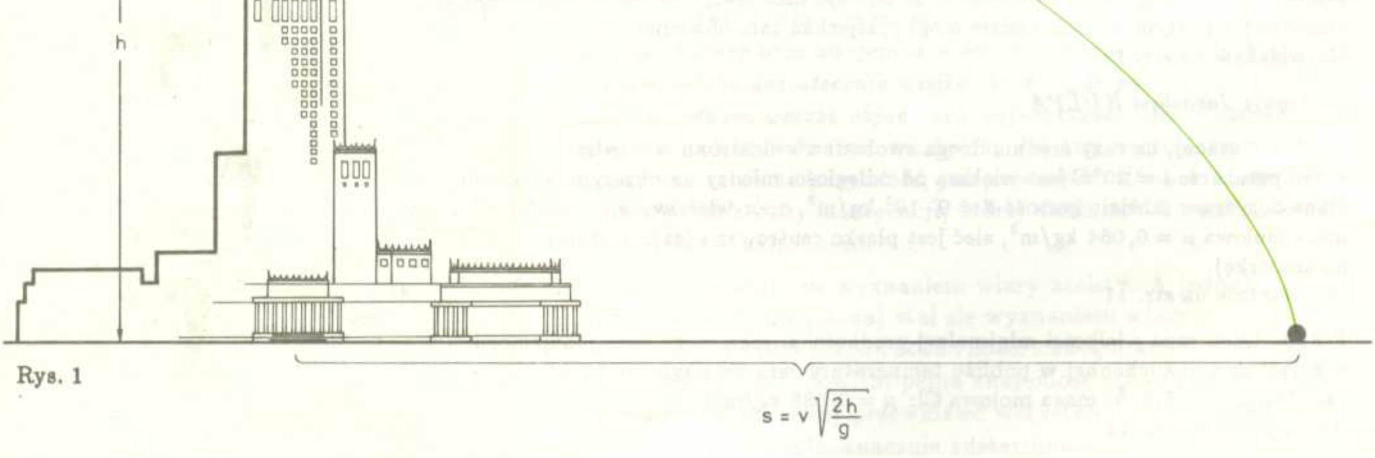
mała delta

Rzut kamieniem na orbitę

Będziemy rzucali kamieniem. Poziomo i bardzo, bardzo daleko. Musimy jednak poczynić pewne założenia upraszczające nasze zadanie (fizycy zawsze tak robią). Po pierwsze zakładamy, że na kamień nie działa opór powietrza. Po drugie zaś zakładamy, że kamień nie napotka na drodze żadnej przeszkody: drzewa, domu, roztargnionych przechodniów (odpukać w niemalowane) i wielu innych. Ponieważ będziemy rzucali naprawdę bardzo daleko, więc oba te założenia są bardzo istotne.

No to zaczynamy rzucać. Rzućmy kamień poziomo z wysokości h i z dosyć małą prędkością początkową tak, żeby upadł niedaleko.



Rys. 1

Na kamień działa przyspieszenie ziemskie g. Wobec tego, jeśli przez t oznaczymy czas, jaki upłynie od chwili wyrzucenia kamienia do momentu jego upadku, to, jak wiadomo,

$$h = \frac{1}{2}\mathrm{g}t^2$$

Skąd

$$t = \sqrt{\frac{2h}{\mathrm{g}}}.$$

Stąd zaś wynika, że w ciągu tego czasu kamień przeleci w poziomie drogę długości

$$s = v\sqrt{\frac{2h}{\mathrm{g}}}.$$

Załóżmy teraz, że rzucamy kamieniem z bardzo dużą prędkością początkową v tak, że kamień przeleci co najmniej kilkadziesiąt kilometrów. W tym przypadku odległość, w jakiej upadnie kamień, nie będzie się już wyrażała powyższym wzorem, gdyż istotną rolę zacznie odgrywać kulistość Ziemi.

Po czasie

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

tor kamienia przetnie (w punkcie C) linię prostą – styczną w punkcie A do powierzchni Ziemi.

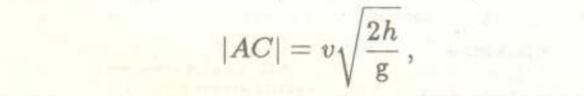
Rys. 2. $|AC| = s = v\sqrt{\frac{2h}{g}}$, $|AC|$ jest styczną do powierzchni Ziemi w punkcie A. $|AO| = |BO| = r$ – promień Ziemi, $\angle AOB = \alpha$ – bardzo mały kąt, O – środek Ziemi.

Co prawda, podobnie jak poprzednio,

$$|AC| = v\sqrt{\frac{2h}{g}},$$

lecz tym razem po przebyciu tej drogi kamień nie upadnie na Ziemię, ale nadal będzie się znajdował w powietrzu, bo Ziemia już zdążyła „zakręcić w dół".

Obliczmy, na jakiej wysokości będzie znajdował się kamień po doleceniu do punktu C, czyli obliczmy $|BC|$. Skorzystamy w tym celu z pewnej własności bardzo małych kątów. Jeżeli w trójkącie równoramiennym XYZ (rys. 3) kąt β jest bardzo mały, to możemy pisać w przybliżeniu $|YZ| = \beta l$ (kąt β jest wyrażony w radianach).



Rys. 3

Powróćmy teraz do naszego zadania. Przyjmijmy oznaczenia takie jak na rysunku 2. Otóż

$$\angle BAO = \frac{\pi - \alpha}{2},$$

skąd

$$\angle CAB = \frac{\alpha}{2}.$$

A ponieważ trójkąt ABC jest prawie równoramienny i kąt CAB jest bardzo mały, więc

$$|BC| = \frac{\alpha}{2}s.$$

Ale trójkąt AOB też jest równoramienny, więc

$$s = |AB| = \alpha r,$$

czyli

$$\alpha = \frac{s}{r},$$

skąd

$$|BC| = \frac{s^2}{2r} = \frac{v^2 h}{rg}.$$

Czy możliwe jest, aby $|BC| = h$? Sprawdźmy:

$$\frac{v^2 h}{rg} = h,$$

skąd

$$v = \sqrt{rg}.$$

Możliwe!

Ale co to oznacza? Oznacza to, że jeżeli rzucimy kamieniem z prędkością $v = \sqrt{rg}$, to mimo iż przeleci on kilkadziesiąt kilometrów, będzie leciał cały czas na tej samej wysokości! A więc nigdy nie spadnie! Czyli będzie latał dookoła Ziemi. Oznacza to, że latanie po orbicie to nic innego jak nieustanne spadanie, z tym że spadanie jest równoważone przez „zakręcanie Ziemi" i wskutek tego kamień nigdy nie spadnie na Ziemię.

Powróćmy na koniec do dwóch założeń, które poczyniliśmy, a więc do zaniedbywania oporów powietrza i nienapotykania przeszkód.

Jeżeli przyjmiemy, że wysokość h jest równa np. 1000 km, to, oczywiście, oba te założenia będą spełnione. A przecież na takiej i na większych wysokościach latają sputniki.

No i już na sam koniec obliczmy konkretną wartość liczbową prędkości v. Ponieważ na powierzchni Ziemi $g = 9,81\ \mathrm{m/s^2}$, zaś $r = 6370$ km, więc $v = \sqrt{rg} = 7,9$ km/s. A więc tyle, ile jest podawane w podręcznikach fizyki. Prędkość ta nosi nazwę pierwszej prędkości kosmicznej.

Małą Deltę przygotował Piotr HAJŁASZ