

# Jak nie świecą gwiazdy?

Tomasz KWAST

Gwiazdy, a więc i Słońce, świecą dzięki zachodzącym w ich wnętrzach reakcjom termojądrowym. Kto o tym słyszał, tak się prawdopodobnie do tego faktu przyzwyczaił, że nie wyobraża sobie, iż kiedyś można było przypuszczać co innego. Zrozumiałe byłoby, gdyby przed odkryciem przemian jądrowych astronomowie nie mieli żadnego poglądu na przyczyny świecenia gwiazd. Tymczasem rozważane były różne hipotezy, może naiwne z dzisiejszego punktu widzenia, a odrzucenie przedostatniej – robiącej podówczas wrażenie całkiem dobrej – nastąpiło dzięki osiągnięciom wcale nie astronomów.

Aby móc zrozumieć, co dzieje się na Słońcu, musimy wpierw zdobyć przekonanie, że prawidłowo znamy jego odległość od Ziemi; od tej odległości wszystko dalej zależy. Otóż znając prawa ruchu planet można uprawiać mechanikę nieba nie znając żadnych odległości – wystarczy znać stosunki odległości. W mechanice nieba za jednostkę odległości przyjmuje się średnią odległość Ziemi od Słońca i nie trzeba się troszczyć, ile to jest metrów. Jest to jednak ważne, gdy chcemy poznać fizyczne warunki na Słońcu. Wystarczy więc zmierzyć w metrach jakąkolwiek odległość jakiejkolwiek planety czy planetoidy od Ziemi – np. dziś radarowo. I tak nieco określonymi drogami stwierdzono, że do Słońca jest  $r = 1,5 \times 10^{11}$  m – jest to tzw. jednostka astronomiczna (j.a.). Promień Słońca otrzymujemy już natychmiast; wynosi on tyle, co iloczyn odległości i promienia katowego tarczy Słońca. Wynik brzmi:  $R = 6,96 \times 10^8$  m.

Następny krok to zorientowanie się, jaka jest moc i temperatura Słońca. Potrzebny jest tu następny pomiar: ilość energii padającej prostopadle na jednostkę powierzchni Ziemi w ciągu sekundy. Mniejsza o szczegóły techniczne – pomiar tej tzw. stałej słonecznej jest wykonalny rozmaitymi metodami i daje wynik  $S = 1,36$  kW/m<sup>2</sup>. Ilość energii przenikającej przez sferę o promieniu 1 j.a. jest równa ilości energii przenikającej przez powierzchnię Słońca, czyli przez sferę o promieniu  $R$  – jest to bowiem ten sam strumień energii. Pełna moc Słońca wynosi więc

$$L = 4\pi r^2 S = 3,82 \times 10^{26} \text{ W},$$

a jego powierzchnia promieniuje z natężeniem

$$F = \frac{L}{4\pi R^2} = 6,28 \times 10^7 \text{ W/m}^2.$$

Wreszcie temperaturę mamy z prawa Stefana-Boltzmana, głoszącego, że  $F = \sigma T^4$ , gdzie  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}$  W/m<sup>2</sup>K<sup>4</sup>. Łatwo więc dostajemy temperaturę powierzchni Słońca  $T = 5770$  K.

W takiej temperaturze wszelkie substancje istnieją tylko w stanie gazowym (no, chyba że rzecz się dzieje na gwieździe neutronowej!), a przyczyna tej temperatury, czyli źródło energii może, w zasadzie, być na powierzchni lub we wnętrzu Słońca. Rozpatrzmy wpierw pierwszą możliwość. Pomysł, że Słońce może być płonąca bryła węgla czy innego paliwa chemicznego, jest wręcz żenujący. Skąd tlen w przestrzeni kosmicznej? Gdzie produkty spalania? Ponadto spalanie węgla nie daje tak wysokiej temperatury. Wreszcie Czytelnik sam może obliczyć, że bryła węgla o masie Słońca spaliłaby się (gdyby płonąła z mocą  $L$ ) w kilka tysięcy lat. A skąd znamy masę Słońca  $M = 1,989 \times 10^{30}$  kg?

# Liczby Fibonacciego

Piotr CHRZĄSTOWSKI

Kiedy Leonardo Bonacci z Pizy, zwany Fibonaccim, opublikował w 1202 roku swoją słynną książkę *Liber abaci* stanowiącą kompendium z algebry na znakomitym jak na ówczesną Europę poziomie, nie przypuszczał zapewne, że liczby, które wprowadził dla rozwiązania jednego z zadań, zostaną nazwane jego imieniem. Tym bardziej chyba nie przypuszczał, że blisko 800 lat później będą często używane w informatyce, gdzie wystąpią przy analizie wielu algorytmów, a także przy konstrukcji efektywnych typów danych.

Oryginalne zadanie, które Fibonacci rozważał, dotyczyło rozmnażania się królików. Chodziło mianowicie o określenie, ile par królików będzie liczyła po 12 miesiącach populacja zaczęta przez jedną parę, przy założeniu, że po urodzeniu każda para królików dojrzewa przez pierwszy miesiąc, a począwszy od drugiego wydaje na świat potomstwo co miesiąc (przyjmuje się przy tym, że każda para jednorazowo płodzi jedną parę królicząt). Przy tych założeniach rozumowanie Fibonacciego przebiegało następująco:

*Ponieważ pierwsza para w pierwszym miesiącu daje jako potomstwo parę, więc w tym miesiącu będą dwie pary; z nich jedna para, a mianowicie pierwsza, rodzi również w następnym miesiącu, więc w drugim miesiącu będą 3 pary; z nich w następnym miesiącu będą dawały potomstwo dwie pary, a więc w trzecim miesiącu urodzą się jeszcze dwie pary królików i liczba par królików w tym miesiącu osiągnie wartość 5...*

Dalej analogiczny wywód ciągnie się aż do dwunastego miesiąca, aby po kilku dodawaniach dojść do liczby 377, będącej końcowym wynikiem. Idea wywodu daje się streścić następująco:

W pierwszym miesiącu mamy dwie pary, w drugim – trzy. Chcąc uzyskać liczbę par królików w miesiącu  $n + 2$  powinniśmy do ich liczby z miesiąca  $n + 1$  dodać te, które istniały w miesiącu  $n$  i wydały właśnie na świat kolejne (być może pierwsze) młode.

Założmy, zgodnie z tradycją oznaczania liczb Fibonacciego (a niezgodnie z oryginałem), że zarówno pierwsza, jak



i druga liczba Fibonacciego są jedynkami (tak jak gdyby w pierwszym miesiącu macierzysta para powstała, a w drugim – jeszcze dojrzała). Definiujemy zatem

$$F_1 = 1, \quad F_2 = 1,$$

$$F_{n+2} = F_n + F_{n+1} \quad \text{dla } n \geq 1.$$

Kolejne liczby, uzyskane bezpośrednio z definicji, to

$F_1 \ F_2 \ F_3 \ F_4 \ F_5 \ F_6 \ F_7 \ F_8 \ F_9 \ F_{10} \ F_{11} \ F_{12} \ F_{13} \dots$   
 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233...

Pomysł doprawdy ciekawy: zamiast podać wynik zadania, podaje się jedynie sposób, w jaki każdy może do niego dojść. Czy można uznać to zadanie za rozwiązane?

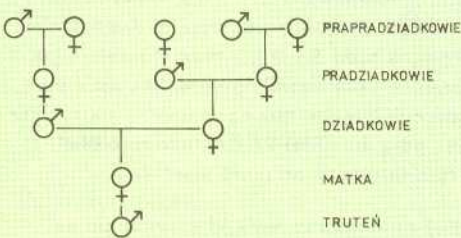
Jeżeli mamy ochotę odrzucić tego typu „algorytmiczne” rozwiązania, to zdajmy sobie sprawę, że w wielu przypadkach trudno jest inaczej zaatakować problem, niż w taki, rekurencyjny, sposób, w jaki zrobił to Fibonaccini.

Przykładowo rozważmy trzy takie problemy:

**Problem 1.**

Ile pra-pra-...pra-dziadków i babć ma <sup>n</sup>pszczeli truteń?

Trzeba, oczywiście, wiedzieć, że u pszczoł trutnie mają tylko matkę – królową, powstają bez udziału ojca, podczas gdy królowe mają już dwoje rodziców – inną królową i trutnia. Drzewo genealogiczne trutnia wygląda więc tak:



Niech  $T_n$  oznacza liczbę  $n$ -praprzodków. Widzimy już, że na poziomie pierwszych pradziadków truteń ma dwie prababcie i jednego pradziadka, łącznie troje; piętro wyżej – na poziomie drugich pradziadków – pięcioro: trzy praprababcie i dwóch prapradziadków. Ogólnie na poziomie  $n$ -tych pradziadków ma dokładnie  $T_{n-1}$   $n$ -prababć oraz  $T_{n-2}$   $n$ -pradziadków – łącznie  $T_n = T_{n-1} + T_{n-2}$   $n$ -praprzodków. Otrzymaliśmy zatem

Oczywiście, z trzeciego prawa Keplera:  $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$ , gdzie  $T$  jest okresem obiegu Ziemi wokół Słońca (czyli po prostu rokiem gwiazdowym), a stała grawitacji  $G$  jest znana z pomiarów fizycznych. Tak więc hipoteza „węglowa” prowadzi natychmiast do wielu sprzeczności; odrzucamy również inną, zgodnie z którą energia Słońca byłaby energią spadających na nie meteoroidów. Gdyby bowiem meteoroidy spadały na Słońce z prędkością rzędu prędkości ucieczki  $v = \sqrt{2GM/R}$ , to dla zapewnienia obserwowanej mocy musiałyby te meteoroidy spadać w tempie

$$\dot{m} = \frac{2L}{v^2} = \frac{LR}{GM} = 2 \times 10^{15} \text{ kg/s}.$$

Pod takim samym ostrzałem znajdowałyby się też Ziemia, a musiałoby na nią spadać meteoroidów w przybliżeniu  $10^4$  razy mniej, tyle razy bowiem powierzchnia Ziemi jest mniejsza od powierzchni Słońca. Tymczasem szacuje się, że na Ziemię spada około  $10^5$  kg materii meteoroidowej dziennie, czyli w przybliżeniu 1 kg/s zamiast  $2 \times 10^{11}$ . Rozbieżność zbyt wielka.

Zajmijmy się więc drugą możliwością: źródło energii Słońca tkwi w jego wnętrzu. W połowie XIX w. Helmholtz wysunął hipotezę, że Słońce czerpie swą energię z kurczenia się, tzn. jego promieniowanie jest przetworzoną energią grawitacyjną. Energia ta, wyzwolona przy skurczeniu się Słońca do obecnej postaci wynosi  $GM^2/R$  razy pewien czynnik zależny od szczegółów budowy wewnętrznej. Droga dość drobiazgowych rozważań można wykazać, że czynnik ten niezbyt różni się od jedności dla każdej zwyczajnej gwiazdy. Łatwo zatem obliczyć, że Słońce, świecąc według tego mechanizmu i z taką mocą jak obecnie, powinno mieć w przybliżeniu  $(GM^2/R) : L = 10^{15} \text{ s} = 32 \text{ mln lat}$ . W czasach Helmholtza czas ten wydawał się już bardzo długi, a jednak i tę hipotezę trzeba było odrzucić. Mianowicie, oceny wieku Ziemi zarówno na podstawie pomiarów promieniotwórczości skał, jak i tempa przemian geologicznych zaczęły o rzędy wielkości przekraczać dziesiątki milionów lat. Dziś wiemy, że zapadanie się gwiazdy bywa źródłem jej energii, ale albo w bardzo wczesnym etapie jej życia (gdy zapada się jeszcze obłok, z którego gwiazda powstaje), albo w bardzo późnym (gdy gwałtownie zapada się jej gęste jądro, czyli eksploduje supernowa).

Rozwiązanie problemu nastąpiło dopiero po odkryciu przemian jądrowych. W latach czterdziestych naszego stulecia Hans Albrecht Bethe zaproponował mechanizm produkcji energii w gwiazdach w wyniku łączenia się jąder wodorowych w jądra helu. Hipoteza ta jest nie do obalenia do dziś, a nawet przeciwnie – jest już porządnie ugruntowaną teorią, uhonorowaną Nagrodą Nobla.

A idea jest prosta. Spojrzawszy do dowolnych tablic fizycznych każdy stwierdzi, że jądro atomu helu jest nieco lżejsze od czterech protonów, niedużo, zaledwie o 0,0285 jednostki masy atomowej. Jednak właśnie ten ubytek masy pomnożony przez kwadrat prędkości światła daje 26,72 MeV, a to pomnożone przez jakąś fantastyczną liczbę reakcji zachodzących w Słońcu w ciągu sekundy daje obliczone przez nas  $L$ . Jak widać, ubywa 0,0071 masy w każdej reakcji i gdyby czysto wodorowe Słońce zużyło ten wodór doszczętnie, to też tyle straciłoby na masie. A przy obecnej mocy starczyłoby tego paliwa na  $0,0071Mc^2/L = 3,3 \times 10^{18} \text{ s} = 10^{11} \text{ lat}$ . Jest to ocena, oczywiście, zawyżona, niechby nawet o rząd wielkości, i tak pozostanie nam świadomość, że tym razem znaleźliśmy jakąś cząstkę prawdy o Wszechświecie.