

Słońce wolno przesuwano się po niebie; cień rzucany przez wiekę skracal się pomaku, a gdy Cyrusowi Smithowi wydało się, że zaczyna się wydłużać, zapytał:

– Która godzina?

– Piąta i jedna minuta – odpowiedział Gedeon Spilett.

Pozostawo dokonac obliczenia: na Wyspie Lincolnia południe było wtedy, gdy w Waszyngtonie była piąta po południu. Słońce w swoim ruchu wokół Ziemi przebiega piętnaście stopni w ciągu godziny. Piętnaście pomnożone przez pięć daje siedemdziesiąt pięć. Ponieważ Waszyngton leży na siedemdziesiątym siódmym stopniu na zachód od Greenwich, więc wyspa znajduje się o siedemdziesiąt siedem plus siedemdziesiąt pięć stopni od południka przechodzącego przez Greenwich, czyli na sto pięćdziesiątym drugim stopniu długości zachodniej.

W ten sposób Cyrus Smith obliczył długość geograficzną Wyspy Lincolnia – „Wyspy Tajemniczej” – na którą rzucił go, wraz z innymi rozbitkami, los i wola autora, Juliusza Verne'a.

Inżynier Cyrus Smith miał to szczęście, że jego współtowarzyszowi niedoli, Gedeonowi Spilettowi, udało się uratować chronometr wskazujący czas waszyngtoński. Krzysztof Kolumb nie miał tego ułatwienia: w jego czasach nie było chronometrów.

Wprawdzie w wieże ratuszów i kościołów wbudowywano (już w połowie XIV wieku) wielkie zegary mechaniczne, to jednak na małych statkach Kolumba do pomiaru upływu czasu służyły klepsydry, w których przesypany był piasek. Taką klepsydrę trzeba było odwrócić, jeśli jej górna połowa się opróżniła. Zdarzało się, że obsługujący ją marynarz zasnął.

Mimo to Kolumbowi udawało się radzić z określaniem długości geograficznej. Długość geograficzną Jamajki, na której się znalazł w czasie czwartej wyprawy, wyznaczył w efektywny sposób, którym posługiwał się już Ptolemeusz, wykorzystując przewidziany z góry czas, w którym miało nastąpić zaćmienie Księżyca. Oto wypływając w swą drugą podróż miał okazję obserwować zaćmienie Księżyca na postoju w jednym z portów hiszpańskich w dniu 14 października 1494 roku, odnotowując czas miejscowy tego zaćmienia. Na tej podstawie – dzięki wiedzy astronomów – można było przewidzieć daty przyszłych zaćmień. Jedno z nich było przewidziane na 29 lutego 1504 roku. Zdarzyło się, że akurat wtedy Kolumb przebywał na Jamajce. Odnotował czas miejscowy zaćmienia, a znając przewidziany czas miejscowy dla wspomnianego portu hiszpańskiego, dostał w ten sposób różnicę czasów miejscowych, a więc i różnicę długości geograficznych Jamajki i owego portu w Hiszpanii. Niedokładności tego rodzaju pomiarów były nieuniknione, wynikające chociażby z niedokładności w wyznaczaniu czasów miejscowych. Niewykluczono były pomyłki przy ustalaniu czasów przewidywanych zaćmień. Pomyłka Kolumba była jednak wyjątkowo duża: dwie i pół godziny w różnicy czasów, a więc prawie 40 stopni, w kierunku zachodnim. Może właśnie dzięki tej pomyłce Kolumb był przekonany, że jest już blisko upragnionego Cipangu – jak Marco Polo nazwał kiedyś Japonię.

Były jeszcze inne, znane już wtedy, sposoby określania długości geograficznej. Regiomontanus (1436–1475) sporządził dla południka przechodzącego przez Norymbergę katalog zawierający czasy przechodzenia znanych gwiazd stałych przez ten południk w ich codobowej drodze wokół osi nieba. Dla ustalenia długości geograficznej miejsca, w którym znajdował się żeglarz, należało odnotować czas przejścia przez jego południk gwiazdy figurującej w katalogu. Jeśli katalog był dostatecznie bogaty, to dostatecznie często w ciągu doby trafiała się na południku żeglarza gwiazda w nim figurująca. Dodajmy jednak, że jeśli statek był w ruchu, ustalenie czasu miejscowego – chociaż teoretycznie proste – było kłopotliwe.

Właściwe nazwisko Regiomontanus brzmiało Johann Müller, ale że pochodził z Königsbergu (nie tego, nam znanego, tylko z miasteczka o tej nazwie leżącego w Dolnej Frankonii), stąd taka właśnie latynizacja nazwiska. Kierował obserwatorium astronomicznym w Norymberdze, a ostatnie lata życia spędził na dworze króla Macieja Korwina. Zasłynął odkryciami z zakresu trygonometrii sferycznej i chociaż wielu z tych odkryć można się doszukać u matematyków arabskich, to jego wpływ na naukę europejską był bezsporny. To z jego dzieł uczył się astronomii matematycznej Kopernik. Uczniem Regiomontanus był Martin Behaim.

Jeśliby szukać uczonego, który wywarł bezpośredni wpływ na Kolumba, to będzie nim przede wszystkim Martin Behaim. Ale żeby wyjaśnić rolę tego wpływu, trzeba powiedzieć coś więcej o samym Kolumbie. Urodził się w Genui, ale co do daty urodzenia uczeni spierają się o niebagatelne dziesięć lat. Mając lat szesnaście rozpoczął swe podróże, więc można wątpić, czy skończył jakieś studia. Mówi się, że studiował w Pawii, ale wiadomo też, że ulica w Genui, przy której się wychował, nosiła właśnie tę nazwę. Stolicą żeglarzy była w owym czasie Lizbona. Nic więc dziwnego, że żeglarz Kolumb znalazł się i w Lizbonie. Ale los sprawił, że się tam ożenił i został w Lizbonie na dłużej – lata 1474–1484.

Minęły już czasy Henryka Żeglarza, ale jego syn, Jan II, kontynuował dzieło ojca. Pod patronatem króla Jana działała w Lizbonie Junta uczonych, nawigatorów i astronomów, którzy dla celów przedsięwziętych przez Portugalczyków podróży sporządzali katalogi pozycji gwiazd stałych i planet oraz opracowywali mapy już odkrytych lądów. Wśród nich był Martin Behaim, który znalazł się w Lizbonie w tym samym mniej więcej czasie, co nie znany jeszcze nikomu Kolumb. Na mapach Behaima było już miejsce na Atlantyk, na położone na nim Wyspy Kanaryjskie i Wyspy Azorskie, ale były też na tych mapach wyspy hipotetyczne, leżące jeszcze dalej na zachód, o których zdarzało się, że opowiadali żeglarze. Te mapy poruszały wyobraźnię Kolumba: może tą hipotetyczną wyspą jest Cipangu, opisana przez Marco Polo?

Podróż Marco Polo dały wyobrażenie o ogromie lądu azjatyckiego, może nawet przesadne. Dlatego Cipangu lokowano znacznie dalej na wschód niżby należało, a więc, biorąc pod uwagę kulistość Ziemi, lokowano znacznie bliżej, niż należało,



Rozwiązanie zadania M 652. a) Niekoniecznie; łatwo np. sprawdzić, że sześcioąt powstały przez dobudowanie do każdego boku trójkąta równobocznego o boku $2 + \epsilon$ trójkąta równoramiennego o tejże podstawie i wysokości ϵ ma, dla małych $\epsilon > 0$, wszystkie boki dłuższe od 1 i wszystkie przekątne krótsze od 2.

b) Tak. Z trzech przekątnych AD , BE i CF zawsze można wybrać dwie, których kąt przecięcia jest nie mniejszy od 60° ; dla ustalenia uwagi przypuścimy, że to przekątne AD i BE . Wybierzmy punkt M tak, by czworokąt $BEDM$ był równoległobokiem (o przekątnych BD oraz EM). Wtedy $DM = BE > 2$ i $DA > 2$, kąt zaś między DM oraz DA jest równy co najmniej 60° , zatem, z twierdzenia cosinusów, $AM > 2$. Ponieważ $AB + BM \geq AM$, to przynajmniej jedna z odległości AB i $BM = DE$ musi być większa od 1.

od europejskich brzegów Atlantyku. To mogło ośmielać do myśli o podróży od wybrzeży Atlantyku na zachód. Jeszcze jedno przekonanie – nie przez wszystkich podzielane – było dość rozpowszechnione. Przyjrzyjmy się mapom starożytnych, a zobaczymy, że większość Ziemi zajmują lądy, a na morza i oceany pozostają wąskie pasy. Stąd, można przypuszczać, że i Atlantyckie nie powinien być przesadnie szeroki.

Kolumb przychylił się ku temu pogładowi, na co mógł mieć wpływ również pewien szczegół z jego życiorysu, który niektórzy z biografów skłonni są kwestionować. Lata 1484–87 Kolumb spędził gdzieś poza Portugalią. Nie poddaje się w wątpliwość tego, że był na Wyspach Brytyjskich, ale mówi się, że był na Szetlandach, że był na Islandii, a może nawet na Grenlandii. Stąd nieobce mogły być mu wiadomości o bliskości hipotetycznej Winlandii (dziś wiemy, że ten ląd będący bądź Nową Funlandią, bądź wprost dzisiejszą Ameryką, był rzeczywiście odwiedzany przez Wikingów). Można się zastanawiać, dlaczego do Cipangu nie wyruszył właśnie tą drogą.

Optymistyczne oceny Kolumba co do odległości do Cipangu nie były podzielane przez Portugalczyków, tym bardziej że Kolumb robił w swej argumentacji na rzecz przyszłej wyprawy często oczywiste błędy, np. szacując zbyt nisko długość równoleżnika, po którym miałyby płynąć na zachód. Oczywiście, sam pomysł płynięcia na zachód nie był im obcy, ale trudności przedsięwzięcia traktowali poważnie. Dodajmy jeszcze jedno: podróże Portugalczyków były dotąd (pominając Azory) podróżami na południe, a więc mniej więcej wzdłuż południka i kursem nie oddalającym statku zbyt daleko od brzegu. W ten sposób Vasco da Gama, płynąc wzdłuż brzegów Afryki, dotarł do przylądka Dobrej Nadziei kontynuując dzieło Henryka Żeglarza.

Historia podróży Kolumba jest dość dobrze znana. Matematyka jest w nich na dalekim planie, jeśli pominąć to, że biblioteka znajdująca się na jego statku – złożona z katalogów astronomicznych – była, jak się sądzi, bogata. Czy perypetie podróży pozwalały należycie z niej korzystać – należy wątpić.

Kolumb pozostawił po sobie zbiór dzienników podróży i pism składających się na dzieło o wartości nie tylko dokumentu. Szczególnie w późniejszych partiach tego dzieła znaleźć można wynurzenia człowieka dające wyobrażenie o jego charakterze i emocjach kierujących jego planami, pozwalających mu pokonywać trudności, jakie stawały materia i ludzie, od których nie zaznał wiele dobrego.

Nie zawdzięczał zbyt wiele nauce jemu współczesnej. Nie był wykształcony, a u ludzi uczonych – takich jak Behaim – szukał nie więcej niż utwierdzenia się w swoich przekonaniach. O matematyce – w tym przypadku trygonometrii – miał jedynie ogólne wyobrażenia. Nie korzystał z jej ówczesnego stanu. Matematyka czasów Ptolemeusza była dostateczna dla wykonania jego zadań. To, że dokonał swych odkryć przebywając w Portugalii i Hiszpanii, przemawia dodatkowo za tym, że jego dzieło nie musiało mieć wiele wspólnego z matematyką mu współczesną, która w jego czasach była w tych krajach w zastoju.

Mimo to należy uznać – wbrew temu, co pisze sam Kolumb, a co nie przeczy wcześniej przytoczonemu stwierdzeniu – że wpływ matematyki na odkrycia Kolumba był decydujący. Ale nie był to wpływ prosty. Jeśli ująć to krótko, to chyba tylko tak, że dzieło Ptolemeusza musiało dojrzewać w umysłach pokoleń uczonych – i to wcale nie matematyków – przez przeszłe tysiąclecie, aby przetwarzane i w rozmaity sposób adaptowane do potrzeb, doprowadziło w końcu do odkryć praktycznych. Wydaje się przy tym, że powszechność zrozumienia idei była ważniejsza niż jej doskonalenie.

Wspomniana była rezerwa, z jaką odnosił się Kolumb do nadmiernej uczoneści. Ale jak dalece była posunięta, daje się zobaczyć, jeśli przejrzy się jego pisma, szczególnie z ostatnich lat jego życia. Nie wydaje się, by zdania, które będą zacytowane, były wynikiem chwilowych emocji czy też próbą idealizacji jego poczyniań. Są w pismach Kolumba rzeczy dla nas zrozumiałe i bliskie, np. tam, gdzie mówi o pieniądzu i gdzie zabiega o uznanie królów. Ale to nie jest cały Kolumb. Oto, co pisze o tym, w co wierzy, o tym, co się w nim zakorzeniło gdzieś, kiedyś i co pokierowało jego życiem.

W rozdziale o Genezis [czytamy], że wody nie są obfite i... że kiedy zostały stworzone, miały tylko otulać ziemię, a kiedy się złączyły, zajęły niewiele miejsca. Mikołaj z Liry jest tego samego zdania. Arystoteles [również] mówi, że świat jest mały, wody jest niewiele i z łatwością się można dostać z Hiszpanii do Indii. To samo potwierdza Ibn Ruszd (Averroes) i kardynał Piotr z Aliaco. Opinia Seneki [również] się z tym pokrywa. Arystoteles mógł znać wiele tajemnic dzięki Aleksandrowi Wielkiemu, a Seneka dzięki cesarzowi Neronowi. Poświęcił oni mnóstwo pieniędzy i wiele istnień ludzkich, i dołożyli wielkich starań, aby poznać te tajemnice świata i rozszerzyć o nich wiadomości. Ów kardynał przypisuje tym autorom znaczenie większe niż Ptolemeuszowi i innym autorom greckim czy arabskim. Aby [wbrew Ptolemeuszowi] potwierdzić, że wody jest mało, przywołuje autorytet Ezdrasza z jego III księgi. Tam jest powiedziane, że z siedmiu części Ziemia sześć składają kontynenty, a tylko jedna jest pokryta wodą. Ta opinia potwierdzona jest przez świętych autorów [wymienieni są św. Augustyn i św. Ambroży], którzy mówią, że Ezdrasz był prorokiem podobnie jak Zachariasz, ojciec św. Jana. Wysłałem na ziemię świętą odkryte gubernatora; na nich – jestem pewny niezbitcie – znajduje się Raj ziemski.

Według Kolumba istniały poszlaki – dla Kolumba były to dowody – że ziemie przez niego odkryte leżą już blisko ziemskiego Raju. Przebywając na Karaibach zaobserwował dziwne zachowanie Gwiazdy Polarnej, której wysokość oscylowała w ciągu doby w granicach pięciu stopni (żadnej takiej oscylacji być nie powinno, jeśli obserwator nie zmienia szerokości geograficznej swego położenia). To skłoniło go do przypuszczenia, że Ziemia nie jest idealną kulą. Ale w swych wnioskach szedł dalej, przypisując Ziemi kształt gruszki, której węższe zakończenie znajduje się na półkuli zachodniej w pobliżu równika, niedaleko miejsc, w których się znajdował. Pisz: ... określiłem miejsce Raju ziemskiego zgodnie z nauką św. Kościoła.

c.d. na str. 16



Rozwiązanie zadania M 653. Z dziesięciu osób można wybrać $10 \cdot 9/2 = 45$ różnych par; ponieważ posiedzeń komisji było 40, a każda para spotykała się co najwyżej na jednym posiedzeniu, to spośród osób pracujących w tej komisji można wybrać co najmniej $40 \cdot 45 = 1800$ par. Z drugiej strony, z sześćdziesięciu osób można wybrać $30 \cdot 59 < 1800$ par, czyli komisja ma ponad sześćdziesięciu członków.



Rozwiązanie zadania M 654. Latwo zauważyć, że 9999^{9999} jest liczbą nieparzystą (bowiem iloczyn liczb nieparzystych jest nieparzysty). Zatem nasza liczba ma postać

$$9999^{2k+1} = (9 \cdot 11111)^{2k+1} = 9 \cdot 81^k \cdot 11111^{2k+1},$$

a stąd natychmiast wynika, że cyfra jedności jest równa 9.

W innym miejscu (w liście *Do Królów*) Kolumb pisze: *Już powiedziałem, że dla spełnienia wyprawy do Indii rozum, matematyka i mapy na nic się nie zdały; jedynie spełniało się to, co przepowiedział Izajasz. Jeśli jest wiara, jest pewne z góry zwycięstwo. Św. Piotr skoczył w morze i siedł w nim tak długo, jak długo podtrzymywała go wiara. Znaczna część prorocत्व jeszcze się nie wypełniła; opat Joachim Kalabryczyk powiedział, że ten, który ma [je wypełnić] ma wyjść z Hiszpanii.*

Widzimy więc, że Kolumb nie neguje roli matematyki, bo ją wspomina, chociaż pisze o niej źle. Czy jest sens rozpowszechniać tego rodzaju opinie wśród matematyków? Wydaje się, że nie tylko jest sens, ale i potrzeba, szczególnie w naszych czasach, kiedy zbyt prosto pojmujemy się związek matematyki z zastosowaniami. Ten związek bywa bardzo uwikłany, a na przykładzie Kolumba widać, że może istnieć nawet wtedy, kiedy odkrywca neguje jej rolę. Czy coś może bardziej podkreślać jej siłę? Błędem jest jednak przypisywanie matematyce patentu na wyłączność.

Dziwne są czasy Kolumba. Odkrywczy porywają się na rzeczy wielkie, chociaż nie są uczonymi. Może najbardziej bijącym w oczy przykładem jest Leonardo da Vinci – niemal równieśnik Kolumba. Tym, co ich łączy – w nieporównywalnych przecież przedsięwzięciach – jest jakieś wielkie ciśnienie myślowe. Towarzyszy ono także matematykom tamtych czasów. Odkrycia graniczą z magią, bo jak inaczej niż magią tłumaczyć można pojawienie się liczb ujemnych i urojonych, które są pomocą w rachunkach dających stosowalne wyniki?

Girolamo Cardano i jego niemal równieśnik Tartaglia (ur. ok. 1500) są nieco późniejsi niż okres Kolumba. Dokładnie współczesny Kolumbowi jest Luca Pacioli (1445–1514). Wspomnijmy jeszcze Michaela Stifela (1486–1567). Są to czołowi matematycy tego okresu. Główne ich odkrycia należą do arytmetyki i formującej się wtedy algebry. A żeglarstwo i równania trzeciego stopnia mogą mieć jedynie dalekie związki.

Chyba żeby za styczość z żeglarstwem znać właśnie pewną magiczność myślenia, towarzyszącą arytmetyce od jej zarania, żeby tylko wspomnieć Pitagorejczyków. Współczesny tym czasem Albrecht Dürer (1471–1528) przedstawia – zapewne nie bez powodu – na jednej ze swych grafik alegoryczną matematykę na tle kwadratu magicznego.

Siłą napędzającą odkrycia ludzi tego czasu nie zawsze jest wiedza, lecz najczęściej śmiałość, która nierzadko wynika z nieświadomości trudności i rozmiarów przedsięwziętych zadań. Ale widać i inne źródła, jakimi są przekonania oparte o wiarę, przy czym nie zawsze jest to wiara oparta o to samo pismo święte. Ibn Ruszdowi służył do tego Koran, a Stifel ma wiarę – w ówczesnym rozumieniu – heretycką. Historycy nauki uważają, że okres około 1500 roku jest w nauce okresem pustym. Minał już czas świetności nauki arabskiej i do przeszłości już należała subtelna scholastyka średniowiecznej Europy. Nie łagodzi tej oceny nawet to, że żyje i tworzy wtedy Kopernik. Jest to postać tak samotna, że można ją pomyśleć beczasowo. Okres ten jednak mimo wszystko nazywany jest przez historyków epoką Odrodzenia. Ta nazwa pochodzi zresztą od współczesnych, którzy – cytowany był Kolumb – nie grzeszyli skromnością.

Nauka naszych czasów nie jest przeżywana tak emocjonalnie, jak w czasach Kolumba. Odkrycia rozłożone są na zespoły uczonych. Nie nazywa się tych zespołów juntami. Wiedza pojedynczego uczonego podróżującego przez Atlantyk nie musi już być tak duża, jak kiedyś inżyniera Cyrusa Smitha. Teraz długość geograficzną i czas poda mu radio. Zresztą nie jest on jej ciekawy. Nie interesuje go problem położenia ziemskiego Raju – tego z dużych liter. Pism dawnych filozofów nie musi czytać. Jeśli w coś wierzy, to w koniec świata, bo wszystko zostało już jakoby odkryte. Podobnie zresztą myślał po swych podróżach Kolumb i przepowiadał koniec świata na rok 7000 po jego stworzeniu, ale przepowiednia się nie sprawdziła.



Zadania

Redaguje Paweł STRZELECKI

- M 652.** a) Każdy bok sześciokąta wypukłego ma długość większą od 1. Czy ten sześciokąt musi mieć przekątną o długości co najmniej 2?
b) Przekątne AD , BE i CF sześciokąta wypukłego $ABCDEF$ mają długości większe od 2. Czy ten sześciokąt musi mieć bok o długości większej od 1?
Rozwiązanie na str. 14

M 653. Pewna komisja parlamentarna zbierała się 40 razy. Na każdym posiedzeniu obecnych było dziesięciu członków komisji; wiadomo także, że każdych dwóch członków komisji spotkało się co najwyżej na jednym posiedzeniu. Udowodnić, że komisja liczy więcej niż 60 osób.
Rozwiązanie na str. 15

M 654. Jaka jest w zapisie dziesiętkowym cyfra jedności liczby $99999^{99999^{99999}}$?
Rozwiązanie na str. 15

Redaguje Jarosław KULPA

F 347. W jakiej odległości od Ziemi krążyłby Księżyc, gdyby Ziemia przestała się obracać? Masa Księżyca $m = 7,4 \cdot 10^{22}$ kg, masa Ziemi $M = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg, odległość Księżyca od Ziemi $r_0 = 384$ tys. km, promień Ziemi $R = 6,38$ tys. km. Założyć, że orbitalny moment pędu Księżyca i własny moment pędu Ziemi skierowane są zgodnie.
Rozwiązanie na str. 10

F 348. Ocenic minimalny promień x kulistej drobin, która może krążyć wokół Słońca. Założyć, że gęstość drobin jest równa gęstości Ziemi $\rho = 5500$ kg/m³, oraz że drobiną jest ciałem doskonale czarnym. Stała słoneczna (moc promieniowania Słońca na jednostkę powierzchni w pobliżu Ziemi) wynosi $\phi = 1326$ W/m². Przyspieszenie dośrodkowe Ziemi w ruchu wokół Słońca wynosi $a = 5,2 \cdot 10^{-3}$ m/s².
Rozwiązanie na str. 10