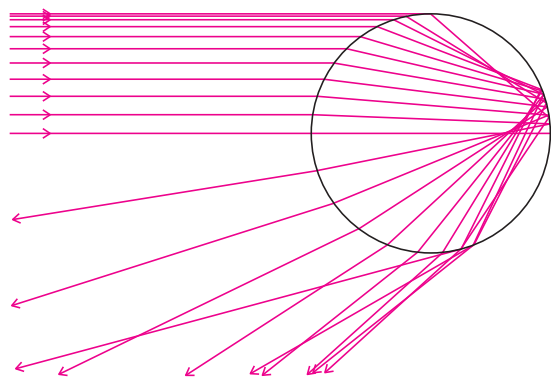


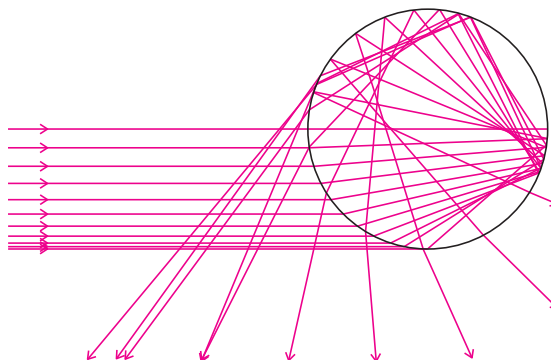
Barwy ze słońca są. A ono nie ma żadnej osobnej barwy, bo ma wszystkie.
 Naturalną ilustracją tego spostrzeżenia zawartego w wierszu Czesława Miłosza jest tęcza. Najpiękniejszą tęczę można zobaczyć po przejściu letniej ulewy, późnym popołudniem. Niskie słońce oświetla wtedy oddalające się chmury i smugi deszczu. Na ich ciemnym, groźnym tle wszystkie barwy wydają się szczególnie jaskrawe. Ponieważ jednak tęcza rzadko ukazuje się w pełnej krasie, warto podać jej szczegółowy opis.

Tęczę można dostrzec, stojąc tyłem do słońca oświetlającego obszar, w którym spadają krople deszczu. Możemy ją zobaczyć w rozpylonej wodzie niesionej powiewem od górskiej siklawy, w kroplach tryskającej fontanny, w kropelkach rosy wiszącej na pajęczynie. Możemy ją wywołać sztucznie, używając – zależnie od okoliczności – rozpylacza lub ogrodowego węża.

Tęcza składa się z dwóch łuków. Ich wspólny środek leży na prostej przechodzącej przez Słońce i oko obserwatora. Można więc powiedzieć, że każdy widzi inną, swoją własną tęczę. Mniejszy łuk ma promień kątowy około 42° . Nazywany jest łukiem pierwotnym. Najbardziej wewnętrzną barwą w tym łuku jest fiolet. Nad nią widać kolejno przechodzące w siebie barwy od błękitu do czerwieni. Łuk większy, zwany wtórnym, ma promień kątowy około 50° . Kolejność barw jest w nim odwrotna, a więc fiolet pojawia się na zewnątrz. Obszar między łukami jest wyraźnie ciemniejszy od reszty nieba. Nosi nazwę ciemni Aleksandra (greckiego filozofa z Afrodyzji żyjącego ok. 200 r. p.n.e.). Łuk wtórny jest zwykle słabiej widoczny, czasem niezauważalny zupełnie. Wewnątrz łuku pierwotnego widoczne są często tak zwane łuki nadliczbowe, których najwyraźniejsze barwy to zielona i różowa. W sprzyjających warunkach widać je także na zewnątrz łuku wtórnego. Wygląd tęczy bywa różny, zależnie od wielkości kropeł wody: duże krople (o średnicy 0,5–1 mm) dają tęczę o jaskrawych barwach, bardzo małe (0,05 mm) dają tęczę prawie białą. Niektóre z wymienionych cech tęczy widoczne są w sposób oczywisty, inne wymagają już pewnej uwagi, jeszcze inne – użycia odpowiednich przyrządów.



Rys. 1

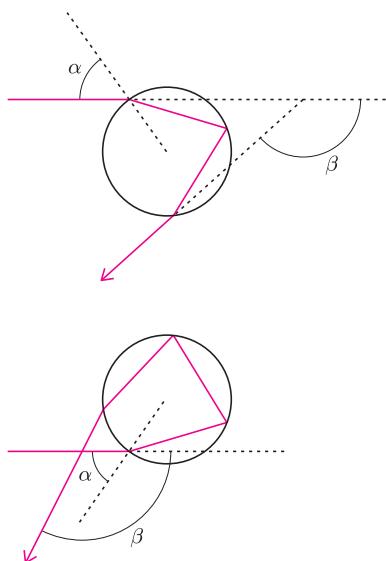


Rys. 2

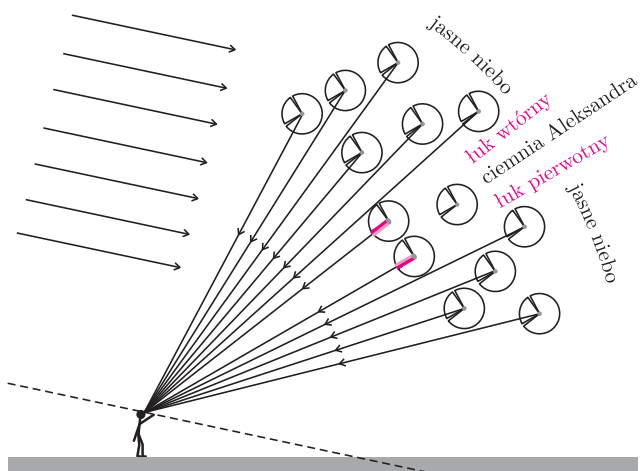
Taką cechą niewidoczną dla nieuzbrojonego oka jest polaryzacja światła tęczy. Jest ono prawie całkowicie spolaryzowane w płaszczyźnie padania. Można to stwierdzić, oglądając tęczę przez fotograficzny filtr polaryzacyjny. Da się go tak ustawić, że tęcza niknie.

Powstawanie tęczy próbowano zrozumieć na każdym etapie rozwoju nauki, począwszy od starożytności. Współcześnie potrafimy wyjaśnić wszystkie jej własności, traktując światło jako falę elektromagnetyczną. Znacznie prostsze jest przybliżone podejście oparte na optyce geometrycznej, podane już w 1637 roku przez Kartezjusza. Bierze się w nim pod uwagę zjawiska odbicia i załamania światła. Zgodnie z tym podejściem tęcza powstaje dzięki temu, że promienie słoneczne, wnikając do kropli, załamują się na jej powierzchni. Następuje przy tym rozszczepienie światła na wszystkie barwy składowe, ponieważ współczynniki załamania każdej barwy nieco się różnią. (Zachęcam do odwiedzenia strony <http://www.phy.ntnu.edu.tw/ntnujava/index.php?topic=44> gdzie zademonstrowane są wspomniane zjawiska załamania i odbicia.) We wnętrzu kropli promienie odbijają się wielokrotnie. Przy każdym odbiciu część światła wychodzi z niej. Na rysunku 1 pokazane są drogi kilku równoległych promieni słonecznych padających na kroplę i odbijających się w jej wnętrzu tylko raz. Promienie te tworzą łuk pierwotny. Rysunek 2 przedstawia bieg promieni odbijających się dwukrotnie i dających łuk wtórny. Założono, że są to promienie światła jednej barwy, dla której współczynnik załamania wynosi 1,33. Pokazano promienie padające na jedną tylko połowę kropli. Promienie padające na drugą połowę kierowane są ku niebu i nie są widoczne dla

*Instytut Fizyki, Politechnika Łódzka



Rys. 3



Rys. 4

obserwatora przebywającego na ziemi. Pominięto także promienie odbite i załamane, które w tworzeniu tęczy nie biorą udziału. Kształt łuku okręgu, jaki przyjmuje tęcza, wynika z symetrii względem promienia przechodzącego przez środek kropli. Światło wydostające się z każdej kropli rozchodzi się w bardzo wielu kierunkach, ale nie we wszystkich i jego natężenie nie jest rozłożone równomiernie. Konstrukcje promieni na rysunkach 1 i 2 pokazują, że podczas gdy kąt padania α przyjmuje wszystkie możliwe wartości (od 0° do 90°), to kąt rozproszenia β zdefiniowany na rysunku 3 (mierzony między promieniem padającym na kroplę a wychodzącym z niej) nie spada poniżej $\beta_1 = 138^\circ$ przy jednokrotnym odbiciu i nie przewyższa $\beta_2 = 130^\circ$ przy odbiciu dwukrotnym. Istnieje więc zakres kierunków, w które światło nie jest wysyłane z kropli w ogóle. Z kierunków tych nie dociera do oka żaden promień. Patrząc tam, widzimy pas nierozjaśnionego nieba, czyli ciemnię Aleksandra. Z rysunków 1 i 2 można też wywnioskować, że brzegi tego obszaru powinny być szczególnie jasne, ponieważ z kierunków określonych kątami β_1 i β_2 dochodzi do obserwatora szczególnie dużo światła. To zwiększone natężenie sprawia, że światło rozproszone przez krople tworzy łuki wyróżniające się na tle nieba.

Kąty β_1 i β_2 dla różnych barw różnią się nieco. Dlatego łuki różnych barw nie nakładają się i są widoczne obok siebie jako kolorowa tęcza. Barwy światła dochodzącego z pozostałych obszarów nieba (dla których $\beta > \beta_1$ i $\beta < \beta_2$) mieszają się i w efekcie niebo przybiera tam jaśniejszy odcień.

Rysunek 4 wyjaśnia, jak światło opuszczające krople tworzy elementy tęczy. Pokazano promień biegnące w płaszczyźnie pionowej. Wycinkami kół zakreślono kierunki, w których rozchodzi się światło po wyjściu z kropli. Przedstawiono kilkanaście promieni wychodzących z kropli i trafiających do oka obserwatora. Podobny układ promieni występuje w każdej płaszczyźnie przechodzącej przez oś Słońce-oko, którą zaznaczono linią przerywaną. Wszystkie one składają się na łukowatą tęczę. Można się o tym przekonać, wyobrażając sobie, co otrzymamy, obracając narysowany układ promieni wokół wspomnianej osi.

W powyższy sposób można wytłumaczyć powstawanie łuków pierwotnego i wtórnego oraz kolejność barw w każdym z nich. Pozostaje jednak niewyjaśnione istnienie łuków nadliczbowych, są one bowiem wynikiem zjawiska zwanego interferencją fal świetlnych, którego w przybliżeniu optyki geometrycznej nie bierze się pod uwagę.

Tęcza budzi zachwyt zarówno wtedy, gdy jest podziwiana jako składnik krajobrazu, jak i wtedy, gdy jest analizowana z punktu widzenia fizyki. Dążenie do zrozumienia tego pięknego zjawiska może być źródłem dodatkowej satysfakcji. Znając mechanizm powstawania tęczy, możemy w pełni zachwycić się subtelnościami jej struktury oraz jej wewnętrzną harmonią.



Rozwiązanie zadania M 1286.

Rozważmy szachownicę S o wymiarach 2×2 zawierającą lewe dolne pole. Zauważmy, że po wykonaniu opisanej w treści zadania operacji iloczyn czterech liczb napisanych w polach szachownicy S nie zmienia się, a zatem będzie on po każdym kroku wynosił -1 . Nie jest więc możliwe, aby doprowadzić do sytuacji, w której każda z czterech liczb napisanych w polach szachownicy S jest równa 1.



Rozwiązanie zadania M 1287.

Ponieważ $xy + 61 > 0$, więc $x > y$. Przyjmijmy więc $x = y + d$, gdzie $d \geq 1$ jest liczbą całkowitą. Wówczas dane równanie przybiera postać $(y + d)^3 - y^3 = (y + d)y + 61$, a po przekształceniu

$$(*) \quad (3d - 1)y^2 + (3d^2 - d)y + d^3 - 61 = 0.$$

Równanie to ma rozwiązanie ze względu na niewiadomą y , gdy jego wyróżnik jest nieujemny, czyli $\Delta = (3d - 1)(244 - d^3 - d^2) \geq 0$. Warunek ten spełniają jedynie liczby: 1, 2, 3, 4, 5.

Bezpośrednio sprawdzamy, że tylko dla $d = 1$ równanie $(*)$ ma rozwiązanie będące liczbą całkowitą dodatnią: $y = 5$. Stąd obliczamy $x = 6$.

Wobec tego para $(x, y) = (6, 5)$ jest jedynym rozwiązaniem danego równania w liczbach całkowitych dodatnich.