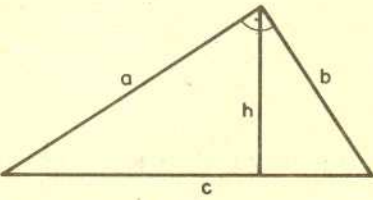




### Rozwiązanie zadania M 536.



Przy oznaczeniach jak na rysunku mamy  $ab = ch$ . Nierówność

$$a + b < c + h$$

jest równoważna z

$$a^2 + b^2 + 2ab < c^2 + h^2 + 2hc,$$

czyli

$$0 < h^2,$$

co jest oczywiste.

Zatem, aby otrzymać (1), wystarczy w (2) w miejsce  $\eta$  podstawić  $\varphi^2$ , a w miejsce  $\xi$  –  $\psi^{-2}$  otrzymując

$$\psi^2 \varphi^{-2} \psi^{-2} \varphi^2,$$

a następnie odpowiednio  $\varphi^{-2}$  i  $\psi^{-2}$ , co da

$$\psi^2 \varphi^2 \psi^{-2} \varphi^{-2}$$

i do tych przekształceń ponownie zastosować (2). Da to, w myśl powyższych uwag, równość

$$\begin{aligned} id &= (\psi^2 \varphi^2 \psi^{-2} \varphi^{-2})^{-1} (\psi^2 \varphi^{-2} \psi^{-2} \varphi^2)^{-1} (\psi^2 \varphi^2 \psi^{-2} \varphi^{-2}) (\psi^2 \varphi^{-2} \psi^{-2} \varphi^2) = \\ &= (\varphi^2 \psi^2 \varphi^{-2} \psi^{-2}) (\varphi^{-2} \psi^2 \varphi^2 \psi^{-2}) (\psi^2 \varphi^2 \psi^{-2} \varphi^{-2}) (\psi^2 \varphi^{-2} \psi^{-2} \varphi^2) = \\ &= \varphi^2 \psi^2 \varphi^{-2} \psi^{-2} \varphi^{-2} \psi^2 (\varphi^2 (\psi^{-2} \psi^2) \varphi^2) \psi^{-2} \varphi^{-2} \psi^2 \varphi^{-2} \psi^{-2} \varphi^2 = \\ &= \varphi^2 \psi^2 \varphi^{-2} \psi^{-2} \varphi^{-2} \psi^2 \varphi^4 \psi^{-2} \varphi^{-2} \psi^2 \varphi^{-2} \psi^{-2} \varphi^2, \end{aligned}$$

czyli równość (1). Aby przeprowadzić te rachunki, trzeba tylko zauważyć, że dla dowolnych przekształceń  $\xi$  i  $\eta$  jest

$$(\xi \eta)^{-1} = \eta^{-1} \xi^{-1}.$$

Tym sposobem równość (1) została udowodniona. Dowód okazał się krótki i, co więcej, opierał się tylko na informacji, że „jakaś taka” równość ma miejsce. Czy naprawdę tylko? Skąd mogliśmy wiedzieć, że akurat tak należy postępować? Ja tę metodę zaczerpnąłem z ogólnego pojęcia rozwiązalności grup – ale to już inna historia.

Na zakończenie pytanie dla Czytelników – czy równość (1), w której występuje 28 przekształceń, jest najkrótszą równością wiążącą dowolne dwie izometrie płaszczyzny?

## Patrz w niebo

Gwiazdy nie lubią żyć w samotności. Mimo że dla wielu osób stwierdzenie to nie jest oczywiste (choćby przez proste skojarzenie z pozbawionym towarzysza Słońcem), faktem jest, że wśród gwiazd przeważają układy podwójne, potrójne i w ogóle wielokrotne. Zresztą gwiazdy nie tylko nie lubią samotnie żyć, nie lubią również samotnie powstawać. Panującemu dawniej przekonaniu, że gwiazdy powstają pojedynczo, przeczą dane obserwacyjne. Z powodu niezwykle małego prawdopodobieństwachwycenia (oczywiście za pośrednictwem pola grawitacyjnego) jednej gwiazdy przez drugą, obserwowano by miliony razy mniej układów wielokrotnych niż to jest w istocie. Istnieją również bardziej bezpośrednie dowody obserwacyjne na to, że gwiazdy powstają w grupach. Mianowicie, stosunkowo rzadko występujące wśród ogółu gwiazd olbrzymi typów O i B oraz obiekty typu *T Tauri* (teoria ewolucji przewiduje, że jedne i drugie są gwiazdami młodymi) tworzą miejscami luźne zbiorowiska, których nie można uznać za przypadkowe fluktuacje w rozmieszczeniu gwiazd na niebie. Zbiorowiska te, zwane asocjacjami, są właśnie miejscem narodzin gwiazd. Hipotezę taką wysunął w końcu lat 40. naszego wieku radziecki astrofizyk W.A. Ambarcumian. Za jej słusznością przemawia fakt, że asocjacje są utworzone z obiektów młodych, a także ich związek z mgławicami gazowo-pyłowymi, z których powstają nowe gwiazdy. Asocjacje są rozproszone po ramionach spiralnych Galaktyki, co między innymi przyczyniło się do poznania budowy tych ramion. Szczególnie bogate w gwiazdy asocjacje występują w gwiazdozbiorach Oriona i Perseusza.

Wiele cech łączy asocjacje z bardziej złożonymi układami gwiazd – gromadami otwartymi – i właściwie trudno określić ścisłą granicę między tymi obydwiema grupami. W wielu przypadkach trudno stwierdzić, czy mamy do czynienia z gromadą otwartą, czy też liczną i zwartą asocjacją. Często bywa, że gromady otwarte gwiazd stanowią jądra asocjacji. Gromady otwarte również „zamieszkuja” przede wszystkim ramiona spiralne Galaktyki. Z punktu widzenia obserwacji amatorskich gromady są jednak znacznie wdzięczniejszymi obiektami. Któż nie zna Plejad! Nie sposób nie zauważyć na niebie tej zwartej gromadki sześciu gwiazd (od trzeciej do piątej wielkości gwiazdowej). Warto jednak przyrzeć się im dokładniej – w sprzyjających

warunkach atmosferycznych i korzystnym usytuowaniu Plejad (odpowiednio wysoko nad horyzontem, np. teraz – zimą) bystry obserwator może doliczyć się w sumie kilkunastu gwiazd w tej gromadzie. Plejady stanowią również wspaniały obiekt dla niewielkich lunet amatorskich. Nieco mniej efektowna jest najbliższa gromada otwarta – Hiady. Zarówno Hiady, jak i Plejady leżą w gwiazdozbiorze Byka, przy czym Hiady znajdują się w okolicy najjaśniejszej jego gwiazdy – Aldebarana (sam Aldebaran do Hiad nie należy).

Zasadniczo odmienne od wymienionych wyżej zbiorowisk gwiazd są gromady kuliste. Inna jest ich budowa – znacznie większa liczebność gwiazd, większa gęstość przestrzenna, charakterystyczny kulisty kształt z silną koncentracją ku środkowi. W przeciwieństwie do asocjacji i większości gromad otwartych gromady kuliste składają się przede wszystkim z najstarszych gwiazd naszej Galaktyki. Inne jest również ich rozmieszczenie. Gromady kuliste występują w tzw. halo (składowej sferycznej) wokół dysku Drogi Mlecznej. Odmienne rozmieszczenie w Galaktyce powoduje ciekawe konsekwencje w obserwowanych ruchach gromad. Gromady otwarte i asocjacje wraz ze Słońcem i większością gwiazd z jego otoczenia uczestniczą w ruchu obiegowym wokół masywnego centrum Galaktyki. Ruchy obiektów tego typu są dla nas powolne, ponieważ sami wraz z całym Układem Słonecznym poruszamy się w podobny sposób. Te zaś gwiazdy (i ich układy), które w rotacji dysku galaktycznego nie uczestniczą, wydają się nam szybkie. Gromady kuliste zaliczają się właśnie do tej grupy. Oczywiście, badanie ruchów gromad nie leży w zakresie możliwości obserwacji amatorskich. Można jednak poświęcić trochę uwagi obserwacjom samych gromad kulistych. Najbardziej efektowną wśród nich jest *w Centauri*. Jednak jej obserwacje mogą planować tylko osoby, które wybierają się w dalszą podróż na południe (przynajmniej w okolice zwrotnika Raka), gdyż w naszych szerokościach geograficznych nie jest widoczna. Warto zwrócić uwagę na gromady kuliste M13 i M92 – obydwie w gwiazdozbiorze Herkulesa, który jeszcze o tej porze roku jest widoczny we wczesnych godzinach wieczornych po zachodniej stronie nieba. Jasności obydwu tych gromad są na granicy dostrzegalności gołym okiem, więc użycie lornetki może znacznie uatrakcyjnić obserwacje.

mgr Joanna UDALSKA