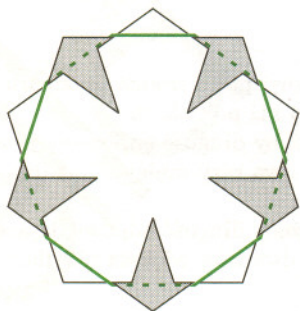


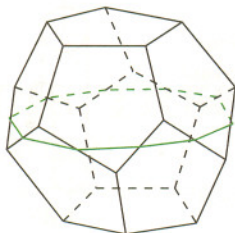
Zrób sobie wstający dwunastościan

Jeżeli na kartoniku narysować dwie takie figury, jak ta pod tekstem, wyciąć i pozaginać zewnętrzne pięciokąty w jedną stronę, to uzyska się interesującą zabawkę – wstający dwunastościan. Aby wstawał, trzeba się jeszcze zaopatrzyć w gumkę-recepturkę. Powinna ona być dłuższa niż obwód jednego pięciokąta, a krótsza niż dwa obwody. Powinna też być dość trudno rozciągalna (gdy ma się tylko bardzo łatwo rozciągalne gumki, należy wziąć dwie). Na stole kładziemy jedną z figur na drugiej tak, jak to wskazuje rysunek 1, i przyciskamy palcem do stołu (figury kładziemy tak, jakby pięciokąty miały się zaginać „do środka”, ale, oczywiście, całość jest płaska). Na to nakładamy gumkę (linia przerywana oznacza, że gumka biegnie dołem). Gdy powoli zmniejszymy nacisk palca, wstanie dwunastościan (rys. 2).

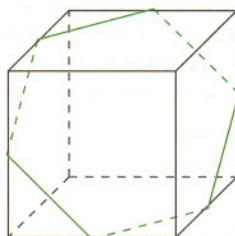
Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3

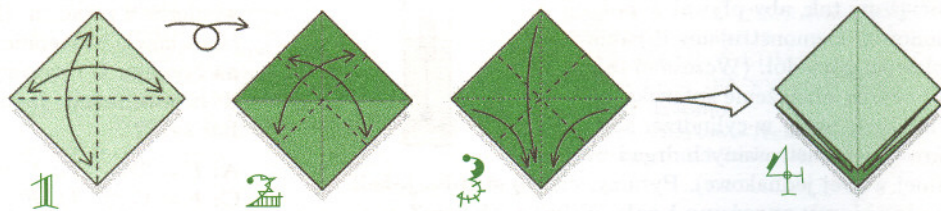


Można taki dwunastościan wkleić sobie do jakiegoś grubego zeszytu. Gdy go otworzymy na odpowiedniej stronie, okaże się, że mieścił się w nim prawdziwy dwunastościan.

Pomysł jest stary, a spopularyzowany został przez Hugona Steinhausa w jego *Kalejdoskopie matematycznym*. Nasuwa się jednak pytanie, czy nie ma więcej wielościanów, które mogłyby wyciniać podobne sztuczki.

Na przykład na sześcian można nałożyć gumkę tak, aby z niego nie mogła się zsunąć, nawet gdyby był bardzo śliski (rys. 3). Jeszcze łatwiej wyobrazić sobie taką gumkę na dwudziestościanie foremnym (przez środki jego dwudziestu krawędzi; będzie ona miała wtedy kształt dwudziestokąta foremnego – prawda?). Na czworościanie foremnym gumka też da się założyć – na cztery środki krawędzi tworzące kwadrat. Ale jakoś nie widać, żeby figury te chciały wstawać. A może wstawać może tylko dwunastościan?

M.K.



Zrób sobie płaszczyznę rzutową

Płaszczyzna rzutowa powstaje przez uzupełnienie zwykłej płaszczyzny kierunkami jej prostych, przy czym zakłada się, że wszystkie kierunki (cały horyzont) tworzą dodatkową prostą. Płaszczyzna rzutowa ma bardzo ciekawe własności topologiczne. Mimo tego „brzydkiego” słowa da się je prosto wyrazić: jest powierzchnią zamkniętą – jak sfera, a przy tym jednostronną – jak wstęga Möbiusa. Na dodatek nie mieści się w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej. Te dziwne własności powodują, że warto zrobić sobie coś takiego, czyli jej wierny model.

Do wykonania płaszczyzny rzutowej potrzebny jest suwak od starej kurtki i trochę (jakiegokolwiek, byle nie za bardzo sztywnego) materiału, np. ze ścierki. Z jednej części suwaka robimy wstęgę Möbiusa, czyli zszywamy go tak, jak na rysunku, żeby cały brzeg był z ząbków. Widać, że może nawet lepszy od suwaka z kurtki byłby suwak ze zniszczonego śpiwora, bo wstęga wychodzi nieoczekiwanie mała. Następnie wycinamy koło takie, żeby jego brzeg dał się w całości obszyć drugą częścią suwaka – znów ząbkami na zewnątrz.

A teraz zapinamy suwak. No właśnie! Suwak nie zechce się zapiąć nawet wtedy, gdy przed szyciem zapinał się znakomicie. Zapiąć się nie może, bo gdyby się zapiął, to mielibyśmy w rękę model płaszczyzny rzutowej, a ta przecież w przestrzeni trójwymiarowej zmieścić się nie da. Pozostaje więc ewentualne przyglądanie się płaszczyźnie rzutowej trochę rozpiętej, albo przeniesienie się do więcejwymiarowej przestrzeni, gdzie będzie można ją dopiąć.

M.K.