Twierdzenie o wiriale głosi, że w stacjonarnym układzie wielu cząstek suma energii potencjalnej i podwojonej energii kinetycznej jest równa zeru. Stąd można wyprowadzić zależność użytą w kroku 4. Założenie stacjonarności można osłabić, a samo twierdzenie stosuje się zarówno do układów gwiazdowych, jak i układów mikrocząstek, takich jak gaz w naczyniu lub pojedyncza gwiazda.

W rezultacie

$$\ln \frac{p_{max}}{p_{min}} = \frac{1}{2} \ln N.$$

Wreszcie na mocy twierdzenia o wiriale przyjmujemy, że $v^2 = GM/2R$. Po tych wszystkich podstawieniach dostajemy wreszcie

$$T = \frac{1}{6\sqrt{2}} \sqrt{\frac{NR^3}{Gm}} \frac{1}{\ln N}$$

w jednostkach MKS, lub

$$T = 7,3 \cdot 10^5 \sqrt{NR^3} / \log N \text{ lat},$$

gdy R wyrazimy w parsekach, a wszystkie gwiazdy mają masę równą masie Słońca.

I tak mamy odpowiedź na nasze pytanie. Nie jest nawet szczególnie ważne, ile dokładnie gwiazd ma prędkość przekraczającą prędkość ucieczki z gromady (byle nie za dużo – nawiasem mówiąc przy rozkładzie Maxwella liczba ta wynosi 0,0074 całkowitej liczby gwiazd). Istotne jest, że jeżeli te gwiazdy uciekną, to rozkład Maxwella zostanie odbudowany po czasie T. Biorąc N i R dla realnych układów gwiazdowych można to już łatwo obliczyć. Dla Plejad $N = 300$, $R = 3,5$ pc i wtedy $T = 3 \cdot 10^7$ lat. Jest to charakterystyczne dla wszystkich gromad otwartych – rozpraszają się one w czasie porównywalnym z jednym obrotem Galaktyki. Natomiast dla typowej gromady kulistej $N = 10^5$, $R = 100$ pc i wtedy $T = 4,6 \cdot 10^{10}$ lat, co jest porównywalne z wiekiem Wszechświata. Gromady kuliste mieszają się więc bardzo powoli, są bardzo trwałe, a zdążyły się do dziś zrelaksować, ponieważ powstały dawno, w innych warunkach, gdy gęstość Wszechświata była większa. Wreszcie sama Galaktyka ma $N = 2 \cdot 10^{11}$ i $R = 15\,000$ pc, dla niej więc $T = 5,3 \cdot 10^{16}$ lat, co jest już z niczym nieporównywalne. Galaktyka jest bardzo daleka od stanu równowagi, od zrelaksowania, o czym świadczy banalny fakt, że ma ona bardzo skomplikowaną budowę.

Zadania

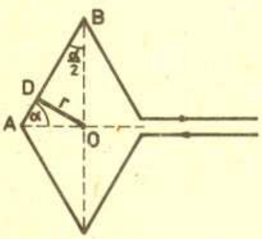
Redaguje dr Rafał SZTENCEL

M 526. Udowodnić, że w trójkącie prostokątnym suma długości przyprostokątnych jest mniejsza od sumy długości przeciwprostokątnej i opuszczonej na nią wysokości.
Rozwiązanie na str. 11

M 527. W loterii jest n losów, z czego k wygrywa, a m daje prawo do wyciągnięcia następnego losu. Jaka jest szansa wygranej ?
Rozwiązanie na str. 3

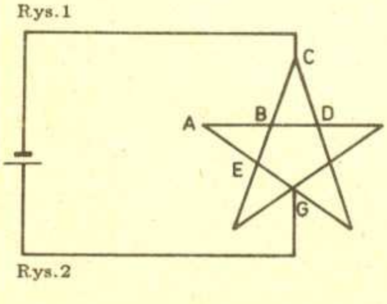
M 528. Kula toczy się po dwóch przecinających się prostych. Udowodnić, że środek kuli porusza się po łuku elipsy.
Rozwiązanie na str. 3

Redaguje dr Rafał STAROŃSKI



Rys. 1

F 258. Z przewodzącego drutu o oporze właściwym ρ i polu przekroju S wykonano obwód w kształcie rombu o boku a i kącie ostrym $\alpha = 60°$. Obwód podłączono do źródła prądu o sile elektromotorycznej ε na dwa sposoby – patrz rysunek 1 a i b. Obliczyć natężenie B indukcji magnetycznej w środku rombu.
Rozwiązanie na str. 2



Rys. 2

F 259. Z odcinków drutu o jednakowym oporze R wykonano obwód przedstawiony na rysunku 2, który podłączono do źródła prądu w punktach C i G. Znaleźć stosunek ilości ciepła wydzielającego się w odcinkach drutu BD, BC, CD, AB i BE w ciągu tego samego czasu. Czy zmienią się te stosunki, jeżeli opór odcinka BD będzie równy zeru, a odcinka CD równy $2R$?
Rozwiązanie na str. 4