



### Rozwiązanie zadania F 625.

W czasie  $\Delta t$  do sondy przyczepia się średnio  $nSv\Delta t$  drobin. Początkowy pęd układu chmura-sonda wynosi  $p_1 = Mv$ , a końcowy:  $p_2 = (M + mnSv\Delta t)v'$ , gdzie  $v'$  to prędkość sondy po czasie  $\Delta t$ . Z zasady zachowania pędu  $p_1 = p_2$ , więc

$$a = \frac{1}{\Delta t}(v' - v) = \frac{v}{\Delta t} \left( \frac{M + mnSv\Delta t - M}{M + mnSv\Delta t} \right)$$

a gdy  $\Delta t \rightarrow 0$ , to

$$a = \frac{mnSv^2}{M}$$



### Rozwiązanie zadania M 1069.

Z drugiego równania mamy

$$xy = 1 + z^2$$

skąd wniosek, że liczby  $x$ ,  $y$  są albo obie dodatnie, albo obie ujemne. To w połączeniu z pierwszym równaniem dowodzi, że  $x, y > 0$ . Dalej, stosując nierówność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną, mamy

$$(*) \quad 1 = \frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy} = \sqrt{1+z^2}$$

skąd otrzymujemy  $z^2 \leq 0$ . Stąd wniosek, że  $z = 0$ , oraz że w nierówności (\*) zachodzi równość. To oznacza, że

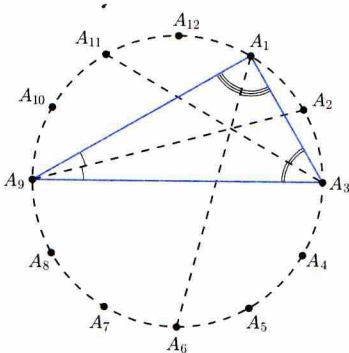
$$x = y = 1$$

Zatem  $(x, y, z) = (1, 1, 0)$  jest jedynym rozwiązaniem danego układu.



### Rozwiązanie zadania M 1070.

Opiszmy okrąg na dwunastokacie  $A_1A_2 \dots A_{12}$ .



Z równości cięciw  $A_3A_6$  i  $A_6A_9$  wnioskujemy, że prosta  $A_1A_6$  jest dwusieczną kąta  $A_3A_1A_9$ . Analogicznie, proste  $A_2A_9$  oraz  $A_3A_{11}$  są odpowiednio dwusiecznymi kątów  $A_1A_9A_3$  oraz  $A_9A_3A_1$ . Zatem proste  $A_1A_6$ ,  $A_2A_9$ ,  $A_3A_{11}$  są dwusiecznymi kątów wewnętrznych trójkąta  $A_1A_3A_9$ , czyli przecinają się w jednym punkcie.

## Patrz w niebo

Wydaje się, że powstawanie czarnych dziur w wyniku eksplozji supernowych jest zjawiskiem niezłe już poznanym. Teoria ewolucji gwiazd przewiduje (a obserwacje potwierdzają), że gwiazda o masie kilku mas Słońca, zużywszy w swoim centrum wodór, powstały z niego hel i powstałe z niego cięższe pierwiastki, wytwarza w końcu jądro żelazne. Żelazo paliwem jądrowym być już nie może, gdyż synteza jeszcze cięższych pierwiastków nie prowadzi do produkcji energii (jak synteza helu z wodoru), lecz wymaga dostarczenia energii. Dlatego żelazne jądro zapada się do stanu czarnej dziury, jeżeli przed zapaścią miało masę nie mniejszą niż 2–3 masy Słońca. Bardziej zewnętrzne warstwy gwiazdy zostają podczas tego kataklizmu rozerwane i w końcu rozpraszają się, stając się częścią materii międzygwiazdowej. Z gwiazd najmaszywniejszych mogą prawdopodobnie pozostawać czarne dziury o masach rzędu 10 mas Słońca.

Z kolei w samych centrach wielu galaktyk obserwuje się obiekty, które najprawdopodobniej są czarnymi dziurami o masach od miliona Słońc wzwyż. Jeżeli nawet pominąć fakt, że właściwie nie wiadomo, jak one powstają, to jedno wydawało się pewne: nie ma czarnych dziur o masach pośrednich. Tymczasem w 2000 roku pojawiło się doniesienie o odkryciu, za pomocą rentgenowskiego satelity Chandra, w galaktyce M82 czarnej dziury o masie nieprzekraczającej 100 000 mas Słońca. Świadczyć o tym miały dość szybkie zmiany jasności pewnego punktowego źródła w pobliżu centrum tej galaktyki. Rzecznik zespołu opiekującego się satelitą ogłosił wkrótce, że zmiany jasności mogły zostać zaobserwowane – niestety – z przyczyn tylko technicznych. Górną granicę masy, czyli 100 000 mas Słońca, należało więc odwołać, ale sama ogromna jasność obiektu dowodzi, że obecna tam czarna dziura powinna mieć masę co najmniej 500 mas słonecznych, a więc nie mogła powstać w wyniku ewolucji pojedynczej gwiazdy. Na razie nie wiadomo, ani jak powstała, ani czy może mieć coś wspólnego z bardzo masywnymi czarnymi dziurami obecnymi w centrach galaktyk.

Tomasz KWAST

## Sierpień

Wielka szkoda, że Strzelca widać w Polsce tak nisko. Przesuwa się nad południowym horyzontem m.in. właśnie w sierpniowe wieczory, nigdy jednak nie widać go w całości. Jest gwiazdozbiorem zodiakalnym, a więc od czasu do czasu bywają w nim planety (choć w tym roku akurat nie). Przez niego przebiega Droga Mleczna, mnóstwo więc jest w nim gromad otwartych i mgławic, zarówno jasnych, jak i ciemnych. W nim znajduje się centrum naszej Galaktyki. Gdyby nie materia międzygwiazdowa przesłaniająca odległe gwiazdy, to centralne zgęszczenie Galaktyki świeciłoby według niektórych ocen jak Księżyc w pełni. Zdumiewające jest, że mimo obecności materii międzygwiazdowej widać w Strzelcu kilka gromad kulistych, które leżą przecież daleko poza dyskiem Galaktyki. Jeżeli, będąc na wakacjach, znajdziemy się w miejscu, gdzie jest czyste powietrze i brak jest świateł na południu, to warto w południowe niebo skierować choćby lornetkę.

Wenus jest w Bliźniętach i widać ją jako Gwiazdę Poranną. Najdalej kątowno od Słońca ( $46^\circ$  na zachód) znajdzie się 17 VIII. W Bliźniętach jest też Saturn, który zaczyna być widoczny rano, natomiast Mars i Jowisz są w Lwie, blisko Słońca, przez co praktycznie ich nie widać. Nów Księżycy wypada 16 VIII, a pełnia 30 VIII. Żadnych zaćmień ani zakryć jasnych gwiazd w sierpniu nie będzie.

T. K.