

# Drobizgi

Dla dowolnego  $n$ -kąta wypukłego oznaczmy przez  $r$  promień największego koła mieszczącego się w tym wielokącie, a przez  $R$  — promień najmniejszego koła zawierającego ten wielokąt. Wówczas pole  $P$  i obwód  $O$  tego wielokąta spełniają nierówności

$$nr^2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{n} \leq P \leq \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{2\pi}{n},$$

$$2nrtg \frac{\pi}{n} \leq O \leq 2nR \sin \frac{\pi}{n}.$$

Wszystkie te nierówności stają się równościami tylko dla wszystkich wielokątów foremnych. Wynika stąd np., że  $r$  i  $R$  spełniają zawsze nierówność

$$r \leq R \cos \frac{\pi}{n}.$$

Mniej widoczne jest, że można w założeniach (oznaczeniach) opuścić warunki „największego” i „najmniejszego” bez szkody dla żadnej z nierówności, a nawet w pierwszej nierówności zamienić koła na elipsy — wtedy  $r$  i  $R$  nie mają sensu, zamiast

nich trzeba użyć  $\sqrt{\frac{e}{\pi}}$  i  $\sqrt{\frac{E}{\pi}}$ , gdzie  $e$  i  $E$  to odpowiednio pola elipsy zawartej w wielokącie i zawierającej go. A swoją drogą ciekawe, że dla takich elips mamy

$$e \leq E \cos^2 \frac{\pi}{n}.$$

Oczywiście od czasów Keplera wiemy, że orbity planet nie są kołami, lecz elipsami. Wiemy też, że Słońce nie znajduje się w środku elipsy, a w jednym z ognisk. Gdybyśmy jednak narysowali okrąg o promieniu 7 cm (największy, jaki się zmieści na zeszytowej kartce), to odpowiadający mu skalą rysunek orbity Wenus nie odbiegałby od tego okręgu więcej niż na grubość linii ołówkowej, a położenie Słońca należałoby na tym rysunku odsunąć od środka okręgu o niecałe pół milimetra. Wenus ma orbitę najbliższą okręgu, ale dla Neptuna czy Ziemi sytuacja nie różni się istotnie. „Prawdziwe” elipsy zakreślają tylko Merkury i Pluton.

Zgodnie z przewidywaniami szczególnej teorii względności energia fotonu ( $\epsilon$ ) w układzie poruszającym się z prędkością  $v$  względem laboratorium wiąże się w następujący sposób z energią fotonu, mierzoną w laboratorium ( $\epsilon_0$ ):

$$\epsilon = \epsilon_0 \gamma (1 + \beta \cos \theta),$$

gdzie  $\theta$  jest kątem między kierunkiem ruchu fotonu i wektorem prędkości,  $\beta = v/c$  ( $c$  — prędkość światła), a  $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ . W ubiegłym roku przeprowadzono w Los Alamos (USA) eksperyment mający na celu zweryfikowanie tej relacji. Wiązkę relatywistycznych atomów wodoru wzbudzano światłem lasera. Atomy miały energię kinetyczną równą 800 MeV, co odpowiada prędkości  $v = 0,84 c$ . Laser emitujący fotony o energii  $\epsilon_0 = 4,66$  eV oświetlał wiązkę atomów pod różnymi kątami  $\theta$ , co pozwalało zmieniać energię fotonów w układzie poruszającym się razem z wiązką od 1,4 eV do 15,8 eV. Wzbudzone atomy były następnie jonizowane i na podstawie liczby protonów wyznaczano wartość  $\epsilon$ .

Uzyskana wartość stosunku zmierzonej energii do energii wynikającej ze szczególnej teorii względności jest równa 1,00004 z błędem  $\pm 0,00027$ . W najbliższym czasie dokładność pomiarów zostanie zwiększona tysiąc razy.

Revolucja przemysłowa końca XVIII i początku XIX wieku i towarzyszące jej poszukiwania nowych złóż surowców pociągnęły za sobą szybki rozwój badań geologicznych. Próbowano zrozumieć procesy powstawania różnych typów skał oraz poznać skalę czasową ich przebiegu. Badania tempa procesów wietrzenia skał i przyrostu mułów w deltach rzek oraz rozmieszczenia i grubości warstw skał osadowych pozwoliły ustalić, że powstawały one przez ponad 200 mln lat. Dla fizyków był to okres ogromnie długi, nie do pogodzenia z ich ówczesnym stanem wiedzy. William Thomson (lord Kelvin), posługując się wynikami przeprowadzonych w 1858 roku pomiarów temperatury wnętrza Ziemi obliczał, że czas jej stygnięcia od stanu płynnego był krótszy od 200 mln lat (w ostatecznej wersji obliczeń czas ten był krótszy od 40 mln lat). Hermann von Helmholtz założył, że energia wypromieniowana przez Słońce powstaje w procesie jego kurczenia się pod wpływem siły grawitacji i oszacował wiek Słońca na nie więcej niż 30 mln lat. Bardziej wydajne energetycznie procesy nie były wówczas znane. Wobec sprzeczności tych wyników z ocenami geologów Kelvin żądał rewizji geologii i na zebraniu Towarzystwa Geologicznego w Glasgow w 1866 roku stwierdził:

*Wydaje się, że jest niezbędna istotna zmiana geologicznych spekulacji. Brytyjska geologia w chwili obecnej jest w całkowitej sprzeczności z zasadami filozofii natury (tj. fizyki).*

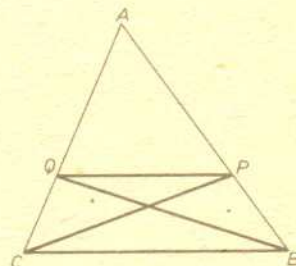
Tym razem Kelvin, oczywiście, nie miał racji. Dopiero jednak po odkryciu w 1896 r. przez Becquerela zjawiska promieniotwórczości fizycy poznali procesy, których wydajność energetyczna i skala czasowa pozwoliły pogodzić fizykę i geologię, a prace Hansa Bethego i Carla Friedricha Weizsäckera z lat 1937—38 wyjaśniły procesy produkcji energii we wnętrzu Słońca. Dziś oceniamy wiek Ziemi na 4,5 miliarda lat.

Czy w jakimś miesiącu może nie być ani jednej pełni Księżyca? Oczywiście jedynym możliwym kandydatem jest luty. Miesiąc synodyczny (okres przebiegu pełnego cyklu faz księżycowych) trwa 29,531 dni, a więc dłużej niż luty — nawet jeśli jest to luty roku przestępnego. Lata, w których w lutym nie ma pełni, wypadają bardzo rzadko — zaledwie kilka w stuleciu. Najbliższy luty bez pełni będzie dopiero w 1999 roku. Z tego samego powodu luty jest jedynym miesiącem w roku, w którym nie mogą wystąpić dwie jednakowe fazy Księżyca.

Zrozumiałe jest, że przesunięcie linii widmowych gwiazdy względem ich położenia laboratoryjnych świadczy, że gwiazda porusza się radialnie względem obserwatora (efekt Dopplera). Jeżeli widmo w całości przejawia przesunięcie zmienne, to oznacza, że prędkość radialna gwiazdy zmienia się, gdyż np. gwiazda jest składnikiem układu podwójnego. Bywa jednak i tak, że niektóre linie widma gwiazdy wykazują poczerwienienie, podczas gdy jednocześnie inne linie wykazują poniebieszczenie. Po jakimś czasie przesunięcia tych zespołów linii zmieniają znaki i zjawisko okresowo się powtarza. Tak zachowują się widma gwiazd pulsujących, cefeid. Dzieje się tak, ponieważ jedne linie widmowe powstają wysoko w atmosferze cefeidy, inne w głębszych jej warstwach, warstwy te zaś pulsują nie w fazie. Np. kiedy zewnętrzna atmosfera się zapada, głębsze jej warstwy akurat ekspandują.

Jeśli ktoś zna wzór na pole trójkąta (połowa iloczynu podstawy przez wysokość), to może udowodnić twierdzenie Talesa w następujący sposób:

$$\begin{aligned} \frac{AP}{PB} &= \frac{\text{pole } \triangle APQ}{\text{pole } \triangle PBQ} = \\ &= \frac{\text{pole } \triangle AQP}{\text{pole } \triangle QCP} = \frac{AQ}{QC}. \end{aligned}$$



Pierwsza i trzecia równość wynika z pomnożenia (podzielenia) przez wspólną wysokość trójkątów, a druga — z równoległości  $BC$  i  $PQ$ : wysokości trójkątów  $PBQ$  i  $QCP$  opuszczone na wspólną podstawę  $PQ$  są równej długości.

Euklides znał wzór na pole trójkąta, więc w *Elementach* (300 r. p.n.e.) tak właśnie dowodził twierdzenia Talesa. Ale czyby autorzy podręczników szkolnych wzoru na pole trójkąta nie znali?