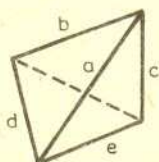


Rozwiązanie zadania M 578.
Przypuśćmy przeciwnie.



Niech a będzie najdłuższą krawędzią czworokąta. Wtedy $a + b > c$, $a + c > b$, więc $a \geq b + c$ (bo z założenia z odcinków a, b, c nie można zbudować trójkąta). Analogicznie $a > d + e$. Dodając stronami otrzymujemy $2a \geq (d + b) + (e + c)$, a stąd $a \geq d + b$ albo $a \geq e + c$, co w obu przypadkach daje sprzeczność.

Podczas całkowitego zaćmienia Słońca staje się na krótko widoczna jego rzadka atmosfera – korona – na co dzień niedostrzegalna w oślepiającym blasku tarczy słonecznej. Jednak zaćmienia nie są na zawołanie, a wyprawa do miejsca, skąd będą widoczne, jest z reguły daleka i kosztowna. I tak potrzeba zrodziła wynalazek, koronograf (Bernard Lyot, 1930). W przyrządzie tym w ognisku obiektywu umieszcza się przesłonę, krążek o rozmiarach obrazu tarczy Słońca. Taki „sztuczny Księżyc” daje w efekcie sztuczne zaćmienie Słońca i dlatego za jego pomocą koronę słoneczną można obserwować w dowolnej porze dnia dowolnie długo.

Korzyść płynąca z wyeliminowania potężnego strumienia światła tarczy słonecznej dla każdego jest tu chyba widoczna. Mniej oczywiste jest, że podobną technikę stosuje się w przypadkach, gdzie w ogóle światła jest bardzo mało. Pisaliśmy już (artykuł M. Subotowicza, *Delta* 3/1989) o zaobserwowaniu pierścieni pyłowych wokół gwiazd (pierścienie te są prawdopodobnie prekursorami przyszłych układów planetarnych). Obraz gwiazdy przesłonięty małym krążkiem umożliwił „zobaczenie” w podczerwieni słabej poświaty owego pierścienia wokółgwiazdowego.

Ale metodę tę zastosowano też do obserwacji obiektów jeszcze słabszych, mianowicie kwazarów. Wszystko wskazuje na to, że kwazar to galaktyka z wyjątkowo jasnym jądrem, gdzie energia pochodzi z intensywnej akrecji materii na masywną czarną dziurę. Cały kwazar wskutek oddalenia jest zawsze obiektem bardzo słabym, ale jego jądro jest oślepiająco jasne w porównaniu z resztą galaktyki. Pomiar jasności kwazarów z użyciem różnych przesłon prowadził już kilka lat temu np. Gerry Neugebauer z zespołem – użyto 5-metrowego teleskopu palomarskiego. Obserwacje te również wykonywane były w podczerwieni. W tym przypadku chodziło już nawet nie o uzyskanie obrazów, lecz o zmierzenie, jaki wkład do jasności kwazara ma jego otoczek. W ten sposób uzyskano niezależny argument za tym, że kwazary istotnie mogą być galaktykami, aczkolwiek nie dało to żadnej informacji o strukturze (typie) galaktyki.

dr Tomasz KWAST

Rozwiązanie zadania M 571.
Oznaczmy sumę wszystkich liczb przez S . Dodajmy wszystkie sumy trzech kolejnych liczb. Otrzymamy $3S$, bo każda liczba wchodziła w skład trzech trójek kolejnych liczb. Z drugiej strony dodaliśmy n składników nie większych od 3. Stąd $3S \leq 3n$ i jeśli $S = n$, to suma każdych trzech kolejnych liczb jest równa 3. Analogicznie, jeżeli $S = n$, to suma każdych pięciu kolejnych liczb jest równa 5. Wówczas suma każdych dwu kolejnych liczb jest równa 2 (bo suma dwu kolejnych liczb jest równa różnicy sum pewnych pięciu liczb i pewnych trzech kolejnych liczb). Ale skoro suma każdych trzech kolejnych liczb jest równa 3, a każdych dwu kolejnych 2, to każda liczba jest równa 1.

Elementarny dowód nierówności Erdösa–Mordella

Poniższy problem postawił Paul Erdős w 1935 roku (*American Mathematical Monthly, Problem 3740*): Jeżeli O jest dowolnym punktem wewnętrznym trójkąta ABC i P, Q, R są spodkami prostopadłych opuszczonych z punktu O odpowiednio na boki BC, CA, AB , to

$$OA + OB + OC \geq 2(OP + OQ + OR).$$

W dwa lata później pojawiło się jego uzasadnienie (L.J. Mordell). Obecnie znamy różne dowody tego faktu (patrz np. Д.О. Шклярский, Н.Н. Ченцов, И.М. Яглом, „Геометрические неравенства и задачи на максимум и минимум”, зад. 111(6) lub *Delta* 11/1988).

Oto dowód L. Bankoffa z 1958 roku metodą geometrii elementarnej (bez użycia trygonometrii).

Niech P_1 i P_2 będą spodkami prostopadłych opuszczonych z punktów R i Q na bok BC . Analogicznie definiujemy punkty Q_1 i Q_2 oraz R_1 i R_2 na pozostałych bokach. Ponieważ trójkąty PRP_1 i QBR są podobne (rys.), więc $P_1P = \frac{PR \cdot OR}{OB}$. Analogicznie $PP_2 = \frac{PQ \cdot OQ}{OC}$, $Q_1Q = \frac{PQ \cdot OP}{OC}$, $Q_2Q = \frac{RQ \cdot OR}{OA}$, $R_1R = \frac{RQ \cdot OQ}{OA}$, $RR_2 = \frac{RP \cdot OP}{OB}$. Wówczas

$$\begin{aligned} OA + OB + OC &\geq \\ &\geq OA \left(\frac{P_1P + PP_2}{RQ} \right) + OB \left(\frac{Q_1Q + QQ_2}{RP} \right) + OC \left(\frac{R_1R + RR_2}{PQ} \right) = \\ &= OP \left(\frac{RP \cdot OC}{PQ \cdot OB} + \frac{PQ \cdot OB}{RP \cdot OC} \right) + OQ \left(\frac{PQ \cdot OA}{RQ \cdot OC} + \frac{RQ \cdot OC}{PQ \cdot OA} \right) + \\ &+ OR \left(\frac{RP \cdot OA}{RQ \cdot OB} + \frac{RQ \cdot OB}{RP \cdot OA} \right) \geq 2(OP + OQ + OR), \end{aligned}$$

gdyż dla dowolnych dodatnich liczb p i q , $\frac{p}{q} + \frac{q}{p} \geq 2$.

Jarosław GÓRNICKI

