O wyjaśnianiu, tęczy, kształcie kropel deszczu i innych interesujących głupstwach

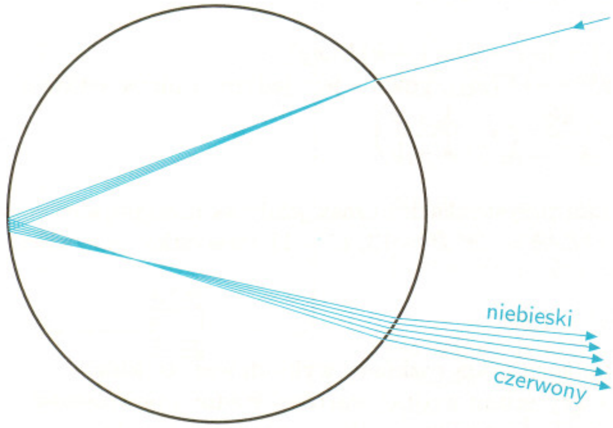
Bogusław JACKOWSKI

– Skąd się bierze tęcza?
– Ze zmieszania światła z deszczem.
– A poważniej?

1. Wyjaśnienie uproszczone, ale za to kolorowe

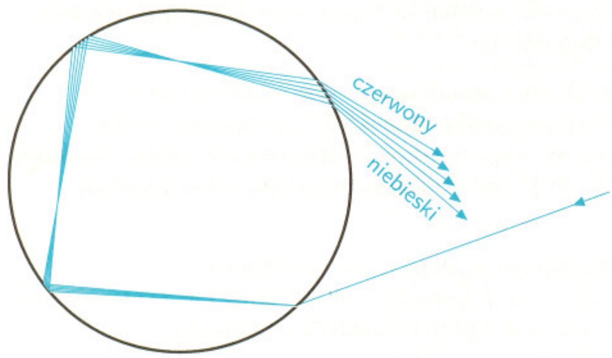
Tęcza powstaje, bo światło wpada do kropli, załamuje się, przy okazji się rozszczepia, i już rozszczepione odbija się od wewnętrznej powierzchni kropli, po czym wychodzi z kropli załamując się raz jeszcze, wewnętrzne odbicie i ponowne załamanie potęgują efekt rozszczepienia – i stąd tęcza.

Takie wyjaśnienie można znaleźć w wielu popularnych artykułach na temat tęczy. Towarzyszy temu na ogół schematyczny rysunek postaci:



Ten opis, tak uproszczony, że wahałbym się użyć doń określenia „wyjaśnienie", mimo wszystko coś pozwala zrozumieć – na przykład, dlaczego tęczę widzimy stojąc tyłem do Słońca i dlaczego czerwony kolor pojawia się na zewnątrz, a niebieski wewnątrz tęczy, jeśli tylko pamiętamy, że światło niebieskie ulega większemu załamaniu niż czerwone.

Jeśli rozważymy w równie uproszczony sposób dwukrotne wewnętrzne odbicie, to możemy – całkiem zresztą słusznie – dojść do wniosku, że odpowiada ono tęczy „wtórnej", w której kolejność kolorów powinna być odwrotna niż w tęczy pierwotnej

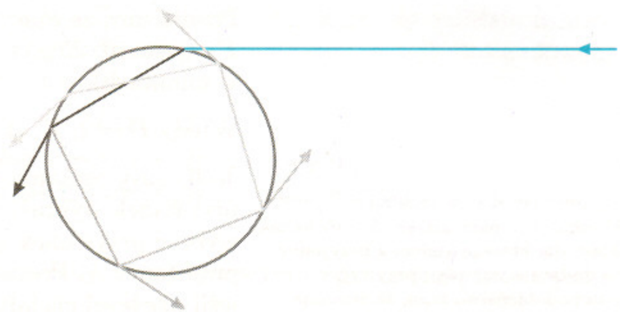


Czego zatem w powyższym wyjaśnieniu brakuje?

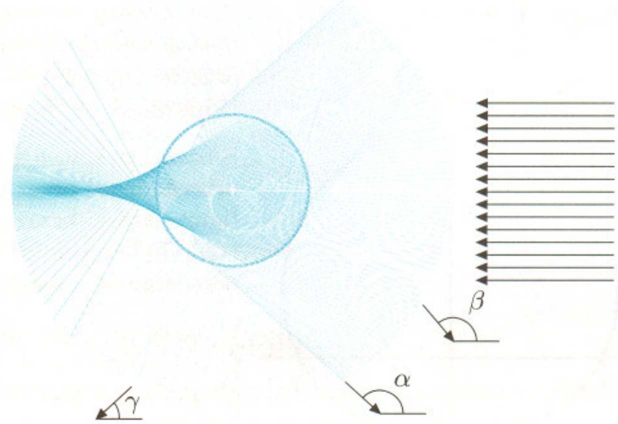
Brakuje odpowiedzi na pytanie, dlaczego promień kątowy jest równy na ogół około 40° (*Encyklopedia Popularna* PWN podaje zdumiewająco precyzyjną wartość 42,5°). Poprzednie ilustracje w żaden sposób nie wyróżniają jakiegokolwiek kierunku. Spróbujmy się zastanowić, skąd zatem bierze się uprzywilejowanie pewnych kierunków.

2. Wyjaśnienie dokładniejsze, opisujące tęczę monochromatyczną

Po pierwsze, zauważmy, że przy każdym odbiciu część światła opuszcza kroplę, a część wędruje dalej w jej wnętrzu. Uprościmy sobie życie i nie zadamy pytania „a jaka jest proporcja natężenia światła opuszczającego kroplę do natężenia światła pozostającego w kropli?". Przyjmiemy jedynie do wiadomości, że po każdym zetknięciu promienia z powierzchnią kropli natężenie światła maleje. Na poniższym rysunku efekt ten odzwierciedlony został za pomocą rozjaśniania promienia po kolejnych zetknięciach z powierzchnią kropli.



Zobaczmy, jaki efekt uzyskamy, rysując przebieg odbicia dla promieni padających na kroplę w różnej odległości od osi kropli, czyli jakby nakładając powyższe obrazy dla różnych promieni. Żeby uniknąć nadmiernego galimatiasu, wyobraźmy sobie, że na kroplę pada z prawej strony wiązka równoległych promieni, wysyłanych przez monochromatyczne źródło światła.

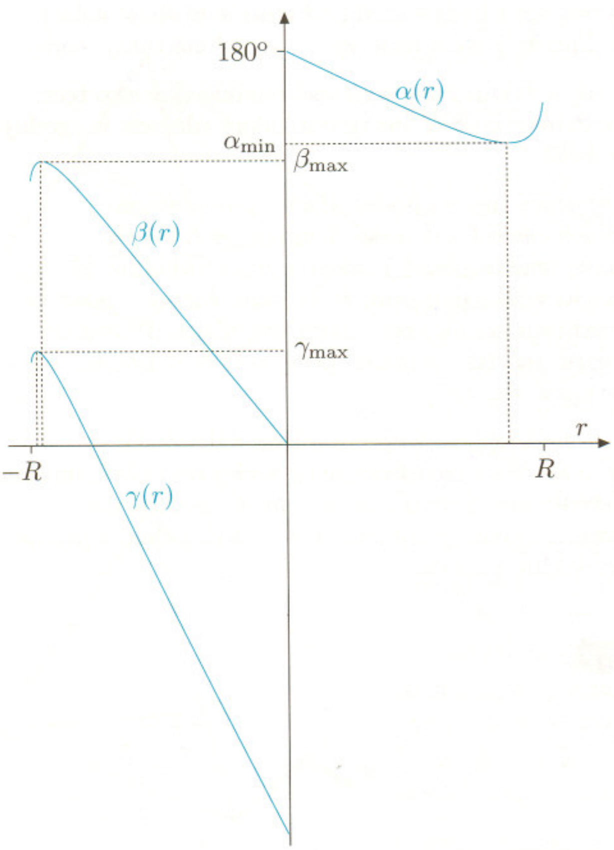


To, co rzuca się w oczy, to oczywisty fakt, że kropla działa jak soczewka: najwięcej światła opuszcza kroplę przy pierwszym wewnętrznym odbiciu – każdy, kto patrzył na Słońce przez ścianę deszczu, łatwo się z tą obserwacją zgodzi. A co z kolejnymi odbiciami? W plątaninie promieni trudno na pierwszy rzut oka się połapać, zwłaszcza jeżeli chodzi o bieg światła wewnątrz kropli. Na potrzeby rozważań o tęczy możemy się zanadto nie przejmować tym, co dzieje się wewnątrz kropli (tym bardziej, że ilustracja przedstawia bardziej artefakty, niż rzeczywisty obraz zjawiska). Co innego, gdybyśmy się zastanawiali nad rozproszeniem światła w „mętnym deszczu".

Skupmy się zatem na promieniach wychodzących z kropli: zauważymy wyraźne „zgęstki" promieni opuszczających kroplę w dół pod kątami zaznaczonymi na poprzednim rysunku jako α, β, γ oraz – symetrycznie – w górę.

Po staranniejszym przyjrzeniu się biegowi promieni dojdziemy do wniosku, że promienie odpowiedzialne za „zgęstek" wychodzący pod kątem α wpadają do kropli powyżej jej osi i wychodzą po jednokrotnym odbiciu; promienie odpowiedzialne za „zgęstki" wychodzące pod kątami β i γ wpadają do kropli poniżej osi i wychodzą odpowiednio po dwukrotnym i trzykrotnym odbiciu.

Analizując zależność między odległością padającego promienia od osi r i kątami wyjścia $\alpha(r)$, $\beta(r)$, $\gamma(r)$ dla jedno-, dwu- i trzykrotnego odbicia, zauważymy, że wszystkie trzy funkcje wykazują ekstrema.



Łatwo się zgodzić, że w kierunkach określonych przez wartości ekstremalne natężenie promieniowania opuszczającego kroplę będzie wyraźnie większe, gdyż w pobliżu ekstremów niewielka zmiana odległości promienia od osi powoduje znikomą zmianę kierunku promienia wychodzącego – stąd właśnie biorą się „zgęstki". Zatem rozsądne jest przypuszczenie, że tęcza i – dla kąta γ – halo obserwowane będą w tych właśnie kierunkach.

Konkretna wartość kąta zależy od współczynnika załamania i kształtu kropli. Przyjmując, że współczynnik załamania dla wody wynosi około 1,33 i że kropla jest idealnie kulista, można porachować, że $\alpha_{\min} \approx 137°$, $\beta_{\max} \approx 130°$ oraz $\gamma_{\max} \approx 43°$. Dla promieni wychodzących w górę otrzymuje się analogiczne wartości.

Jeżeli krople deszczu znajdują się nad nami, jak to na ogół bywa, to widzimy „zgęstki" wychodzące w dół: $\alpha_{\min}$ odpowiada kątowi, pod jakim widzimy tęczę pierwotną, $\beta_{\max}$ – kątowi, pod jakim widzimy tęczę wtórną, $\gamma_{\max}$ – kątowi, pod jakim widzimy halo wokół Słońca. Ponieważ natężenie promieniowania w poszczególnych kierunkach maleje (wykładniczo) wraz ze wzrostem liczby odbić wewnątrz kropli, mamy małe szanse zauważyć halo, patrząc w kierunku jaskrawo świecącego Słońca. Łatwiej zauważyć tęczę wtórną, która – jak to wynika z rozważań przeprowadzonych w poprzednim punkcie – powinna mieć odwrotny układ kolorów niż tęcza pierwotna. Z rozważań przeprowadzonych w tym punkcie wynika, że tęczę wtórną powinniśmy widzieć na zewnątrz tęczy pierwotnej.

3. Kształt kropel a kształt tęczy

Czy rozumowanie przedstawione w poprzednim punkcie wyjaśnia całkowicie mechanizm powstawania tęczy? Z pewnością nie. Na przykład nie wiadomo, jak na tej podstawie obliczyć natężenie światła wychodzącego w danym kierunku, co byłoby istotne przy empirycznej weryfikacji modelu tęczy.

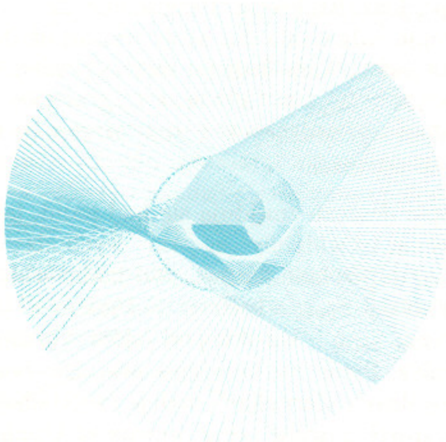
Ale moglibyśmy oszacować – gdyby nam się chciało rachować – szerokość kątową wstęgi tęczy. W tym celu należałoby obliczyć kąty ekstremalne dla widzialnego zakresu długości fal świetlnych, uwzględniając zależność współczynnika załamania światła od długości fali. Zostawmy sobie te proste, acz żmudne rachunki na inną okazję.

Ciekawsze jest uwzględnienie kształtu kropli. Oczywiście kształt kropli wyciągniętej do góry w coś w rodzaju stożka, rysowany przez ilustratorów książek dla dzieci, nie ma nic wspólnego z rzeczywistością. Tak wygląda kropla odrywająca się od kranu. Kropla lecąca w powietrzu musi być, podobnie jak pączek, nieco spłaszczona na skutek oporu powietrza. A tak naprawdę to powinna wykonywać drgania, natomiast o kształcie „pączkowatym" można myśleć jako o kształcie uśrednionym.

Załóżmy zatem, że kropla jest spłaszczona, a dokładniej, że ma kształt elipsoidy obrotowej o osi prostopadłej do kierunku padania światła. Są to –

wobec powyższych spostrzeżeń – drastyczne uproszczenia, ale i tak stanowiące istotne uogólnienie w stosunku do modelu kropli kulistej.

Niewielkie, zaledwie dziesięcioprocentowe spłaszczenie kropli powoduje zauważalną zmianę kierunków tęcz i halo. Najwyraźniejszej zmianie ulega kąt halo, nieco mniejszej – kąt tęczy pierwotnej, natomiast kąt tęczy wtórnej prawie się nie zmienia:



Poszczególne wartości dla tego konkretnego przypadku wynoszą: $\alpha_{\min} \approx 150°$, $\beta_{\max} \approx 128°$ oraz $\gamma_{\max} \approx 20°$. Podobny efekt dałoby pięcioprocentowe zwiększenie współczynnika załamania światła w modelu kropli kulistej, mianowicie: $\alpha_{\min} \approx 148°$, $\beta_{\max} \approx 113°$ oraz $\gamma_{\max} \approx 19°$. W tym przypadku kąt tęczy wtórnej uległby jednak wyraźnej zmianie.

Powyższe spostrzeżenia mogą być pomocne do posłużenia się tęczą w celu zaobserwowania kształtu kropel.

Ponieważ zgodnie z założeniem kropla ma kształt elipsoidy obrotowej, więc patrząc z góry, zaobserwowalibyśmy obraz taki sam jak w przypadku modelu kropli kulistej. Oznacza to, że kąt poziomego rozwarcia tęczy różniłby się od pionowego, a zatem tęcza miałaby kształt elipsy. Jeśli więc odległość między brzegami tęczy pierwotnej i wtórnej byłaby zmienna, oznaczałoby to, że krople deszczu są elipsoidalne.

Szczerze mówiąc, nigdy nie obserwowałem tęczy z tego punktu widzenia. A może Szanowny Czytelnik zauważył, czy brzegi tęcz są równo odległe?

4. Wyjaśnienia i pytania

Wygląda więc na to, że zamiast definitywnych wyjaśnień pojawiły się kolejne pytania:

– Jak obliczyć natężenie światła w danym kierunku?
– Czy kierunek spłaszczenia kropli powoduje zauważalne efekty?
– Jak drga kropla i jak to uwzględnić w modelu tęczy?
– Itp., itd...

No cóż, mądrzy ludzie powiadają, że jest to prawidłowość – im więcej wiemy, tym więcej nie wiemy. Brzmi to trochę jak kalambur, ale nie jest to wbrew pozorom jedynie gra słów. Rzeczywiście, wyjaśnienia nieuchronnie niosą nowe pytania, ale już precyzyjniejsze, głębsze, czyli – ponownie narażając się na zarzut gry słów – możemy powiedzieć, że trochę więcej wiemy, czego nie wiemy. Powyższe przykładowe trzy pytania są jednak innej natury, niż pytanie „skąd się bierze tęcza".

Ważniejsze jest to, że czegoś przecież się dowiedzieliśmy. Myślę, że na podstawie powyższych rozważań Szanowny Czytelnik sam zgadnie, skąd w encyklopedii wzięła się magiczna wartość 42,5° (dla ułatwienia powiem, że nieco dokładniejsza wartość kąta $\alpha_{\min}$ dla kropli kulistej wynosi 137,5°).

Ale jeszcze ważniejsze jest to, że nasza teoria poddaje się empirycznej krytyce. Wystarczy bowiem zmierzyć kąt, pod jakim widzimy tęczę, porównać z kątem wynikającym z naszej teorii i... No właśnie, przecież prawie na pewno nie uzyskamy pełnej zgodności. O tym, żeby uzyskać „encyklopedyczną" dokładność 0,5°, nawet nie ma co marzyć!

Co wtedy? Ano, można wszystko zwalić na niedokładność pomiaru, na nieznajomość współczynnika załamania światła w wodzie deszczowej (kropel, w których powstaje tęcza, nigdy nie złapiemy), na nieuwzględnione czynniki dodatkowe w rodzaju zapylenia powietrza. Sceptyków takie tłumaczenia nie przekonają, nas samych zresztą pewnie też nie.

Jeśli jednak tęcza wtórna (ta słabiej widoczna i rzadziej występująca) będzie na zewnątrz tęczy pierwotnej i będzie miała odwrotnie ułożone kolory, to skłonny jestem uwierzyć w wyłożoną tutaj teorię.

A jak w takim razie wyjaśnić rzadkie zjawisko tęcz wielokrotnych, i to mających kolory ułożone w zgodny sposób?

Wyjaśnień można podać kilka – pozostawiam Szanownemu Czytelnikowi zabawę w domysły. To, że trudno podać jednoznaczną wykładnię, nie świadczy jeszcze o tym, że za mało wiemy – powody powstawania kilku tęcz mogą być różne. Trzeba się wpierw zjawisku uważnie przyjrzeć, żeby potem móc wyciągać wnioski.

Mam nadzieję, że wyposażeni we wskazówki, wynikające z przedstawionych wyżej rozważań, możemy dostrzec więcej niuansów w tym olśniewającym zjawisku, jakim jest tęcza. I o to chyba chodzi przede wszystkim, prawda?

Rozwiązanie zadania M 963.
Z tezy zadania **M 961** wynika, że każdy z „poziomych" odcinków jest „pocięty" na m, a każdy z „pionowych" – na n równych części. W każdy z małych czworokątów wpiszmy liczbę równą jego polu. Powstaje w ten sposób tablica mn liczb. Z tezy zadania **M 962** wynika natomiast, że liczby w każdej kolumnie i w każdym wierszu tej tablicy tworzą ciąg arytmetyczny. Tak więc suma liczb w każdym wierszu jest m razy większa niż liczba w środkowej klatce, a suma liczb w środkowej kolumnie jest n razy większa niż liczba w środkowej klatce. Stąd wynika teza twierdzenia.