delta
MATEMATYKA – FIZYKA – ASTRONOMIA – INFORMATYKA
Olimpiada

Zadania I stopnia Olimpiady Fizycznej, Astronomicznej i Matematycznej oraz Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów 2008/2009

LVIII OLIMPIADA FIZYCZNA

ZADANIA ZAWODÓW I STOPNIA

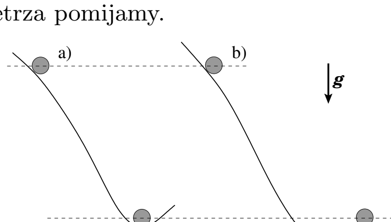
Rozwiązania zadań I stopnia należy przesyłać do **Okręgowych Komitetów Olimpiady Fizycznej** w terminach: część I – do 15 października br., część II – do 15 listopada br. O kwalifikacji do zawodów II stopnia będzie decydować suma punktów uzyskanych za rozwiązania zadań części I i II. Szczegóły dotyczące regulaminu oraz organizacji Olimpiady można znaleźć w broszurze i na afiszu rozesłanych do szkół średnich oraz na stronie internetowej `http://www.kgof.edu.pl`.

CZĘŚĆ I (termin wysyłania rozwiązań – 15 października 2008 r.)

Uwaga: Rozwiązania zadań należy zamieścić w kolejności zgodnej z ich numeracją. Wszystkie strony pracy powinny być ponumerowane. Na każdym arkuszu należy umieścić nazwisko i imię oraz adres autora pracy. Na pierwszym arkuszu pracy dodatkowo należy podać nazwę, adres szkoły i klasę oraz nazwisko i imię nauczyciela fizyki.

Podaj i krótko uzasadnij odpowiedź. Za każde z 15 zadań można otrzymać maksimum 4 punkty.

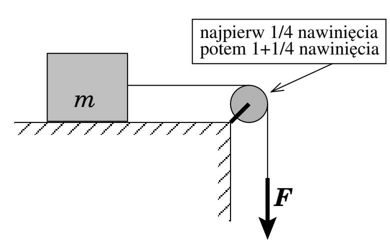
1. Rozważmy walec staczający się po torach przedstawionych na rysunku 1. W obu przypadkach jest to ten sam walec, początkowe i końcowe położenia środka masy są odpowiednio takie same, walec początkowo spoczywa, a toczy się bez poślizgu i nie podskakuje po drodze. W którym przypadku w położeniu końcowym walec ma większą energię kinetyczną ruchu obrotowego? W którym przypadku w położeniu końcowym walec ma większą prędkość liniową? Tarcie toczne i opór powietrza pomijamy.



Rys. 1

2. Drużyny startują w zawodach na przeciąganie liny. Jak powinni ustawić się zawodnicy: od najwyższego do najniższego (patrząc od drużyny przeciwnej), czy odwrotnie, aby szansa na zwycięstwo była większa? Zakładamy, że współczynnik tarcia butów o podłoże jest dla każdego z zawodników taki sam. Przyjmij, że każdy z zawodników trzyma linę w 2/3 swojej wysokości.

3. Lina jest przewieszona przez nieruchomy walec (rys. 2). Z jednej strony jest przymocowany klocek o masie $m = 1\,\mathrm{kg}$, z drugiej ciągniemy pionowo w dół z siłą $F = 10\,\mathrm{N}$. W tym przypadku przyspieszenie klocka wynosi $a_1 = 5\,\mathrm{m/s^2}$. Następnie linę zawinięto dodatkowo jeden raz na walcu. Ile wynosi przyspieszenie a_2 klocka w tym przypadku, jeśli za wolny koniec liny ciągniemy ponownie z siłą $F = 10\,\mathrm{N}$?



Rys. 2

Miedzy klockiem a podłożem nie ma tarcia, jest jednak niezerowe tarcie między liną a walcem. Lina jest cienka, wiotka, nieważka i nierozciągliwa. Powierzchnia walca jest taka sama w każdym miejscu.

Wskazówka: Załóżmy, że naprężenie z jednego końca liny wynosi N_1, a z drugiego – N_2. Jeśli naprężenie z jednego końca wzrośnie k razy (gdzie k jest dowolną liczbą), to również naprężenie z drugiego końca wzrośnie k razy.

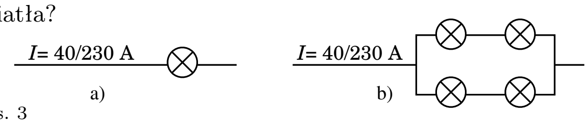
4. Z odległości $x = 1\,\mathrm{m}$ zrobiono zdjęcie świecącemu przedmiotowi. Czas naświetlania wynosił $T_1 = 1/10\,\mathrm{s}$. Następnie między aparat a przedmiot wstawiono akwarium o takich rozmiarach, że tylna ścianka niemal dotykała przedmiotu, a przednia niemal dotykała obiektywu aparatu. Potem zmieniono ogniskową aparatu tak, żeby obraz przedmiotu na matrycy miał taką samą wielkość jak poprzednio. Jaki powinien być czas naświetlania T_2 w tym drugim przypadku, aby jasność przedmiotu na zdjęciu była taka sama jak poprzednio?

Przyjmij, że średnica d otworu przysłony obiektywu oraz czułość matrycy aparatu są w obu przypadkach takie same. Pomiń odbicie światła na granicach ośrodków oraz pochłanianie i rozpraszanie światła w wodzie. Prócz przedmiotu nie ma żadnych innych źródeł światła. Przedmiot był mały i znajdował się na osi optycznej aparatu. Przy obrocie przedmiotu o mały kąt (rzędu d/x) wygląd przedmiotu i natężenie światła dochodzącego do obiektywu nie ulega zauważalnej zmianie. Wartości pozostałych danych, potrzebnych do rozwiązania zadania, wyszukaj w tablicach.

5. Trzy osoby chcą się dostać szosą z punktu A do punktu B odległego o $s = 50\,\mathrm{km}$. Mają dwuosobowy motocykl, który rozwija prędkość $60\,\mathrm{km/h}$ bez względu na to, czy jedzie nim 1 czy 2 osoby. Tylko pierwsza z tych osób ma prawo jazdy; druga idąc szosą porusza się z prędkością $v_1 = 4\,\mathrm{km/h}$, a trzecia – z prędkością $v_2 = 6\,\mathrm{km/h}$.

Jaki jest najkrótszy czas, w którym wszystkie te trzy osoby dotrą do celu swojej podróży?

6. Rozważmy przedstawione na rysunkach dwa układy identycznych żarówek. Każda z żarówek jest zwykłą żarówką o (skutecznym) napięciu znamionowym $230\,\mathrm{V}$ i mocy $40\,\mathrm{W}$. W obu przypadkach całkowity prąd (skuteczny) I, płynący przez układ, jest równy $40/230\,\mathrm{A}$. W którym przypadku w pokoju będzie jaśniej, tzn. który układ emituje więcej światła?



Rys. 3

Rozważ dwa przypadki:

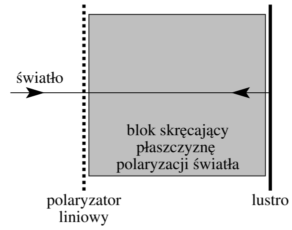
i) Teoretyczny przypadek, w którym pomijamy zależność oporu włókna żarówki od temperatury.
ii) Przypadek rzeczywisty z włóknem wolframowym.

W razie potrzeby skorzystaj z informacji zawartych w dostępnych ci źródłach.

7. Na poziomym stole przykrytym cienkim obrusem spoczywa jednorodna kula. Nagle szarpiemy za obrus, wyciągając go spod kuli. Opisz jakościowo zachowanie kuli od momentu, kiedy zetknie się z powierzchnią stołu (w tym podaj, czy kula stoczy się ze stołu, a jeśli tak, to w którą stronę).

Przyjmij, że nie występuje tarcie toczne i opór powietrza. Stół jest na tyle duży, że kula przestaje się ślizgać po stole, zanim z niego spadnie. Współczynnik tarcia kuli o obrus wynosi $f_1 = 0{,}4$, a kuli o stół – $f_2 = 0{,}2$.

8. Układ optyczny składa się z polaryzatora liniowego, bloku skręcającego płaszczyznę polaryzacji światła (patrz dalej) oraz lustra (rys. 4). Promień światła przechodzi przez polaryzator, następnie przez blok skręcający płaszczyznę polaryzacji światła, odbija się od lustra i poprzez blok skręcający płaszczyznę polaryzacji światła wraca do polaryzatora. Czy można tak dobrać grubość bloku d, aby powracająca wiązka była całkowicie wygaszona przez polaryzator?



Rys. 4

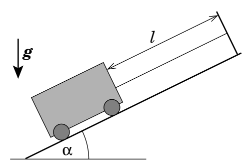
Rozważ następujące przypadki:

a) blok skręcający płaszczyznę polaryzacji światła jest kuwetą z roztworem sacharozy (kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji jest równy $\alpha = kcd$, gdzie c jest stężeniem roztworu, d – grubością warstwy, przez którą przechodzi promień, k – stałą);

b) blok skręcający płaszczyznę polaryzacji światła jest substancją skręcającą tę płaszczyznę pod wpływem pola magnetycznego równoległego do wiązki światła (kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji jest równy $\alpha = vd\,\vec{n}\cdot\vec{B}$, gdzie $\vec{B}$ jest wektorem indukcji zewnętrznego pola magnetycznego, $\vec{n}$ – kierunkiem biegu promienia, d – grubością warstwy, przez którą przechodzi promień, v – stałą zależną od rodzaju materiału).

9. Wózek o całkowitej masie $m = 10\,\mathrm{kg}$ znajduje się na równi pochyłej o kącie nachylenia $\alpha = 30^\circ$. Wózek jest przywiązany do słupka wiotką, nierozciągliwą liną długości $l = 1\,\mathrm{m}$ (patrz rysunek 5). Jaką najmniejszą siłą, w którym punkcie układu przyłożoną i w jakim kierunku należy podziałać, aby (wolno) przesunąć wózek w górę równi na odległość $a = 0{,}01\,\mathrm{m}$?

Nie występuje opór toczenia przy przesuwaniu wózka w górę (lub w dół) równi, ale wózek nie przesuwa się na boki. Jeśli siła potrzebna do przesunięcia zmienia się w trakcie przesuwania, podaj maksymalną wartość tej siły.

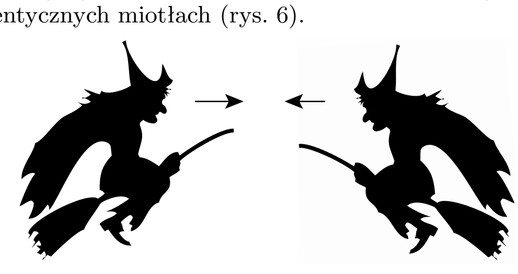


Rys. 5

10. Rozważmy dwie metalowe powłoki w kształcie sfer. Pierwsza z nich jest naładowana ładunkiem Q, a druga jest obojętna elektrycznie. W jakiej sytuacji jest możliwe, aby w wyniku zetknięcia tych powłok cały ładunek z pierwszej powłoki przepłynął do drugiej powłoki? A może jest to niemożliwe?

Zakładamy, że nie występują żadne zewnętrzne pola elektryczne.

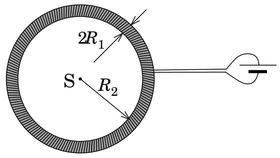
11. Mijają się dwie relatywistyczne czarownice lecące na identycznych miotłach (rys. 6).


Rys. 6

W układzie czarownicy A długość miotły czarownicy B wynosi l_B, a w układzie czarownicy B długość miotły czarownicy A wynosi l_A. Czy możliwe jest, aby $l_A \neq l_B$? A jeśli tak, to jaka jest najmniejsza prędkość względna czarownic, przy której może być $l_A = l/2$, $l_B = l/3$, gdzie l jest długością miotły w jej układzie odniesienia?

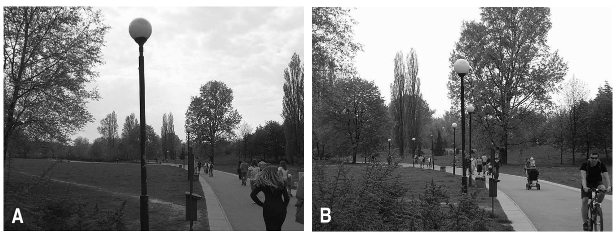
Przyjmij, że rozmiary poprzeczne mioteł są dużo mniejsze od ich długości.

12. Drut jest nawinięty na torus o promieniach R_1 i R_2, gdzie $R_2 \gg R_1$. Oblicz indukcję pola magnetycznego w środku układu S (patrz rysunek 7), jeśli przez drut płynie prąd I, a liczba zwojów wynosi N. Zwoje są nawinięte na torus bardzo gęsto i tworzą tylko jedną warstwę.



Rys. 7

13. Zrobiono dwa zdjęcia tym samym aparatem, ale przy innych długościach ogniskowej (rys. 8).



Rys. 8

Które ze zdjęć jest zrobione przy większej ogniskowej? Na obu zdjęciach na pierwszym planie widać tę samą latarnię.

14. W klasycznym filmie „Planeta Małp” załoga statku kosmicznego powróciła na Ziemię po przebyciu drogi 300 lat świetlnych (liczonej w układzie Ziemi) w ciągu 1,5 roku swojego czasu życia. W tym czasie na Ziemi upłynęło 2000 lat. Czy, pomijając względy techniczne, jest to możliwe? Przyjmij, że przez niemal cały czas podróży statek poruszał się ruchem jednostajnym.

15. Osoba o masie $m = 70\,\mathrm{kg}$ wbiega na najwyższe piętro wieżowca, znajdujące się na wysokości 200 m. Przyjmij, że energia przemian chemicznych w organizmie w 25% zamienia się na pracę, a pozostała część jest oddawana w postaci ciepła.

a) Oblicz, o ile wzrosłaby temperatura ciała tej osoby, gdyby nie oddawała ciepła otoczeniu. Przyjmij, że ciepło właściwe ciała człowieka jest równe ciepłu właściwemu wody.

b) Metodą, jaką stosuje organizm człowieka, aby uniknąć przegrzania, jest pocenie. Pot ulega odparowaniu, pobierając ciepło z ciała. Zakładając, że temperatura ciała w rozważanym przypadku nie podwyższyła się, a całe wydzielone ciepło zostało zużyte na odparowanie potu, oblicz, ile potu odparowało.

CZĘŚĆ II (termin wysyłania rozwiązań – 15 listopada 2008 r.)

Uwaga: Rozwiązanie każdego zadania powinno być napisane na oddzielnym arkuszu papieru podaniowego. Na każdym arkuszu należy umieścić nazwisko i imię oraz adres autora pracy, a także nazwę, adres szkoły i klasę oraz nazwisko i imię nauczyciela fizyki. Do pracy należy dołączyć kopertę zaadresowaną do siebie.

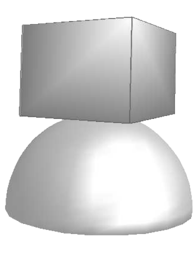
ZADANIA TEORETYCZNE

Za każde z trzech zadań można otrzymać maksimum 20 punktów.

T1. Na sztywnej i nieruchomej półkuli o promieniu R stoi jednorodny prostopadłościan o wysokości L oraz podstawie o wymiarach $2a$ na $2b$ (patrz rysunek 1). Prostopadłościan styka się z półkulą dokładnie w środku podstawy, a podstawa jest pozioma. Dla jakich wysokości prostopadłościanu takie ustawienie jest stanem równowagi trwałej?

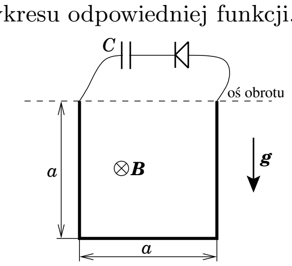
Podstawa prostopadłościanu nie ślizga się po powierzchni półkuli.

Uwaga: Dla małych kątów α: $\cos\alpha \approx 1 - \alpha^2/2$, $\sin\alpha \approx \alpha$.


Rys. 1

T2. Sztywny drut o masie m jest wygięty w kształcie litery U (patrz rysunek 2) i składa się z trzech prostoliniowych fragmentów długości a każdy. Drut jest zawieszony za końce tak, że może się swobodnie wahać wokół poziomej osi.

Końce drutu są podłączone nieruchomymi przewodami poprzez diodę do kondensatora o pojemności C. Całość znajduje się w stałym, jednorodnym polu magnetycznym o indukcji $\vec{B}$, prostopadłym zarówno do osi obrotu, jak i do kierunku pola grawitacyjnego. Drut wychylono o kąt $\pi/2$ od pionu i puszczono swobodnie. Jakie będzie napięcie na kondensatorze po dłuższym czasie wahania się drutu? Współczynnik liczbowy możesz podać w przybliżeniu, na podstawie wykresu odpowiedniej funkcji.



Rys. 2

Pomiń opór powietrza oraz tarcie w miejscu zawieszenia drutu. Przyjmij, że energia, która zostanie zgromadzona w kondensatorze, i straty energii przy przepływie prądu są pomijalnie małe w porównaniu z energią wahań drutu. Pomiń indukcyjność obwodu.

Podaj wynik liczbowy dla $B = 0{,}1\,\mathrm{T}$, $m = 0{,}2\,\mathrm{kg}$, $a = 0{,}3\,\mathrm{m}$, $C = 10^{-6}\,\mathrm{F}$. Przyspieszenie ziemskie $g \approx 10\,\mathrm{m/s^2}$.

T3. Postanowiono zbudować samochód napędzany silnikiem na sprężone powietrze. W takim samochodzie sprężone powietrze ze zbiornika rozpręża się w silniku (który może być bardzo skomplikowanym urządzeniem), a następnie wylatuje do otoczenia. Przyjmijmy, że zbiornik na powietrze jest walcem o długości $l = 2\,\mathrm{m}$ i promieniu $r = 0{,}2\,\mathrm{m}$, zakończonym półkulami i że początkowe ciśnienie powietrza w zbiorniku wynosi $p = 30\,\mathrm{MPa}$. Temperatura powietrza w zbiorniku jest równa temperaturze otoczenia $t_0 = 17°\mathrm{C}$. Ciśnienie atmosferyczne jest równe $p_0 = 100\,\mathrm{kPa}$.

Zakładając, że silnik może osiągnąć maksymalną możliwą teoretycznie sprawność, oblicz, jaką drogę może przebyć ten samochód po jednym napełnieniu zbiornika. Przyjmij, że praca mechaniczna wykonana przez silnik tego samochodu jest taka sama, jak praca mechaniczna wykonana na tej samej drodze przez silnik samochodu spalinowego zużywającego 5l benzyny na 100 km. Załóż, że sprawność silnika spalinowego wynosi 30%.

Wzory, które mogą być przydatne:

(i) praca wykonana przez gaz doskonały w trakcie rozprężania adiabatycznego

$$W = \frac{R}{c_V} p_1 V_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{R/(c_V+R)} \right];$$

(ii) ciepło dostarczane do gazu doskonałego w trakcie przemiany izotermicznej $Q = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$; gdzie p_1 i V_1 są początkowymi ciśnieniem i objętością gazu, a p_2 – ciśnieniem końcowym, c_V – molowym ciepłem właściwym przy stałej objętości, R – uniwersalną stałą gazową.

ZADANIA DOŚWIADCZALNE

Przesłać należy rozwiązania dwóch (i tylko dwóch) zadań dowolnie wybranych z trzech podanych zadań doświadczalnych. Za każde zadanie można otrzymać maksimum 40 punktów.

D1. Współczynnik załamania oleju jadalnego

Masz do dyspozycji:

- olej jadalny,
- naczynie z matowym płaskim dnem, wykonane z nieprzezroczystego materiału (np. garnek o średnicy 10–15 cm),
- wskaźnik laserowy,
- linijkę,
- papier milimetrowy,
- nożyczki,
- zaciemnione pomieszczenie.

Jeśli wiązkę światła laserowego skierować na dno naczynia wypełnionego do pewnego poziomu olejem, to można zaobserwować, że wokół jasnego punktu na dnie, na który pada promień światła laserowego, tworzy się mniej oświetlony obszar w kształcie koła. Wykorzystując to zjawisko, wyznacz współczynnik załamania oleju jadalnego względem powietrza.

Uwaga: Wykonując pomiary, zachowaj szczególną ostrożność! Uważaj, aby odbita wiązka światła laserowego nie trafiła w oczy!

D2. Gwiżdżąca butelka

Masz do dyspozycji:

- plastikową butelkę o pojemności 1,5–2 l z szyjką o walcowym kształcie i długości ok. 3 cm,
- naczynie o znanej pojemności, znacznie mniejszej niż pojemność butelki,
- komputer z kartą dźwiękową, mikrofonem i oprogramowaniem umożliwiającym wykorzystanie komputera jako oscyloskopu z pamięcią,
- wodę.

Dmuchając nad otworem butelki, można sprawić, że z butelki zacznie wydobywać się dźwięk.

1. Wypełniając butelkę wodą, wyznacz zależność częstotliwości tego dźwięku od objętości powietrza zawartego w butelce. Wykonując pomiary, zawsze próbuj wydobyć z butelki dźwięk o możliwie najniższej częstotliwości. Wykonaj wykres tej zależności dla możliwie szerokiego zakresu objętości.

2. Zbadaj czy uzyskaną doświadczalne zależność można przedstawić w postaci potęgowej:

$$f = f_0 \left(\frac{V}{V_0} \right)^{\alpha},$$

gdzie f_0, V_0, α – pewne stałe.

Uwaga: Do pomiarów możesz wykorzystać program winscope.exe dostępny na stronie Olimpiady Fizycznej: http:/www.kgof.edu.pl/ lub wykorzystać program Oscyloskop dostępny na płycie CD dołączonej do podręcznika J. Blinowski, W. Zielicz, *Fizyka z astronomią. Kształcenie w zakresie rozszerzonym*, tom. I, WSiP, Warszawa 2002 (i 2003, II wydanie).

D3. Tarcie nitki o probówkę

Statki cumuje się do nabrzeża, owijając linę wokół pachołka cumowniczego. Jako model tej sytuacji rozważamy nitkę owiniętą wokół probówki (patrz rysunek). Zdefiniujmy parametr $\gamma = N_1/N_2$, gdzie N_1 i N_2 oznaczają naprężenia na dwóch końcach nitki.

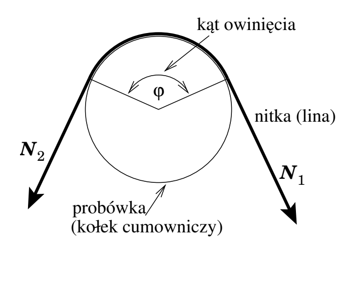
Niech Γ oznacza maksymalną wartość parametru γ, przy którym nitka nie ślizga się po probówce.

Masz do dyspozycji:

- 3 jednakowe probówki,
- 3 statywy z uchwytami,
- linijkę,
- nitkę,
- 50 spinaczy biurowych.

Wyznacz zależność parametru Γ od kąta nawinięcia nitki. Sprawdź, czy zależność tę można opisać równaniem $\Gamma\varphi = e^{\mu\varphi}$, gdzie μ – pewna stała.

Wskazówki:
1. Możesz wykorzystać nawijanie nitki na więcej niż jedną probówkę. Całkowity kąt nawinięcia jest wówczas równy sumie kątów nawinięcia na poszczególne probówki.
2. Zadbaj o czystość nitki i probówek.



Rys. 3

LII OLIMPIADA ASTRONOMICZNA 2008/2009

ZADANIA ZAWODÓW I STOPNIA

PIERWSZA SERIA

1. Wyznaczona z obserwacji temperatura efektywna Jowisza wynosi 135 K. Przyjmując, że albedo planety wynosi $\alpha = 0{,}45$, oblicz moc dodatkowego, wewnętrznego źródła energii cieplnej planety, potrzebnego do uzyskania tak wysokiej temperatury.

Jaka byłaby temperatura efektywna Jowisza, gdyby do planety nie docierała energia słoneczna?

Jako dodatkowe dane przyjmij: promień Jowisza $R_J = 71{,}4 \cdot 10^7$ m, odległość Jowisza od Słońca $a_J = 5{,}2$ AU, moc promieniowania Słońca $L_0 = 3{,}83 \cdot 10^{26}$ W.

2. Pole magnetyczne w obszarze pasów van Allena ma wartość około 30 μT. Oblicz częstotliwość fal elektromagnetycznych, jakich należy się spodziewać z tego obszaru.

W rozwiązaniu rozpatrz jedynie elektrony, protony oraz jony O^+, które m. in. znajdują się w obszarze tych pasów.

Masy i ładunki tych elementów wyszukaj samodzielnie.

3. Jasności absolutne gwiazdy supernowej I typu i całej galaktyki mogą być porównywalne. Przyjmując takie założenie, oblicz jasność obserwowaną odległej galaktyki, w której wybuchła supernowa I typu, jeśli przed wybuchem jasność obserwowana tej galaktyki wynosiła 20 magnitudo.

4. W tabeli podano współrzędne geograficzne wybranych miejscowości w Polsce:

	szerokość geogr.	długość geogr.
Jastrzębia Góra	$54°50'$ N	$18°07'$ E
Suwałki	$54°06'$ N	$22°56'$ E
Świnoujście	$53°55'$ N	$14°15'$ E
Ustrzyki Górne	$49°07'$ N	$22°40'$ E
Zakopane	$49°18'$ N	$19°57'$ E
Zgorzelec	$51°09'$ N	$15°01'$ E

Podaj, w której z tych miejscowości w ciągu roku nastąpi:
1) najwcześniejszy wschód Słońca,
2) najpóźniejszy wschód Słońca,
3) najwcześniejszy zachód Słońca,
4) najpóźniejszy zachód Słońca,
5) najdłuższa noc,
6) najkrótsza noc.
Podaj pełne uzasadnienie odpowiedzi.

ZADANIA OBSERWACYJNE

Rozwiązanie zadania obserwacyjnego powinno zawierać: dane dotyczące przyrządów użytych do obserwacji i pomiarów, opis metody i programu obserwacji, standardowe dane dotyczące przeprowadzonej obserwacji (m.in. datę, czas, współrzędne geograficzne, warunki atmosferyczne), wyniki obserwacji i ich opracowanie oraz ocenę dokładności uzyskanych rezultatów. W przypadku zastosowania metody fotograficznej należy dołączyć negatyw lub fotografię albo wydruk komputerowy zdjęcia.

1. Wykonaj zdjęcie dowolnie wybranego obszaru sfery niebieskiej, dowolnym aparatem fotograficznym z dowolnym obiektywem. Na wykonanym zdjęciu zidentyfikuj gwiazdy fotografowanego obszaru sfery niebieskiej. Znajdź taką parę gwiazd, która pozwoli określić maksymalną, uzyskaną na zdjęciu, rozdzielczość. Wyznacz zasięg zdjęcia. Porównaj uzyskane wyniki z rozdzielczością i zasięgiem obliczonymi ze wzorów. Przedyskutuj uzyskane wyniki.

2. Za pomocą gnomonu wyznacz moment południa prawdziwego. Opisz dokładnie sposób pomiaru. Następnie oblicz moment południa prawdziwego dla tej samej daty i miejsca obserwacji oraz porównaj z wynikami pomiaru.

Przedyskutuj uzyskane wyniki. Do rozwiązania dołącz fotografię gnomonu.

3. Jako rozwiązanie zadania obserwacyjnego można również nadesłać opracowane wyniki innych własnych obserwacji prowadzonych w ostatnim roku.

Rozwiązanie jednego zadania obserwacyjnego należy nadesłać wraz z rozwiązaniami drugiej serii zadań zawodów I stopnia – do dnia 12 listopada 2008 r.

INFORMACJE REGULAMINOWE

1. Olimpiada Astronomiczna jest organizowana dla uczniów szkół ponadgimnazjalnych.

2. Zawody olimpiady są trójstopniowe. W zawodach I stopnia (szkolnych) każdy uczestnik rozwiązuje dwie serie zadań, w tym zadanie obserwacyjne. Rozwiązywanie zadań zawodów II stopnia i III stopnia odbywa się w warunkach kontrolowanej samodzielności.

3. W pierwszej serii zadań zawodów I stopnia należy nadesłać, **do 13 października 2008 r**, rozwiązania 3 zadań dowolnie wybranych przez uczestnika spośród zestawu zawierającego 4 zadania.

4. Uczniowie, którzy przyślą rozwiązania zadań pierwszej serii, otrzymają do końca października bieżącego roku tematy drugiej serii zadań. Zadania obydwu serii będą również umieszczane na stronie internetowej olimpiady: `http://planetarium.chorzow.net.pl`

5. Rozwiązanie zadania obserwacyjnego należy przesłać wraz z rozwiązaniami zadań drugiej serii zawodów I stopnia, do **12 listopada 2008 r**. Decyduje data stempla pocztowego. Nadesłanie rozwiązania zadania obserwacyjnego jest warunkiem koniecznym dalszego udziału w olimpiadzie.

6. W przypadku nadesłania rozwiązań większej liczby zadań z danego zestawu do klasyfikacji zaliczane będą rozwiązania ocenione najwyżej (po trzy zadania z każdej serii i jedno zadanie obserwacyjne).

7. Rozwiązania zadań zawodów I stopnia należy przesłać za pośrednictwem szkoły pod adresem:

```
KOMITET GŁÓWNY OLIMPIADY ASTRONOMICZNEJ
Planetarium Śląskie
41-500 Chorzów, skr. poczt. 10
```

w terminach podanych w p. 3 i 5. Decyduje data stempla pocztowego.

8. Rozwiązania zadań powinny być krótkie i zwięzłe, ale z wystarczającym uzasadnieniem. W przypadku polecenia samodzielnego wyszukania danych należy podać ich źródło. Jako dane traktuje się również podręcznikowe stałe astronomiczne i fizyczne.

9. Rozwiązanie każdego zadania należy napisać na oddzielnym arkuszu papieru formatu A-4. Każdy arkusz oraz wszelkie załączniki (mapki, wykresy, tabele itp.) należy podpisać imieniem i nazwiskiem. W nagłówku zadania o najniższej numeracji należy umieścić dodatkowo: pełną nazwę szkoły, jej adres, klasę i jej profil oraz adres prywatny (z kodami pocztowymi).

Dodatkowo do rozwiązań pierwszej serii zadań należy dołączyć na osobnej kartce następujące informacje: imię i nazwisko, rok urodzenia, nazwa szkoły wraz z jej imieniem, adres szkoły (z kodem pocztowym i nazwą województwa), klasa, profil klasy, adres prywatny (z kodem pocztowym), nazwisko nauczyciela fizyki z astronomią i ewentualnie opiekuna przygotowującego do olimpiady.

10. Zawody II stopnia odbędą się 14 stycznia 2008 r. Zawody III stopnia odbędą się w dniach od 6 do 9 marca 2008 r.

11. Powiadomienia o zakwalifikowaniu do zawodów kolejnych stopni otrzymają jedynie uczniowie awansujący.

12. O uprawnieniach w przyjmowaniu na wyższe uczelnie laureatów i finalistów olimpiady decydują senaty uczelni. Informacje na ten temat są umieszczane na ich stronach internetowych.

ZALECANA LITERATURA

- obowiązujące w szkołach podręczniki do przedmiotów ścisłych;
- H. Chrupała, M.T. Szczepański, *25 lat olimpiad astronomicznych*;
- *Zadania olimpiad astronomicznych XXVI–XXXV* (w dwóch częściach);
- H. Chrupała, J. Kreiner, M. Szczepański, *Zadania z astronomii z rozwiązaniami*;
- J.M. Kreiner, *Astronomia z astrofizyką*;
- D. H. Levy, *NIEBO – Poradnik użytkownika*;
- E. Rybka, *Astronomia ogólna*;
- *Słownik szkolny – Astronomia* – praca zbiorowa;
- *Encyklopedia szkolna – fizyka z astronomią* – praca zbiorowa;
- atlas nieba;
- obrotowa mapa nieba;
- czasopisma: *Delta*, *Fizyka w Szkole*, *Świat Nauki*, *Urania – Postępy Astronomii*, *Wiedza i Życie*.

IV OLIMPIADA MATEMATYCZNA GIMNAZJALISTÓW

Zawody stopnia pierwszego Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów polegają na rozwiązywaniu przez uczniów siedmiu zadań. Uczestnicy mogą korzystać z książek, konsultować się z nauczycielem, jednak muszą rozwiązywać zadania samodzielnie.

Nie jest konieczne rozwiązanie wszystkich zadań. Uczeń, który rozwiąże część z nich, także może zostać zakwalifikowany do zawodów stopnia drugiego.

Rozwiązania poszczególnych zadań należy zapisać **jednostronnie** na **oddzielnych** arkuszach formatu A4. Na każdej kartce z rozwiązaniem należy podać następujące informacje: w prawym górnym rogu numer zadania, w lewym górnym rogu dane uczestnika: imię i nazwisko, adres domowy, adres e-mail, nazwa i adres szkoły, klasa.

Rozwiązania zadań należy przesłać do koordynatora okręgowego, właściwego terytorialnie dla szkoły. Adresy koordynatorów, informacje o kwalifikacji do zawodów stopnia drugiego, zadania z poprzednich edycji OMG oraz inne bieżące informacje można znaleźć w Internecie pod adresem `www.om.edu.pl/omg`

Zachęcamy Gimnazjalistów do wzięcia udziału w zawodach.

Uwaga: Począwszy od tegorocznej edycji, uczniowie przesyłają swoje prace bezpośrednio do koordynatora, bez uprzedniej oceny rozwiązań przez nauczyciela matematyki.

Terminarz IV Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów
- termin przesłania rozwiązań zadań zawodów I stopnia do koordynatora okręgowego: **27 października 2008 r.** (decyduje data stempla pocztowego)
- termin zawodów II stopnia: 17 stycznia 2009 r.
- termin zawodów III stopnia: 14 marca 2009 r.

ZAWODY STOPNIA PIERWSZEGO

1 września 2008 r. – 27 października 2008 r.

1. Wyznacz w zależności od parametru a liczbę rozwiązań układu równań

$$\begin{cases} |x|+|y|=1 \\ |x|+a=y \end{cases}$$

2. Dany jest prostopadłościan o podstawie kwadratowej. Przekątna tego prostopadłościanu ma długość d, a jego pole powierzchni jest równe b. Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu.

3. Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku 1 oraz prosta ℓ przechodząca przez jego środek. Niech a, b, c, d oznaczają odpowiednio odległości punktów A, B, C, D od prostej ℓ. Wykaż, że

$$a^2+b^2+c^2+d^2=1\,.$$

4. Wyznacz wszystkie takie pary (a,b) dodatnich liczb całkowitych, że liczba $a+b$ jest liczbą pierwszą oraz liczba a^3+b^3 jest podzielna przez 3.

5. W trójkącie ABC dwusieczna kąta ACB przecina bok AB w punkcie D. Długości boków BC i AC są równe odpowiednio a i b, a długość odcinka CD jest równa d. Wykaż, że

$$d<\frac{2ab}{a+b}\,.$$

6. Każdy punkt płaszczyzny pokolorowano na niebiesko lub czerwono. Udowodnij, że istnieje trójkąt prostokątny równoramienny, którego wierzchołki są tego samego koloru.

7. Czy istnieje taki wielościan, którego rzuty prostokątne na pewne trzy płaszczyzny są odpowiednio czworokątem, sześciokątem i ośmiokątem? Odpowiedź uzasadnij.

LX OLIMPIADA MATEMATYCZNA

ZADANIA KONKURSOWE ZAWODÓW I STOPNIA

I SERIA

1. Na niektórych polach szachownicy rozmiaru $m\times n$ ustawiono wieże. Wiadomo, że dowolna wieża znajduje się w polu rażenia co najwyżej dwóch innych wież.

Wyznaczyć, w zależności od m, $n\geqslant 2$, największą liczbę wież na szachownicy, dla której taka sytuacja jest możliwa.

2. Dana jest liczba całkowita $n\geqslant 2$. Niech r_1, r_2, r_3, $\ldots$, r_{n-1} będą odpowiednio resztami z dzielenia liczb

$$1,\quad 1+2,\quad 1+2+3,\quad \ldots,\quad 1+2+\ldots+(n-1)$$

przez n. Znaleźć wszystkie takie wartości n, że ciąg $(r_1,r_2,r_3,\ldots,r_{n-1})$ jest permutacją ciągu $(1,2,3,\ldots,n-1)$.

3. Okrąg wpisany w trójkąt ABC jest styczny do boków BC, CA, AB odpowiednio w punktach D, E, F. Punkty M, N, J są odpowiednio środkami okręgów wpisanych w trójkąty AEF, BDF, DEF. Dowieść, że punkty F i J są symetryczne względem prostej MN.

4. Udowodnić, że dla dowolnych nieujemnych liczb rzeczywistych a, b, c prawdziwa jest nierówność

$$4(\sqrt{a^3b^3}+\sqrt{b^3c^3}+\sqrt{c^3a^3})\leqslant 4c^3+(a+b)^3.$$

II SERIA

5. Dla każdej liczby całkowitej $n\geqslant 1$ wyznaczyć największą możliwą liczbę różnych podzbiorów zbioru $\{1,2,3,\ldots,n\}$ o następującej własności: Dowolne dwa z tych podzbiorów albo są rozłączne, albo jeden z nich zawiera się w drugim.

6. Dany jest trójkąt ABC, w którym $AB=AC$. Na półprostych $AB^{\rightarrow}$ i $AC^{\rightarrow}$ obrano odpowiednio takie punkty K i L leżące poza bokami trójkąta, że

$$4\cdot BK\cdot CL=BC^2.$$

Punkt M jest środkiem boku BC. Proste KM i LM przecinają po raz drugi okrąg opisany na trójkącie AKL odpowiednio w punktach P i Q. Wykazać, że proste PQ i BC są równoległe.

7. Ciąg liczb całkowitych f_0, f_1, f_2, $\ldots$ jest określony przez warunki: $f_0=0$, $f_1=1$,

$$f_n=f_{n-1}+f_{n-2}\qquad \text{dla } n=2,3,4,\ldots.$$

Znaleźć wszystkie wielomiany W o współczynnikach całkowitych, mające następującą własność: Dla każdego $n=0,1,2,\ldots$ istnieje taka liczba całkowita k, że $W(k)=f_n$.

8. Przekątne podstawy $ABCD$ ostrosłupa $ABCDS$ przecinają się pod kątem prostym w punkcie H, będącym spodkiem wysokości ostrosłupa. Niech K, L, M, N będą rzutami prostokątnymi punktu H odpowiednio na ściany ABS, BCS, CDS, DAS. Dowieść, że proste KL, MN i AC są równoległe lub przecinają się w jednym punkcie.

III SERIA

9. Dana jest tablica 2008×2008. Dwaj gracze na przemian wykonują ruchy, z których każdy polega na wybraniu białego albo czarnego pionka i postawieniu go na wybranym wolnym polu. Wygrywa ten, którego ruch doprowadził do powstania ciągu 5 kolejnych pionków tego samego koloru w linii pionowej, poziomej lub ukośnej.

Zbadać, czy istnieje strategia dla gracza rozpoczynającego grę zapewniająca mu zwycięstwo.

10. Punkt P jest środkiem krótszego łuku BC okręgu opisanego na trójkącie ABC, w którym $\sphericalangle BAC = 60^\circ$. Punkt M jest środkiem odcinka łączącego środki dwóch okręgów dopisanych do danego trójkąta, stycznych odpowiednio do boków AB i AC. Wykazać, że $PM = 2 \cdot BP$.

11. Udowodnić, że dla dowolnych liczb całkowitych $k > m \geqslant 1$ spełniona jest nierówność

$$\frac{\sqrt[k]{k!}}{\sqrt[m]{m!}} < \frac{k}{m}.$$

12. Dana jest liczba pierwsza p. Po lewej stronie tablicy napisano liczby $1, 2, 3, \ldots, p-1$, zaś po prawej stronie liczbę 0. Wykonujemy ciąg $p-1$ ruchów, z których każdy przebiega następująco: Wybieramy jedną z liczb napisanych po lewej stronie tablicy, dodajemy ją do wszystkich pozostałych liczb na tablicy, po czym wymazujemy wybraną liczbę.

Rozstrzygnąć, dla jakich wartości p można w kolejnych ruchach wybierać liczby w taki sposób, by liczba pozostała na tablicy po wykonaniu wszystkich ruchów była podzielna przez p.

Rozwiązania powyższych zadań (każde na osobnym arkuszu, pisane jednostronnie) należy wysłać listem poleconym pod adresem komitetu okręgowego Olimpiady właściwego terytorialnie dla szkoły, najpóźniej dnia **3 października 2008 r. – I seria**, **3 listopada 2008 r. – II seria**, **3 grudnia 2008 r. – III seria** *(decyduje data stempla pocztowego). Rozwiązania przesłane w terminie późniejszym nie będą rozpatrywane.*

Zadania z poprzednich Olimpiad Matematycznych oraz bieżące informacje można znaleźć w internecie pod adresem: `www.om.edu.pl`

ADRESY KOMITETÓW OKRĘGOWYCH OLIMPIADY MATEMATYCZNEJ

Dla województwa pomorskiego: KOOM – Instytut Matematyki Uniwersytetu Gdańskiego, ul. Wita Stwosza 57, 80-952 Gdańsk.
Dla województwa śląskiego: KOOM – Instytut Matematyki Uniwersytetu Śląskiego, ul. Bankowa 14, 40-007 Katowice.
Dla województwa małopolskiego: KOOM – Instytut Matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego, ul. Reymonta 4, 30-059 Kraków.
Dla województwa lubelskiego i podkarpackiego: KOOM – Oddział Lubelski Polskiego Towarzystwa Matematycznego, pl. Marii Skłodowskiej-Curie 1 (Wieżowiec Fizyki), 20-031 Lublin.
Dla województwa łódzkiego i świętokrzyskiego: KOOM – Wydział Matematyki Uniwersytetu Łódzkiego, ul. Banacha 22, 90-238 Łódź.
Dla województwa wielkopolskiego: KOOM – Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Adama Mickiewicza, ul. Umultowska 87, 61-614 Poznań.
Dla województwa lubuskiego i zachodniopomorskiego: KOOM – Uniwersytet Szczeciński, Instytut Matematyki, ul. Wielkopolska 15, 70-451 Szczecin.
Dla województwa kujawsko-pomorskiego i warmińsko-mazurskiego: KOOM – Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, ul. Chopina 12/18, 87-100 Toruń.
Dla województwa mazowieckiego i podlaskiego: KOOM – Instytut Matematyczny PAN, ul. Śniadeckich 8, 00-956 Warszawa.
Dla województwa dolnośląskiego i opolskiego:
KOOM – Instytut Matematyczny Uniwersytetu Wrocławskiego, pl. Grunwaldzki 2/4, 50-384 Wrocław.

ADRESY KOMITETÓW OKRĘGOWYCH OLIMPIADY FIZYCZNEJ

KOOF w Białymstoku, ul. Lipowa 41, 15-224 Białystok (woj. podlaskie, powiaty: kętrzyński, mrągowski, piski, giżycki, olecko-gołdapski, ełcki).
KOOF w Częstochowie, Al. Armii Krajowej 13/15, 42-201 Częstochowa (woj. opolskie, woj. świętokrzyskie, powiaty: częstochowski, kłobucki, lubliniecki, myszkowski).
KOOF w Gdańsku, ul. Narutowicza 11/12, 80-952 Gdańsk-Wrzeszcz (woj. pomorskie, woj. warmińsko-mazurskie z wyłączeniem powiatów: kętrzyńskiego, mrągowskiego, piskiego, giżyckiego, olecko-gołdapskiego, ełckiego).
KOOF w Gliwicach, ul. Bolesława Krzywoustego 2, 44-100 Gliwice (woj. katowickie z wyłączeniem powiatów: częstochowskiego, kłobuckiego, lublinieckiego, myszkowskiego).
KOOF w Krakowie, ul. Reymonta 4, 30-059 Kraków (woj. małopolskie).
KOOF w Lublinie, pl. Marii Skłodowskiej-Curie 1, 20-031 Lublin (woj. lubelskie).
KOOF w Łodzi, ul. Pomorska 149, 90-236 Łódź (woj. łódzkie).
KOOF w Poznaniu, ul. Umultowska 85, 60-780 Poznań (woj. wielkopolskie).
KOOF w Rzeszowie, ul. Reytana 16A, 35-310 Rzeszów (woj. podkarpackie).
KOOF w Szczecinie, ul. Wielkopolska 15, 70-451 Szczecin (woj. zachodnio-pomorskie, woj. lubuskie).
KOOF w Toruniu, ul. Grudziądzka 5, 87-100 Toruń (woj. kujawsko-pomorskie).
KOOF w Warszawie, ul. Koszykowa 75, 00-662 Warszawa (woj. mazowieckie).
KOOF we Wrocławiu, pl. M. Borna 9, 50-205 Wrocław (woj. dolnośląskie).