Ruch Księżyca i zaćmienia

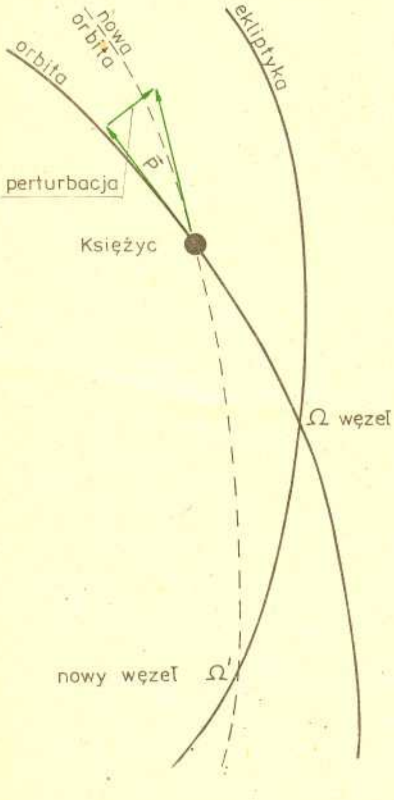
Dr Tomasz KWAST

Jeżeli pojedyncza planeta obiega samotną gwiazdę, to – jak wiadomo – jej orbita jest elipsą, w której w jednym z ognisk znajduje się właśnie ta gwiazda itd. – tu można by zacytować pozostałe dwa prawa Keplera, rządzące ruchem owej planety. W rezultacie taki idealny ruch samotnej planety nazywa się wręcz ruchem keplerowskim.

Sytuacja taka jest jednak z reguły bardzo rzadko spotykana. Na ogół mamy do czynienia z wieloma ciałami i, oczywiście, każde z nich działa grawitacyjnie na wszystkie pozostałe. W naszym Układzie Słonecznym tak się złożyło, że Słońce zdecydowanie przeważa masą wszystkie planety (nawet razem wzięte), a same planety dzielą spore odległości i dlatego można uważać, że każda z nich obiega Słońce w przybliżeniu keplerowsko – ale właśnie tylko w przybliżeniu! Mówimy, że keplerowski ruch planet jest perturbowany, a siły wywołujące odchylenia od niego nazywamy perturbacjami; same odchylenia zresztą też.

Ilościowe uwzględnienie perturbacji jest zasadniczo proste. Znając startową konfigurację planet znamy siły, jakie działają wtedy na każdą z nich, a więc i przyspieszenie każdej planety. W małym przedziale czasu przyspieszenia te można uważać za stałe, a wtedy położenia i prędkości planet po upływie tego czasu obliczyć jest nietrudno. Tak dostajemy nową konfigurację ciał, zatem nowe przyspieszenia i cały cykl obliczeń się powtarza. Jest to niezwykle żmudne i, oczywiście, aż się prosi powierzyć tę robotę komputerowi. Tak dostajemy ciągi współrzędnych prostokątnych wszystkich planet w chwilach odpowiadających początkom (lub końcom) kolejnych, ustalonych odstępów czasu. Wynik ten będzie mocno nieprzejrzysty – chcielibyśmy się raczej dowiedzieć, jak wskutek perturbacji zmieniają się prawie keplerowskie orbity planet. Inaczej mówiąc, chcielibyśmy poznać zależność od czasu elementów orbit. Informacje na ten temat można, rzecz jasna, wydobyć z opisanego tu całkowania równań ruchu, droga do nich wydaje się jednak dość zawiła.

Tymczasem niektóre z tych informacji można uzyskać w wyniku niemal tylko „machania rękami". Będą to informacje co prawda tylko jakościowe, niemniej jednak chyba pouczające. Rozważmy ruch Księżyca wokół Ziemi. Ruch ten byłby keplerowski, gdyby nie oddziaływanie ze strony przede wszystkim Słońca – jest ono źródłem największej siły perturbującej, w porównaniu z którą oddziaływanie planet jest skromnym dodatkiem (por. *Delta* 1/1987). Tak czy inaczej wszystkie planety (powiedzmy – prawie wszystkie) i Słońce znajdują się zawsze w płaszczyźnie ekliptyki, natomiast Księżyc nie, gdyż jego orbita jest do ekliptyki nachylona pod kątem około 5°. Wobec tego z całą pewnością Księżyc jest przy każdej okazji „ściągany" ku płaszczyźnie ekliptyki, a skutek tego widać natychmiast z bardzo prostego rozumowania. Wyobraźmy sobie dla prostoty, że wektor pędu Księżyca $\vec{p}$ (rysunek) został zaburzony prostopadłym doń impulsem siły skierowanej właśnie ku ekliptyce. Orbita zawsze musi być styczna do aktualnego wektora pędu, jasne więc, że nowa orbita przyjmie położenie takie, jak wskazano na tym rysunku. Jak widać, nowe nachylenie orbity jest mniejsze, a węzeł Ω przesunął się w kierunku przeciwnym do ruchu Księżyca, czyli „cofnął się". Czytelnik z łatwością sam może się przekonać, że w innym miejscu orbity perturbacja skierowana ku ekliptyce może spowodować wzrost nachylenia, ale węzeł zawsze ulegnie cofnięciu. W rzeczywistości, ma się rozumieć, perturbacja nie działa prostopadle i w ogóle jest zmienna, zatem nachylenie będzie zmieniać się rozmaicie (inne elementy orbity również), ale węzły zawsze będą się cofać. Zachodzi więc tzw. precesja orbity Księżyca. Odbywa się ona nawet dość szybko, bo węzły dokonują pełnego obiegu ekliptyki w ciągu 18,6 lat, o czym pisała nasza redakcyjna koleżanka w „Patrz w niebo" w *Delcie* 8/1987. Analogicznie zachowuje się orbita sztucznego satelity Ziemi, który jest stale „ściągany" ku płaszczyźnie równika ziemskiego przez znajdujący się tam „nadmiar" masy – Ziemia jest wszak nieco spłaszczona.



Zjawisko precesji orbity Księżyca oprócz tego, że określa warunki widoczności Księżyca, ma zasadnicze znaczenie dla występowania zaćmień (zarówno Księżyca, jak i Słońca). Otóż, aby zaszło zaćmienie np. Słońca (Księżyca), Księżyc musi spełniać dwa warunki: być w nowiu (odpowiednio w pełni) oraz znajdować się dostatecznie blisko któregoś węzła swojej orbity. Znając średnice i odległości Słońca, Ziemi i Księżyca można by obliczyć, że ma to być nie więcej niż 17°,6 dla zaćmienia Słońca i 11°,9 dla zaćmienia Księżyca.

Przyjmijmy teraz dwie definicje:

miesiąc synodyczny – odstęp czasu między kolejnymi dwoma nowiami (inaczej też: okres, w jakim powtarzają się fazy Księżyca) – wynosi on 29,530587 dni;

miesiąc smoczy – odstęp czasu między kolejnymi przejściami Księżyca przez ten sam węzeł jego orbity – wynosi on 27,212219 dni.

Teraz możemy sformułować podstawowe prawo rządzące następstwem zaćmień: jeżeli kiedyś nastąpiło zaćmienie, to tego samego typu zaćmienie zajdzie również po upływie całkowitej liczby miesięcy zarówno synodycznych, jak i smoczych. Tak określone zaćmienia stanowią tzw. serię zaćmień. Miesiąc synodyczny i smoczy są, oczywiście, niewspółmierne, ale ich stosunek dość dobrze przybliża ułamek 223/242, czyli następne zaćmienie w serii zajdzie po upływie 223 miesięcy synodycznych (6585,321 dni) lub inaczej po upływie 242 miesięcy smoczych (6585,357 dni). Fakt ten zauważono już w starożytności, a bizantyjski astronom Suidas nazwał ten okres sarosem. Saros trwa więc nieco ponad 18 lat, w przybliżeniu $6585\frac{1}{3}$ dni. Stąd wniosek, że następne w serii zaćmienie Słońca będzie widoczne w długości geograficznej o 120° bardziej na zachód, o tyle bowiem obróci się Ziemia w ciągu $\frac{1}{3}$ dnia, a więc w tym samym miejscu Ziemi następne w serii zaćmienie Słońca można zobaczyć dopiero po upływie trzech sarosów.

W ciągu sarosu Księżyc 223 razy znajduje się w punkcie odpowiadającym nowiowi, punkty te zatem średnio rozłożone są co $360°/223 = 1{,}^\circ 61$, a to w łuku $2 \cdot 17{,}^\circ 6$ mieści się 22 razy. Ponieważ węzły są dwa, to znaczy, że w ciągu sarosu średnio nastąpią 44 zaćmienia Słońca, każde należące do innej serii. Analogiczne rozumowanie dla zaćmień Księżyca prowadzi do wniosku, że w czasie sarosu zajdzie ich $4 \cdot 11{,}^\circ 9/1{,}^\circ 61 = 29$. Jak widać, zaćmienia Księżyca w ogóle są rzadsze, a widzimy je jednak częściej, ponieważ jeżeli takie zaćmienie już nastąpi, to widoczne jest z całej półkuli Ziemi zwróconej ku Księżycowi.

Wskutek przybliżonej jednak tylko współmierności miesięcy synodycznego i smoczego każda seria zaćmień ma swój początek i koniec, a więc przewidywanie zaćmień na podstawie sarosu musi kiedyś zawieść. Teraz nie ma to jednak większego znaczenia, gdyż obliczamy zaćmienia i tak metodami bardziej nowoczesnymi.

Zadania

Redaguje dr Rafał SZTENCEL

M 538. W każdej z n urn jest b białych kul i c czarnych. Z pierwszej urny wylosowano kulę i przełożono ją do drugiej urny, z drugiej urny wylosowano kulę i przełożono ją do trzeciej urny, itd. Jaka jest szansa wylosowania białej kuli z n-tej urny?
Rozwiązanie na str. 3

M 539. Niech O oznacza początek trójwymiarowego układu współrzędnych. Dane jest n odcinków: $OB_1, \ldots, OB_n$; kąty między każdą parą odcinków nie przekraczają 90°. Czy istnieje taki obrót przestrzeni (wokół O), który umieści wszystkie odcinki w dodatnim oktancie układu współrzędnych (czyli w zbiorze punktów, które mają wszystkie współrzędne nieujemne)?
Rozwiązanie na str. 6

M 540. Ciąg (a_n) spełnia warunki:

$$0 < a_n < 1, \qquad (1 - a_n)a_{n+1} > 1/4, \qquad n = 1, 2, \ldots$$

Wykazać, że $\lim_{n\to\infty} a_n = \frac{1}{2}$.
Rozwiązanie na str. 3

Redaguje dr Rafał STAROŃSKI

F 266. Gazowy argon Ar, mający względną przenikalność dielektryczną $\varepsilon \cong 6 \times 10^{-4} + 1$, jest umieszczony w jednorodnym polu elektrostatycznym o natężeniu $E = 300$ V/cm. Ocenić przesunięcie „centrum masy" powłoki elektronowej atomu argonu względem jądra. Liczba atomowa argonu $Z_{Ar} = 18$. Przyjąć, że w przypadku braku zewnętrznego pola elektrostatycznego powłoki elektronowe są sferycznie symetryczne.
Rozwiązanie na str. 7

F 267. Czy możliwy jest pomiar przyspieszenia rakiety metodą czysto elektryczną, tj. poprzez pomiar różnic potencjałów czy też natężenia prądu w prostym obwodzie? Oszacować wielkość odpowiedniego efektu w przypadku, gdy przyspieszenie a wynosi $10 \cdot g$, a długość l przewodnika równa jest 10 m. Zewnętrzne pola elektryczne i magnetyczne można zaniedbać.
Rozwiązanie na str. 10