



Rozwiązanie zadania M 1165.

Z danej w treści zadania podzielności oraz z tożsamości

$$(m+n-1)(m+n+1) = (m^2+n^2-1) + 2mn$$

wynika, że liczba $2mn$ jest podzielna przez $m+n-1$. A zatem gdyby liczba $m+n-1$ była pierwsza, to musiałaby być dzielnikiem jednej z liczb $2, m, n$. To jednak nie jest możliwe, bowiem liczba $m+n-1$ jest większa od $2, m$ oraz n .



Rozwiązanie zadania M 1167.

Dla $m=1$ lub $m=2$ teza jest spełniona. Przyjmijmy więc, że $m \geq 3$ oraz oznaczmy

$$f^m(x) = \underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{m \text{ razy}}(x).$$

Z równości $f(x) = f(y)$ wynika, że

$$f^{m-1}(f(x)) = f^{m-1}(f(y)),$$

czyli $x=y$. Zatem funkcja f jest różnowartościowa, a skoro jest ciągła, to jest albo rosnąca, albo malejąca.

Przyjmijmy, że funkcja f jest rosnąca, oraz przypuśćmy, że $f(x) > x$ dla pewnego $x \in \mathbb{R}$. Wtedy

$$f(f(x)) > f(x) > x,$$

skąd przez łatwą indukcję dostajemy $f^k(x) > x$ dla każdej liczby całkowitej dodatniej k . W szczególności dla $k=m$ uzyskujemy $f^m(x) > x$, czyli $x > x$ – sprzeczność. Analogicznie wykluczamy zależność $f(x) < x$. Zatem $f(x) = x$ dla każdego $x \in \mathbb{R}$.

Przyjmijmy z kolei, że funkcja f jest malejąca. Wtedy f^2 jest funkcją rosnącą oraz $(f^2)^m(x) = x$ dla każdego $x \in \mathbb{R}$. Stosując rozumowanie z poprzedniego akapitu, wnioskujemy, że $f^2(x) = x$ dla każdego $x \in \mathbb{R}$, a więc $f(f(x)) = x$.



Patrz w niebo

Wydaje się, że wśród galaktyk tzw. normalnych, tzn. z wykluczeniem karłowatych, galaktyki spiralne stanowią 75% (reszta to eliptyczne i nieregularne). Czyli fenomen spiralności musi być powszechny. I rzeczywiście, mechanika podaje mechanizm, dzięki któremu dostatecznie płaska galaktyka ma szansę stać się spiralną. Z kolei wśród galaktyk spiralnych galaktyki spiralne przegrodzone stanowią co najmniej 1/5, a może nawet 1/2, czyli też sporo. Przegroda (poprzeczka) to centralne zgęszczenie wyglądające jak dość silnie wydłużona elipsoida trójosiowa obracająca się wokół najkrótszej osi, a dopiero z jej końców rozwijają się ramiona spiralne. I znów mechanika mówi, że tak mogłaby się zachowywać elipsoida jednorodna, np. z nieściśliwej cieczy, ale poprzeczka to przecież zbiorowisko gwiazd, a więc budulec zupełnie nie ten.

Niedawne rozważania teoretyczne (zresztą mocno skomplikowane) dowodzą, że poprzeczka sprzyja przepływowi materii międzygwiazdowej z peryferyjnych obszarów galaktyki do centrum. Tam musi dojść do gwałtownych procesów gwiazdotwórczych, najmaszywniejsze gwiazdy rychło wybuchną jako supernowe itd., a w wyniku tego ogólnego zamieszania poprzeczka powinna ulec zniszczeniu. Z drugiej strony, tak wysoki procent galaktyk przegrodzonych dowodzi, że wobec tego poprzeczki powinny być strukturami odnawiającymi się. Dowodziłyby tego przykłady galaktyk mających wewnątrz dużej poprzeczki drugą małą, w dodatku inaczej zorientowaną. Jako przyczynę powstawania poprzeczek podaje się najczęściej oddziaływanie innych galaktyk. Wniosek na dziś jest taki, że samo istnienie poprzeczek jest zjawiskiem bardziej skomplikowanym, niż się zdawało i przez to nie do końca jeszcze wyjaśnionym, w szczególności poprzeczki są zapewne strukturami nietrwałymi, nieustannie niszczone i odradzające się.

Tomasz KWAST

Kwiecień

W kwietniowe wieczory dominuje na niebie Lew. Jego najjaśniejsza gwiazda (1,34 mag), alfa – Regulus, leży niemal dokładnie na ekliptyce. Nic więc dziwnego, że dość często jest zakrywany przez Księżyc (np. dwukrotnie został zakryty w marcu). Od nas znajduje się w odległości 21 pc. Jest właściwie gwiazdą potrójną. Najjaśniejszy składnik Regulusa jest obiegany przez układ dwóch słabych gwiazd. W Lwie widać wiele galaktyk, oczywiście na zdjęciach. Z tego gwiazdozbioru wybiega w połowie listopada rój meteorów – Leonidów, pochodzący z resztek komety Tempel-Tuttle. Regulus do XVI wieku nosił nazwę Rex, czyli Król, a używane dziś zdrobnienie jako nazwę nadał mu Kopernik. Z kolei na północ od Lwa leży Mały Lew, a na południe Sekstant – oba te gwiazdozbiory wprowadził na niebo Heweliusz.

Wenus jest w Byku i widać ją wieczorami po zachodzie Słońca. Mars jest w Wodniku i wschodzi dopiero nad ranem. Jowisz jest w Wężowniku, wschodzi późnym wieczorem i widać go do rana. Saturn jest na granicy Raka i Lwa, przez co widać go w pierwszej połowie nocy. Pełnia Księżyca wypada 2 IV, a nów 17 IV. Księżyc zakryje Antaresa 7 IV, co zobaczą mieszkańcy Ameryki Południowej, Antarktydy (jeżeli tacy się znajdą) i Oceanii; Marsa 14 IV, co będzie widać we wschodniej i południowej Azji; Saturna 25 IV i to zobaczą mieszkańcy Grenlandii, północnej Kanady, Alaski i Syberii, oraz Regulusa (jak od dawna co miesiąc) 26 IV, ale to zobaczą mieszkańcy Północnej Ameryki i Arktyki. W kwietniu mamy szansę zobaczyć meteory ze średnio obfitego roju Lirydów, którego maksimum przypada około 21 IV.

T. K.