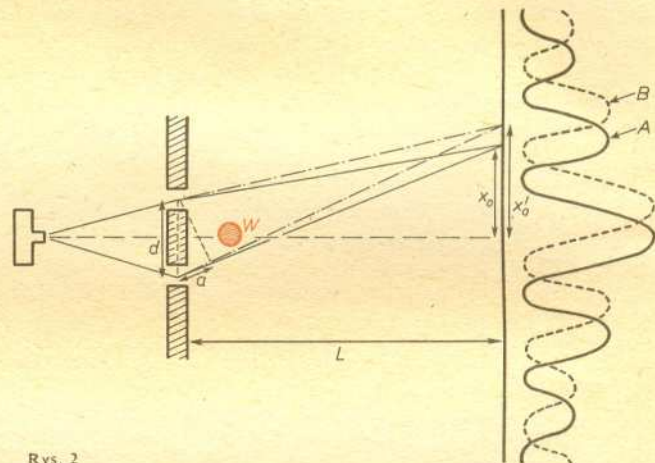
Dr Mikołaj SAWICKI

64 lata temu Louis de Broglie doszedł do wniosku, że materia powinna z natury rzeczy mieć także własności falowe, a 60 lat temu hipoteza ta została doświadczalnie potwierdzona we wspólnym doświadczeniu C. R. Davisona i L. H. Germera, w którym wiązka elektronów odbita od kryształów niklu utworzyła obraz dyfrakcyjny.

Te wydarzenia, a także szereg im współczesnych, uświadomiły fizykom, że materia oglądana w skali atomowej (na przykład pojedyncze atomy czy elektrony) zachowuje się zupełnie inaczej niż objekty, z którymi mamy zwykle do czynienia. Nasze intuicje ukształtowane są w wyniku doświadczeń codziennego życia z udziałem obiektów o rozmiarach makroskopowych, czyli nie mniejszych niż, powiedzmy, 10^{-4} m – 10^{-3} m. Ruch przedmiotów makroskopowych opisywany jest mechaniką klasyczną, opartą o zasady dynamiki Newtona i nasze intuicje są w naturalny sposób odzwierciedleniem praw mechaniki newtonowskiej. Intuicje te zawodzą całkowicie i stają się zupełnie bezużyteczne w przypadku atomów, czyli obiektów o rozmiarach rzędu 10^{-10} m, typowych dla tak zwanej skali mikroskopowej. Zachowanie się materii w skali mikroskopowej opisywane jest przez mechanikę kwantową, mechanika newtonowska jest tylko granicznym przybliżeniem mechaniki kwantowej przy przejściu do obiektów o rozmiarach makroskopowych. Nic więc dziwnego, że nasze codzienne, makroskopowe wyobrażenia zawodzą w skali mikroskopowej.



Rys. 1



Rys. 2

Długości dróg przebytych przez falę przechodzącą przez szczelinę 1 i szczelinę 2 są różne, a więc również fazy Φ_1 i Φ_2 będą różne. W wyniku tego prawdopodobieństwo zarejestrowania elektronu w punkcie x_0 ekranu ma postać $|C_1 e^{i\Phi_1} + C_2 e^{i\Phi_2}|^2 = C_1^2 + C_2^2 + 2 C_1 C_2 \cos(\Phi_1 - \Phi_2)$. Różnica faz $\delta = \Phi_2 - \Phi_1$ wyznacza obraz interferencyjny. Skoro obydwie fale spotykają się w chwili t_0 w tym samym punkcie ekranu, a droga od działła przez szczelinę 2 do punktu x_0 jest o a dłuższa od drogi przez szczelinę 1, to z falą, która przebyła szczelinę 1, interferuje ta fala przechodząca przez szczelinę 2, która opuściła działło o $\Delta t = a/v$ wcześniej. Różnica faz wynosi więc $\delta = E \cdot \Delta t / \hbar$, a ponieważ fala płaska porusza się z prędkością $v = E/p$, więc $\Delta t = a/v$ i ostatecznie $\delta = a \cdot p / \hbar = 2\pi a / \lambda$. Kiedy przesunięcie fazowe δ jest parzystą wielokrotnością π , przyczynki od obydwu szczelin wzmacniają się najbardziej, kiedy zaś δ jest nieparzystą wielokrotnością π , to osłabiają się wzajemnie. Dla punktu leżącego na osi symetrii ($x_0 = 0$) mamy $a = 0$ i jest to maksimum prawdopodobieństwa. Następne maksimum pojawia się dla $\delta = \pm 2\pi$, czyli dla $a = \pm \lambda$. Biorąc pod uwagę, że odległość d między szczelinami jest rzędu 10^{-6} m, a odległość L ekranu od przesłony rzędu 10^{-1} m, można przyjąć, że zachodzi relacja $a/d = x_0/L$, z czego wynika, że maksimum to pojawia się w punktach o współrzędnych $x_0 = \pm \lambda \cdot L/d$.

W roku 1985 zaobserwowano po raz pierwszy pewne zjawisko kwantowe w metalach, przy czym charakterystyczne rozmiary próbek sięgnęły 1 mikrona ($1 \mu\text{m} = 10^{-6}$ m), a więc skali pośredniej między zjawiskami mikro- i makroświata. Tak pojawiła się nowa, „mezoskopowa” skala wielkości charakterystycznych. Zjawisko, o którym mowa, to efekty interferencyjne typu Aharonova — Bohma w prądzie elektrycznym płynącym w metalowych pierścieniach. Przedstawię poniżej, jak zjawisko to związane jest z podstawowymi ideami mechaniki kwantowej.

Rozważmy na wstępie tak zwane doświadczenie z dwiema szczelinami. Zaznaczam od razu, że doświadczenie to w formie przedstawionej poniżej nie zostało nigdy wykonane — opisuję tu więc pewne „doświadczenie myślowe”, które w najprostszym i najdobitniejszym sposobie ilustruje wnioski wynikające z wielu trudnych, rzeczywiście przeprowadzonych eksperymentów. Schemat naszego doświadczenia myślowego przedstawia rysunek 1. Działło elektronowe umieszczone przed przesłoną wystrzeliwuje elektrony o jednakowej energii. W przesłonie znajdują się dwie szczeliny, a za przesłoną umieszczony jest ekran. Wyobraźmy sobie, że ekran jest pokryty układem mikroskopowych detektorów pozwalających ustalić, w który punkt ekranu trafił zarejestrowany przez nie elektron. Wyobraźmy sobie także, że działło wysyła elektrony na tyle rzadko, iż w każdej chwili od źródła do ekranu porusza się nie więcej niż jeden elektron. Do jakiego obszaru ekranu dociera najwięcej elektronów? Lub nieco inaczej — jakie jest prawdopodobieństwo zarejestrowania elektronu w poszczególnych punktach ekranu?

Nasza intuicja (oparta, jak pamiętamy, na mechanice newtonowskiej) podpowiada, że elektron, wobec braku sił nań działających, porusza się ruchem prostoliniowym, a do ekranu dotrą tylko te elektrony, które trafiły w jedną albo drugą szczelinę. Wobec tego z największym prawdopodobieństwem elektrony trafiać będą do tych punktów ekranu, które leżą na prostych poprowadzonych od działła przez każdą z dwóch szczelin, a rozkład prawdopodobieństwa powinien wyglądać jak gładka krzywa na rysunku 1. Te intuicyjne oczekiwania zawodzą jednak całkowicie, a rzeczywisty rozkład prawdopodobieństwa wygląda jak krzywa A na rysunku 2. Ten nieoczekiwany wynik jest manifestacją falowych własności elektronów. Zgodnie z mechaniką kwantową elektron o pędzie p i energii E należy opisywać jako pakiet (wiązkę) fal o średniej długości $\lambda = h/p$ i częstości kołowej $\omega = E/\hbar$, gdzie h jest stałą Plancka, oraz $\hbar = h/2\pi$. W naszych rozważaniach będziemy posługiwać się funkcjami falowymi w postaci fal płaskich $\psi(r, t) = e^{i(p\mathbf{r} - Et)/\hbar}$. Elektron trafia do poszczególnych punktów ekranu „w całości”, ale prawdopodobieństwo trafienia do punktu r_0 w chwili t_0 jest proporcjonalne do kwadratu modułu jego funkcji falowej, tzn. do $|\psi(r_0, t_0)|^2$. Na całkowitą funkcję falową elektronu w dowolnym punkcie ekranu składają się przyczynki falowe od obydwu szczelin. Przyczynki te mają postać $C_1 e^{i\Phi_1}$ i $C_2 e^{i\Phi_2}$, gdzie Φ_1 i Φ_2 są fazami fal przybywających do punktu x_0 w chwili t_0 od szczelin 1 i 2. Maksyma prawdopodobieństwa będą wypadać w punktach $x_0 = \pm n \cdot \lambda \cdot L/d$.

Skoro wyrażenia na pęd i energię ulegają modyfikacji, to faza funkcji falowej, liczona wzdłuż trajektorii (j) od działu przez szczelinę numer j do punktu r_0 ekranu powinna modyfikować się w następujący sposób:

$$\langle p r_0 - E t \rangle / \hbar \rightarrow \langle p r_0 - e \int A dr - E t + e \int \varphi dr \rangle / \hbar.$$

j -ta zmiana fazy powinna być widoczna w rozkładzie prawdopodobieństwa zarejestrowania elektronu w danym punkcie ekranu x_0 . Zauważmy, że gdy nie ma pola elektrycznego ($E = 0, B \neq 0$), to na zmianę fazy wpływa tylko człon $\int A dr$. Mówimy wtedy o magnetostatycznym efekcie Aharonova-Bohma. Podobnie gdy $B = 0, E \neq 0$, to zmiana fazy pochodzi od członu $\int \varphi dr$ i mówimy o efekcie elektrostatycznym. W dalszym ciągu będziemy zajmować się wyłącznie efektem magnetostatycznym. Niech różnica faz $\delta(B)$ w punkcie x_0 w nieobecności pola B wynosi $\delta(0)$. Włączamy teraz pole B prostopadłe do płaszczyzny rysunku. Faza wzdłuż trajektorii 1 zmienia się o $-\frac{e}{\hbar} \int A dr$ (1) podobnie faza wzdłuż trajektorii 2 zmienia się o $-\frac{e}{\hbar} \int A dr$. W takim razie różnica faz wynosi teraz

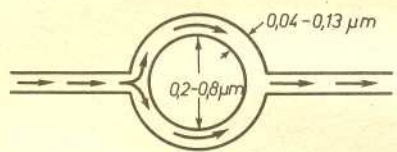
$$\delta(B) = \delta(0) + \left(-\frac{e}{\hbar} \int A dr + \frac{e}{\hbar} \int A dr \right).$$

Zauważmy, że skoro każdą całkę obliczamy od działu do ekranu, to ich różnica jest całką po zamkniętej krzywej C od działu przez szczelinę 1 do ekranu i z powrotem przez szczelinę 2 do działu, co zapisujemy $\int A dr - \int A dr = \oint A dr$. Ale taką całkę wzdłuż krzywej zamkniętej można zamienić na całkę po powierzchni S ograniczonej tą krzywą

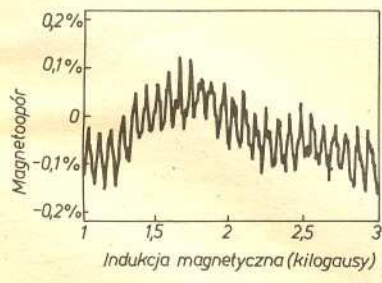
$$\oint A dr = \int_S (\text{rot } A) nd\sigma.$$

Wektor n jest jednostkowym wektorem prostopadłym do powierzchni S i w naszym przypadku skierowanym poza płaszczyznę rysunku 2. Pamiętając, że $\text{rot } A = B$ widzimy, że całka ta jest po prostu całkowitym strumieniem Φ pola B przez powierzchnię S

$$\Phi = \int_S B n d\sigma.$$



Rys. 3



Rys. 4

($n = 0, 1, 2, \dots$). Powtórzmy jeszcze raz — elektron trafia w rozmaite punkty ekranu, ale prawdopodobieństwo trafienia w punkt o współrzędnej x_0 jest proporcjonalne do wartości $|\psi(r_0, t_0)|^2$, którą ilustruje krzywa A . Co dzieje się, gdy elektron o ładunku $-e$ porusza się z prędkością v w zewnętrznym, nie zależącym od czasu polach elektrycznym E i magnetycznym B ? Z punktu widzenia mechaniki klasycznej działają nań siła Lorentza $F = -e(E + v \times B)$. Od lat trzydziestych wiadomo było, że opis takiego ruchu w mechanice kwantowej wymaga zmodyfikowania wyrażenia na pęd i energię elektronu: $p \rightarrow p - eA$, $E \rightarrow E - e\varphi$, gdzie związek potencjału skalarnego φ i potencjału wektorowego A ze stałymi w czasie polami E i B dany jest przez $E = -\text{grad } \varphi$, $B = \text{rot } A$. Jednak dopiero w roku 1959 Y. Aharonov i D. Bohm wskazali na jej nieoczekiwane skutki w eksperymencie z dwiema szczelinami. Gdy między działem elektronowym i ekranem znajduje się obszar, w którym $B = 0$, to różnica faz między drogami 1 i 2 dana jest wyrażeniem

$$\delta(B) = \delta(0) + \frac{e}{\hbar} \Phi,$$

gdzie Φ jest całkowitym strumieniem pola B przez powierzchnię, której brzeg stanowią odcinki dróg 1 i 2. Obraz interferencyjny przesuwa się, maksima i minima pojawiają się w nowych położeniach wyznaczonych przez całkowite przesunięcie fazowe. Przykładowo: pierwsze maksimum, które w nieobecności pola B przypadało w punkcie x_0 takim, że $\delta(0) = 2\pi$, czyli $a/\lambda = 1$, $x_0 = \lambda L/d$, teraz przesuwa się do punktu x'_0 takiego, że $a/\lambda + e\Phi/\hbar = 1$, czyli $x'_0 = \lambda(1 - e\Phi/\hbar) \frac{L}{d}$. Nowy rozkład wygląda więc tak jak krzywa B na rysunku 2. (Czytelnik zechce sprawdzić, czy pole B skierowane było od nas za płaszczyznę rysunku, czy odwrotnie?) Zauważmy, że tym, co decyduje o przesunięciu się obrazu interferencyjnego, jest strumień ograniczony krzywą C (wznaną przez trajektorie 1 i 2), bez względu na to, od jakiego pola B pochodzi. W szczególności pole B może być zlokalizowane tylko w pewnym niewielkim obszarze oznaczonym literą W na rysunku 2. Pole to jest równe zeru zarówno wzdłuż trajektorii 1, jak i na trajektorii 2, czyli z punktu widzenia mechaniki klasycznej na elektron poruszający się wzdłuż tych trajektorii nie działa żadna siła! Natomiast mechanika kwantowa przewiduje, że ruch elektronu będzie zmodyfikowany tak, jak przedstawiliśmy to powyżej.

Doświadczalne potwierdzenie przewidywań Aharonova i Bohma przyniósł eksperyment R. G. Chambersa, wykonany w 1960 roku. Było to trudne doświadczenie, ponieważ ze względu na niewielką długość fali elektronu szczeliny musiały być bardzo blisko siebie — w odległości rzędu 10^{-6} m. Pole magnetyczne, zlokalizowane w obszarze W , uzyskano umieszczając za szczelinami namagnesowane długie włókno żelazne o średnicy mniejszej niż 10^{-6} m, tzw. wąs.

Zwróćmy uwagę, że w miarę wzrostu strumienia Φ krzywa B przesuwa się coraz bardziej w stosunku do krzywej A . Jeżeli przyjrzymy się punktowi, w którym wypada na przykład n -te maksimum wyjściowej krzywej A , to stwierdzimy, że po zwiększeniu strumienia od wartości 0 do wartości \hbar/e do punktu tego przesunie się pierwotne $(n-1)$ -sze maksimum tej krzywej. Tak więc dla dowolnego punktu ekranu maksima i minima pojawiają się z „okresem” \hbar/e .

Wyniki Chambersa zostały po roku 1960 wielokrotnie potwierdzone w wielu laboratoriach. Zawsze jednak były to doświadczenia próżniowe — elektrony poruszały się od źródła do ekranu przez próżnię. W naturalny sposób pojawiło się pytanie, czy podobne efekty mogą wystąpić w przypadku elektronów poruszających się w zwykłych przewodnikach. Odpowiedź przyniosło doświadczenie wykonane w 1985 roku przez R. Webba i współpracowników w Centrum Badawczym IBM. Osiągnięty w ostatnich latach postęp w dziedzinie mikrotechnologii umożliwił wykonanie ze złotych drutów o średnicach od 0,04 do 0,13 mikrona pierścieni o średnicy od 0,2 do 0,8 mikrona. Do każdego z pierścieni przyłączono po przeciwnych stronach równie cienkie druczki służące jako doprowadzenie i odprowadzenie prądu (rysunek 3). Całość ochłodzono do temperatury poniżej 1 K — przy tej temperaturze nieelastyczne zderzenia elektronu z drgającą siecią atomów złota, niszczące fazę fali elektronowej, są na tyle rzadkie, że elektron może pokonać drogę rzędu rozmiarów pierścienia bez przypadkowych zakłóceń tej fazy. Następnie do obydwu przewodów przyłożono stałą różnicę potencjałów, pierścieni umieszczono w polu magnetycznym skierowanym prostopadłe do jego płaszczyzny i mierzono natężenie prądu w obwodzie w zależności od pola magnetycznego, czyli innymi słowy — magnetoopór obwodu. Wyniki okazały się rewelacyjne — zaobserwowano ponad 1000 oscylacji magnetooporu przy zwiększaniu wartości pola od 0 do 80 kilogausów. Na rysunku 4 pokazujemy te oscylacje dla wartości pola w zakresie od 1 do 3 kilogausów. Okazuje się, że poszczególne maksima powtarzają się z „okresem” 76 gaussów. W świetle naszej dyskusji eksperymentu z dwiema szczelinami wyjaśnienie jest natychmiastowe — zmiana pola o 76 gaussów powoduje, że strumień ograniczony pierścieniem zmienia się o $\Delta\Phi = \hbar/e$ i różnica faz liczonych wzdłuż górnej i dolnej połowy pierścienia zmienia się dokładnie o 2π . Bliższe przyjrzenie się wykresowi na rysunku 4 pozwala zauważyć, że oprócz oscylacji z „okresem” 76 gaussów widoczne są szersze oscylacje z okresem około 1000 gaussów — związane są one z faktem, że pole magnetyczne wnika także w metal, a więc fazy liczone na przykład w górnej połowie pierścienia wzdłuż wewnętrznego i zewnętrznego półobwodu nie są jednakowe. Ponieważ powierzchnia ograniczona tymi dwoma półokręgami jest mała w porównaniu z powierzchnią rozpiętą na całym pierścieniu, trzeba dużej zmiany pola, by różnica obydwu faz osiągnęła 2π . Szczegółowa analiza ujawnia także istnienie oscylacji z „okresem” 38 gaussów — Czytelnik proszony jest o wskazanie, jakim parom trajektorii odpowiadają te oscylacje.

Wkrótce po ogłoszeniu wyników doświadczenia Webba podobny efekt został zaobserwowany w pierścieniach wykonanych ze srebra, a także w heterostrukturze arsenku galu. Wyniki te mają konsekwencje technologiczne — można oczekiwać podobnych efektów interferencyjnych w stosunkowo dużych elementach półprzewodnikowych. Czy będzie miało to wpływ na przykład na funkcjonowanie komputerów nowych generacji?

Mechanika kwantowa ujawniła się w skali mezoskopowej i tradycyjny podział na mikro- i makroświat przestaje być aktualny.