



**M 723.** Dany jest okrąg o promieniu 1. Jakie wartości może przyjmować wyrażenie  $AC^2 + BD^2$ , jeśli  $AB$  i  $CD$  są prostokadłymi cięciwami tego okręgu?

(Zadanie z egzaminu wstępnego na Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego)

Rozwiązanie na str. 7

**M 724.** Jakie wartości może przyjmować wyrażenie  $AC^2 + DB^2$ , jeśli  $A, B, C, D, X$  są takimi punktami płaszczyzny, że  $AX = BX = CX = DX = 1$  i  $\overline{AB} \circ \overline{CD} = 0$  ( $v \circ w$  oznacza iloczyn skalarny wektorów)?

Rozwiązanie na str. 7

**M 725.** Dana jest elipsoida o równaniu  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ ,  $0 < a < b < c$ . Udowodnić, że pewien przekrój tej elipsoidy płaszczyzną jest okręgiem.

Rozwiązanie na str. 8

### Redaguje Jarosław KULPA

**F 395.** Światło słoneczne o mniejszej długości fali jest silniej rozpraszane w atmosferze niż światło o większej długości. Dzięki temu zjawisku niebo ma kolor niebieski, a zachodzące Słońce jest czerwone. Ocenic, jaka część światła niebieskiego ( $\lambda = 400$  nm), a jaka czerwonego ( $\lambda = 700$  nm) padającego pionowo na Ziemię ulega rozproszeniu w atmosferze. Przeprowadzić analogiczne rachunki w przypadku promieni pochodzących od zachodzącego Słońca i padających na Ziemię stycznie. Gęstość powietrza przy powierzchni Ziemi wynosi  $\rho_0 = 1,2$  kg/m<sup>3</sup>, masa molowa powietrza  $\mu = 0,029$  kg/mol. Rozpraszanie światła w jednorodnym ośrodku opisuje wzór

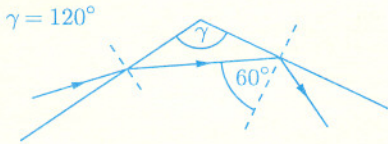
$I = I_0 e^{-\mu_1 x}$ , gdzie  $\mu_1 = \frac{32\pi^3 (n-1)^2}{3\lambda^4 N}$ ,  $n$  jest współczynnikiem załamania światła, przy powierzchni Ziemi współczynnik załamania dla powietrza wynosi  $n_0 = 1,00028$ ,  $N$  oznacza liczbę cząsteczek powietrza w jednostce objętości,  $I_0$  jest początkowym natężeniem światła,  $I$  zaś natężeniem światła po przejściu drogi  $x$ . Promień Ziemi wynosi  $R \approx 6400$  km.

Rozwiązanie na str. 9

**F 396.** Piłka kopnięta przez piłkarza niemal poziomo uzyskuje prędkość obrotową na obwodzie równą  $\epsilon = 20\%$  prędkości ruchu postępowego. Oś obrotu piłki jest pionowa. Oszacować początkowy promień krzywizny toru, po którym porusza się piłka. Na piłkę obracającą się w powietrzu z prędkością kątową  $\omega$  działa siła związana z efektem Magnusa określona przybliżonym wzorem  $F = 2m\mathbf{v}\omega$ , gdzie  $m$  jest masą powietrza o objętości piłki. Siła ta jest prostopadła do prędkości piłki  $\vec{v}$  i wektora  $\vec{\omega}$ . Gęstość powietrza wynosi  $\rho = 1,2$  kg/m<sup>3</sup>. Dane dotyczące piłki futbolowej: promień  $R = 11$  cm, masa  $M = 0,42$  kg.

Rozwiązanie na str. 8

**Odpowiedź na zagadkę.** Sąsiednie ścianki sześciokąta tworzą pryzmat o kącie łamiącym 120°. Przy symetrycznym biegu promienia kąt padania wynosi 60°. Tymczasem kąt graniczny (dla  $n = 1,31$ ) wynosi około 50°. Promień światła ulegnie nie załamaniu, lecz całkowitemu odbiciu wewnętrznemu.



## Patrz w niebo

Niejeden raz podkreślaliśmy w *Delcie*, że ciała Układu Słonecznego nie są do końca „martwe” – życia tam, oczywiście, nie ma (poza Ziemią), ale chodzi o to, czy na powierzchni danego globu coś się w ogóle dzieje. Na Księżycu akurat mało co. Poza powolną termiczną erozją skał, ciągłym działaniem promieniowania kosmicznego, wiatru słonecznego i ciał meteorowych zdarzają się czasami słabe wpływy niewielkich porcji gazów z głębi gruntu. Na Marsie natomiast wieją bardzo silne wiatry, na planetach olbrzymich wiatry te są w skali ziemskiej niewyobrażalne, na ich satelitach widać efekty ruchów górotwórczych i działalność wulkaniczną (Io, Tryton).

A pioruny? Otóż wyładowania elektryczne, poza Ziemią, występują na Jowisz i zapewne na Saturnie oraz Uranie. Voyager 1 przelatując 12 XI 1980 r. w pobliżu Tytana wykonał m.in. pomiary mające na celu stwierdzenie, czy na tym satelicie Saturna błyska się. Mówiąc w skrócie, fale radiowe towarzyszące wyładowaniom powinny zostać zarejestrowane przez radioodbiorniki sondy, a czułość aparatury umożliwiała zauważenie błyskawic 1000 razy słabszych od ziemskich.

Obserwacje nie dały żadnego wyniku, rejestrowane były tylko sygnały z Saturna. A sprawa jest poważniejsza, niż zwyczajne stwierdzenie, czy na Tytanie biją pioruny. Otóż zawartość rozmaitych węglowodorów obecnych w atmosferze Tytana częściowo może być wytłumaczona działaniem promieniowania słonecznego. Jednak zawartość np. etylenu C<sub>2</sub>H<sub>4</sub> przekracza możliwości tego mechanizmu. Produkcja etylenu mogłaby być wspomagana właśnie przez błyskawice, a skoro ich nie stwierdzono, to znaczy, że teoretycy powinni poszukiwać jeszcze innych mechanizmów. Następną natomiast szansą zbadania tego problemu „na miejscu” pojawi się nie wcześniej niż w XXI wieku, gdy do Saturna ewentualnie dotrze sonda Cassini i zrzuci na Tytana próbnik zdolny zarejestrować błyskawice 100 razy słabsze, niż mógł to zrobić Voyager 1.

Tomasz KWAST

Tak, kiedy Jowisz poprzedniczym  
grzmotem  
I rażącymi błyski świat uciska,  
Trzęsie się Atlas okropnym łoskotem,  
Jęczą pieczary i Etny łożyska,  
Pełne cyklopów; pod hartownym młotem  
Grom się rozżarza i iskrami pryska,  
Wulkan je nagli, a z swego warsztatu  
Raz wraz pociskiem straszonym grozi  
światu.  
Ignacy Krasicki  
*Monachomachia*, pieśń III, LVIII.