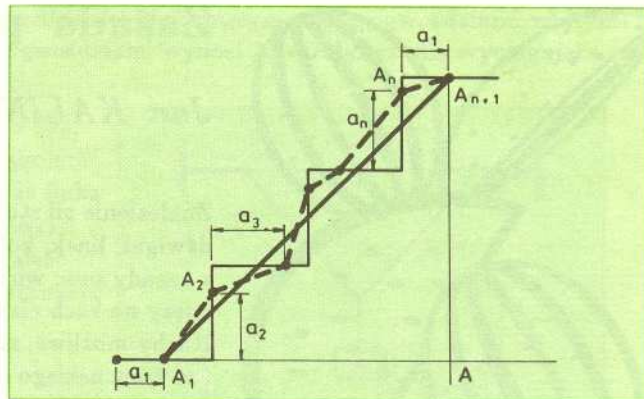


niecو dalsze rozumowanie oraz rozważyć oddzielnie przypadek  $n$  nieparzystego i parzystego. My założymy, że  $n$  jest parzyste podpowiadając, że drugi przypadek można, wykazując nieco sprytu, łatwo do tego sprowadzić.

Narysujmy łamaną (rys. 5) o  $n + 1$  bokach długości 1 i kolejno prostopadłych. Na bokach tej łamanej odłóżmy kolejno odcinki o długościach  $a_1, a_2, \dots, a_n, a_1$ . Łącząc końce tych odcinków tak jak na rysunku 5 otrzymamy łamaną  $A_1 A_2 \dots A_n A_{n+1}$ , której długość jest równa lewej stronie nierówności (ii). Łamana ta ma długość nie mniejszą niż długość odcinka  $A_1 A_{n+1}$ . Ta z kolei jest równa  $\sqrt{(A_1 A)^2 + (A A_{n+1})^2}$ . Zauważmy jednak, że odcinki  $A_1 A$  i  $A A_{n+1}$  są oba równe  $\frac{n}{2}$ . W efekcie



Rys. 5

$$\begin{aligned} & \sqrt{(1 - a_1)^2 + a_2^2} + \sqrt{(1 - a_2)^2 + a_3^2} + \dots + \\ & + \sqrt{(1 - a_{n-1})^2 + a_n^2} + \sqrt{(1 - a_n)^2 + a_1^2} \geq \\ & \geq \sqrt{\frac{n^2}{4} + \frac{n^2}{4}} = \frac{n\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$



## Zadania



Redaguje Paweł STRZELECKI

**M 643.** Na polach szachownicy  $111 \times 111$  wpisujemy w dowolny sposób jedynki i minus jedynki, po jednej liczbie na każdym polu. Pod każdą kolumną zapisujemy iloczyn liczb stojących w kolumnie, obok każdego wiersza – iloczyn liczb stojących w tym wierszu. Otrzymane w ten sposób 222 liczby dodajemy. Udowodnić, że uzyskana suma jest niezerowa.

Rozwiązanie na str. 16

**M 644.** Na polach szachownicy  $6 \times 6$  leży 18 nie zachodzących na siebie kostek domina (o wymiarach  $2 \times 1$  każda). Wykazać, że niezależnie od sposobu ich ułożenia można jedną z poziomych lub pionowych linii oddzielających pola przeciąć szachownicę na dwie części tak, by nie przeciąć na pół żadnej kostki domina.

Rozwiązanie na str. 16

**M 645.** Mamy pewną liczbę 1992-cyfrową podzielną przez 9. Niech  $k$  oznacza sumę cyfr tej liczby,  $m$  niech będzie sumą cyfr liczby  $k$ ,  $l$  zaś – sumą cyfr liczby  $m$ . Jakie wartości może przybierać  $l$ ?

Rozwiązanie na str. 16

Redaguje Jarosław KULPA

**F 341.** Pod jakim kątem w stosunku do pionu byłby widoczny z Warszawy satelita geostacjonarny nadający polskie programy i zawieszony nad równikiem na tej samej długości geograficznej co Warszawa. Promień Ziemi wynosi  $R \approx 6400$  km.

Rozwiązanie na str. 12

**F 342.** Do sprężynki przyłożono zmienne napięcie o częstotliwości  $\nu$ . Obliczyć częstotliwość dźwięku, jaki zaczęła wydawać drgająca sprężynka.

Rozwiązanie na str. 12