A potem już z górki: *reszta jest liczeniem* – jak mawia Marcin Kuczma, parafrazując ostatnie słowa Hamleta – ale i tak cieszymy się, że kończące sprawę całkowanie, podstawienie, uproszczenie i rozwikłanie wykonał za nas automat.

Można by zapytać, dlaczego nie uczono nas na studiach metod opartych na grupach symetrii jako „uniwersalnego" przepisu na spreparowanie rozwiązań większości zadań rachunkowych z równań różniczkowych zwyczajnych. Jednym z powodów jest to, że te metody, nawet po przyjęciu upraszczających założeń co do postaci poszukiwanych obiektów, wymagają przeprowadzenia żmudnych i nudnych rachunków. Choć, z drugiej strony, znajomość symetrii równania to dużo więcej niż tylko znajomość jego rozwiązania, zob. [Cantwell, str. 291–293].

Teraz systemy obliczeń symbolicznych są powszechnie dostępne i potrafią rozwiązać większość zadań typu „wyznacz rozwiązanie ogólne równania różniczkowego" – choć czasem trzeba wypróbować kilka programów. Co znamienne, już w artykule [Cheb-Terrab et al.] sprzed prawie 20 lat, opisano program komputerowy wykorzystujący techniki grup symetrii Liego i kilka sprytnych heurystyk, który (testowany na 552 przykładach z budzącej strach wśród studentów klasycznej książki Kamkego) miał skuteczność 78% – a to zasługiwałoby na solidną czwórkę!

Literatura:
Cantwell, B.J. *Introduction to Symmetry Analysis.* Cambridge University Press, 2002.
Cheb-Terrab, E.S., and Kolokolnikov, T. *First-order ordinary differential equations, symmetries and linear transformations.* European Journal of Applied Mathematics. Vol. 14, 2003.

Zadania

Przygotował Dominik BUREK

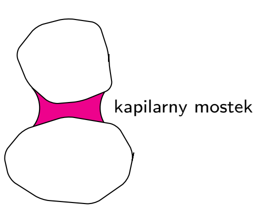
M 1678. W turnieju szachowym każdy uczestnik grał z każdym dokładnie jeden raz. W każdej rundzie każdy uczestnik zagrał jedną partię. W co najmniej połowie wszystkich partii obaj uczestnicy pochodzili z tego samego miasta. Udowodnij, że w każdej rundzie doszło do przynajmniej jednej rozgrywki, w której spotkały się osoby z tego samego miasta.
Rozwiązanie na str. 18

M 1679. Czy istnieje 19-kąt wpisany w okrąg, którego wszystkie boki są różne, a miary kątów wewnętrznych (wyrażone w stopniach) są liczbami całkowitymi? Odpowiedź uzasadnij.
Rozwiązanie na str. 3

M 1680. Rozwiązać układ równań
$$\frac{3x-y}{x-3y}=x^2,\quad \frac{3y-z}{y-3z}=y^2,\quad \frac{3z-x}{z-3x}=z^2$$
w liczbach rzeczywistych x, y, z.
Rozwiązanie na str. 17

Przygotował Andrzej MAJHOFER

F 1027. Budowę zamku z piasku często przerywają „katastrofy budowlane" polegające na pęknięciu i obsunięciu się górnej części budowanej wieży wzdłuż płaszczyzny nachylonej do poziomu pod pewnym kątem $\alpha > \pi/4$. Piasek użyty do budowy wieży musi być mokry. Suchy piasek obsypuje się, przybierając kształt stożka o tworzącej nachylonej do poziomu pod kątem ϕ, przy czym $\operatorname{tg}\phi \approx \mu$, gdzie μ jest współczynnikiem tarcia między ziarnami piasku. Piasek nie może też być zbyt mokry, bo wtedy ma konsystencję (płynnego) błota. Budowa zamków jest możliwa, gdy wody jest dokładnie tyle, żeby zwilżała ziarna piasku, tworząc zlepiające je „mostki" (rysunek). Ile wynosi kąt α?
Dla suchego piasku o jednakowych (w przybliżeniu), kulistych ziarnach $\phi \approx 30°$.
Rozwiązanie na str. 19



F 1028. Naładowane cząstki poruszające się w przestrzeni kosmicznej osiągają ogromne energie kinetyczne. Jako jeden z możliwych mechanizmów „rozpędzania" takich cząstek Enrico Fermi wskazał przelot cząstki przez obszar pola magnetycznego – np. wewnątrz międzygwiazdowych obłoków zjonizowanego gazu. Wiemy jednak, że oddziaływanie z polem magnetycznym nie zmienia energii kinetycznej naładowanej cząstki. Czy więc proponowany mechanizm „przyspieszania" cząstek jest realistyczny?
Rozwiązanie na str. 17