delta

SPIS TREŚCI

W następnym numerze:
UKŁAD PLANETARNY

„Delta"
matematyczno-fizyczny miesięcznik popularny
Polskiego Towarzystwa Matematycznego i Polskiego Towarzystwa Fizycznego
wydawany przy poparciu Ministerstwa Oświaty i Wychowania

Komitet Redakcyjny
doc. dr J. Bartke
prof. dr Grzegorz Białkowski — przewodniczący
doc. dr A. Bączyński
doc. dr B. Gleichgewicht
prof. dr K. Goebel
doc dr B Iwaszkiewicz
doc. dr T. Iwiński
prof. dr A. Januszajtis
prof. dr Leon Jeśmanowicz — wiceprzewodniczący
mgr H. Kaczorek
prof. dr B. Karczewski
prof. dr M. Kuczma
mgr A. Mąkowski
prof. dr Z. Pawlak
prof. dr A. Piekara
prof. dr Z. Semadeni
prof. dr J. Stankowski
prof. dr M. Subotowicz
doc. dr S. Turnau
doc. dr J. Wdowczyk

Redaguje Kolegium w składzie:
doc. dr T. Hofmokl — z-ca red. nacz.
dr T. B. Iwiński
B. Jaworska-Kordos — ilustracje
dr M. Kordos — red. nacz.
mgr K. Prażmowski — red. techn. graf.
mgr K. Szypcio — sekr. red.
doc. dr M. Święcki

Adres Redakcji
ul. Hoża 69 pok. 151,
00-681 Warszawa

Zakład Narodowy im. Ossolińskich — Wydawnictwo
Wrocław, Oddział w Warszawie
Nakład 20 000 egz. Objętość 2 ark. wyd.; 2,50 ark. druk.;
papier offsetowy III kl. 80 g. 61×86
Wydrukowano w Drukarni im. Rewolucji Październikowej
Warszawa, ul. Mińska 65.
Nr zam. 1001/77 F-15

Wydano z pomocą finansową Polskiej Akademii Nauk

WARUNKI PRENUMERATY Cena prenumeraty rocznej zł 60, — cena prenumeraty półrocznej zł 30, —

Prenumeratę na kraj przyjmują Oddziały RSW „Prasa—Książka—Ruch" oraz urzędy pocztowe i doręczyciele — w terminach:
— do 25 listopada na styczeń, I kwartał, I półrocze roku następnego i cały rok następny
— do dnia 10 miesiąca, poprzedzającego okres prenumeraty na pozostałe okresy roku bieżącego.
Jednostki gospodarki uspołecznionej instytucje i organizacje społeczno-polityczne składają zamówienie w miejscowych Oddziałach RSW „Prasa—Książka—Ruch".
Zakłady pracy i instytucje w miejscowościach, w których nie ma Oddziałów RSW, oraz prenumeratorzy indywidualni, zamawiają prenumeratę w urzędach pocztowych lub u doręczycieli.
Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę, która jest o 50% droższa od prenumeraty krajowej, przyjmuje RSW „Prasa—Książka—Ruch", Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

Sprzedaż numerów bieżących i uprzednich

Instytucje państwowe i społeczne, zakłady pracy, szkoły i czytelnicy indywidualni mogą nabywać „DELTĘ":

w Księgarni Ośrodka Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN.
Sprzedaż gotówkowa i wysyłkowa, numerów bieżących i archiwalnych; płatność gotówką, przelewem lub za zaliczeniem pocztowym.
Adres: ORPAN 00-901 Warszawa, Pałac Kultury i Nauki konto PKO nr 1-6-100312

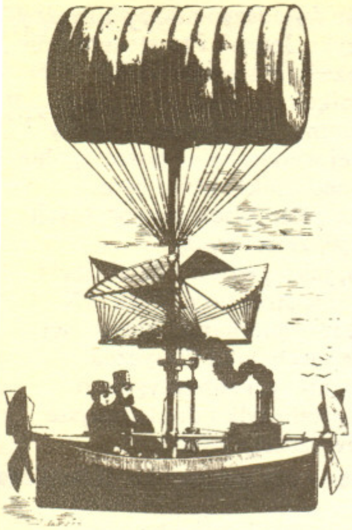
w Księgarni Ossolineum, Rynek 8, 50-106 Wrocław

w Głównej Księgarni Naukowej, Krakowskie Przedmieście 7, 00-068 Warszawa

w Księgarni Naukowej, ul. Podwale 6, 31-118 Kraków

Orders for this periodical from abroad can be placed with „Ars Polona" Krakowskie Przedmieście 7 00-068 Warszawa, Poland or with
— Kubon & Sagner, Inhaber Otto Sagner, D8 Munchen 34, Postfach 68, Bundesrepublik Deutschland.
— Earlscourt Publications Ltd., 130 Shephard Bush Centre, London W 12, Great Britain,
— Licosa Commissionaria Sansoni, Via Lamarmora 45, 50 121 Firenze Italia.

Cena 1 egzemplarza zł 5.— nr indeksu 35723/35550



Czy mechanika – to matematyka, czy fizyka?

Prof. dr Julian BONDER, członek rzeczywisty PAN

Dnia 8 grudnia 1975 roku zmarł prof. dr Julian Bonder, uczony wielce zasłużony dla rozwoju polskiej mechaniki i matematyki stosowanej. Przed śmiercią zaczął pisać dla Delty artykuł, w którym postawił tytułowy problem. Oto początek artykułu, odtworzony po uporządkowaniu i koniecznym uzupełnieniu Jego notatek na ten temat.

Z pytaniem tym, może nie zawsze w tak lapidarnej formie, spotkać się można bardzo często. A o sensowną nań odpowiedź, choć słowo „mechanika" jest znane każdemu, wcale niełatwo. W grę tu wchodzą bowiem subtelne i trudne do definitywnego rozstrzygnięcia kwestie natury ogólnopoznawczej, nasze poglądy na istotę nauki i jej dyscyplin i na ich rolę w wyjaśnianiu zjawisk zachodzących w otaczającej nas rzeczywistości. Próby odpowiedzi na postawione pytanie mają swą długą i bogatą historię. Podejmowano je wielokrotnie, formułując opinie bardzo różne, ze skrajnymi włącznie. Nie brak było rozwiązań, które niebawem trzeba było, pod naciskiem postępu, skorygować, a nawet odrzucić. Wahania i trudności te wiążą się przede wszystkim ze skomplikowanymi zagadnieniami klasyfikacji dyscyplin naukowych, w których operuje się różnymi kryteriami i nie dość sprecyzowanymi pojęciami, dochodząc do wyników rozbieżnych, spornych i budzących wiele zastrzeżeń. Każda bowiem klasyfikacja ma umowny charakter, gdyż opiera się na dowolnie przyjmowanych kryteriach i zasadach.

Nie pójdziemy więc tą drogą, choć mogłaby ona być bardzo ciekawa, gdyż odpowiedź, jaką byśmy w ten sposób uzyskali, miałaby i tak umowny charakter.

W tym artykule stawiamy sobie cel skromniejszy. Chcielibyśmy zwrócić uwagę Czytelnika na jedną, związaną z postawionym pytaniem kwestię, a mianowicie — na związki mechaniki z fizyką i matematyką z punktu widzenia wewnętrznej struktury mechaniki. Wobec tego wypada zacząć od dokładniejszego sformułowania pojęć zawartych w postawionym pytaniu.

Wyraz „mechanika" nikomu nie jest obcy, jest terminem niemal potocznym i używanym w różnych znaczeniach. Jednakże z punktu widzenia związków mechaniki z fizyką i matematyką nie jest celowe włączanie do mechaniki olbrzymiego kręgu zagadnień technicznych, o ogromnym zresztą znaczeniu praktycznym.

Mechanika jako dyscyplina techniczna pozostanie więc poza zasięgiem naszych zainteresowań. Tutaj mechanikę będziemy traktowali jako ścisłą naukę przyrodniczą o ruchu i oddziaływaniach ciał i ośrodków materialnych, ujmowanych przy tym — i to jest następne ograniczenie — w skali makroskopowej (a więc wyłączymy z naszych rozważań mechanikę kwantową). Ograniczymy się do mechaniki klasycznej.

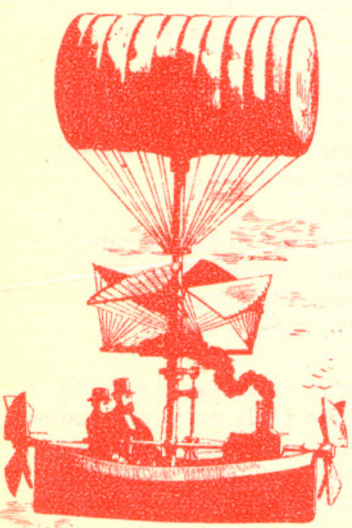
Tak rozumiana mechanika jest działem fizyki, o czym świadczyć może chociażby spis rozdziałów każdego „ogólnego" podręcznika fizyki. Jednak i to stwierdzenie nie usuwa wszystkich wątpliwości. Niegdyś nauka rozwijała się jako całość, bez żadnych podziałów na dyscypliny. Być może wynikało to stąd, że wiedza człowieka o otaczającym go świecie była bardzo skromna. Nazywano ją wtedy filozofią przyrody. W miarę rozwoju poczęły się z niej wyodrębniać poszczególne działy nauki — astronomia, geometria czy wreszcie mechanika, która była najstarszym działem powstałej później fizyki. Na początku czasów nowożytnych mechanika wysunęła się na plan pierwszy i, korzystając ze zdobyczy rozwijającej się wraz z jej zagadnieniami matematyki, jako pierwszy dział fizyki osiągnęła stan globalnie uporządkowanej matematycznie struktury. Wiek XX wysunął nowe zagadnienia mechaniki, jednakże struktury mechaniki klasycznej nie zmienił w sposób istotny. Czy to ma oznaczać, że mechanika klasyczna stała się zamkniętym, zakończonym działem fizyki, w którym rozstrzygnięto już wszystkie podstawowe problemy fizykalne, a pozostało tylko dokładniejsze matematyczne rozpracowanie rozlicznych przypadków szczególnych?

Czyli, formułując nieco inaczej nasze pytanie tytułowe — czy mechanika (klasyczna) to jeszcze fizyka, czy już (tylko) matematyka?
W tym miejscu trzeba zdać sobie sprawę z tego, czym jest matematyka i czy na odpowiednim etapie rozwoju danej nauki ścisłej da się ją sprowadzić do matematyki. Matematyka (gr. *mathema* — wiedza, nauka) to — lapidarnie mówiąc — nauka o formach przestrzennych i o stosunkach ilościowych między obiektami abstrakcyjnymi, które nie zawsze odpowiadają realnej rzeczywistości. Każda ścisła nauka przyrodnicza musi badać relacje ilościowe w rzeczywistym świecie. Dlatego matematyka jest dla niej nieodzownym narzędziem analizy rzeczywistości. Rozwój fizyki, chemii, astronomii i innych nauk przyrodniczych jest od ich zarania jak najściślej związany z rozwojem matematyki. Jednakże relacje ilościowe w procesach obserwowanych w przyrodzie nie występują na ogół w formie prostej, przejrzystej, czystej. Przeciwnie, najczęściej nakładają się na siebie, wzajemnie się zniekształcając. (Tak, jak to się dzieje, gdy w małym pomieszczeniu naraz mówi wiele osób, przeszkadzając sobie nawzajem). Aby analiza ilościowa takich procesów była skuteczna, wymaga uprzednio trafnego abstrahowania od szeregu efektów ubocznych; wymaga stworzenia uproszczonych modeli ujmujących najbardziej nas interesujące cechy rzeczywistości.

Zmatematyzowana, nawet w największym stopniu, teoria jakiegoś zjawiska czy zespołu zjawisk fizycznych jest więc faktycznie teorią mniej lub bardziej skomplikowanego ale zawsze uproszczonego modelu rzeczywistości.

Nadto trzeba pamiętać, że w nauce należy konsekwentnie rozróżniać kolejne etapy jej rozwoju, co w uproszczeniu można ująć tak:
— zbieranie faktów,
— stawianie hipotez dotyczących związków między faktami,
— doświadczalne sprawdzanie tych hipotez,
— tworzenie, na podstawie sprawdzonych hipotez, teorii poszczególnych zjawisk (odkrywanie praw szczegółowych),
— synteza praw szczegółowych w ogólną teorię ujmującą całość interesującego nas materiału doświadczalnego i, ewentualnie, przewidującą nowe fakty,
— sprawdzanie nowych wniosków teorii.

Fakty same w sobie to dopiero bezkształtne tworzywo wymagające starannej selekcji (abstrahowanie i konstrukcja modeli). Od nich do teorii naukowej wiedzie długa, a często też bardzo kręta droga poszukiwań i rozmyślań, wspomaganych nie tylko matematyką, ale też intuicją.



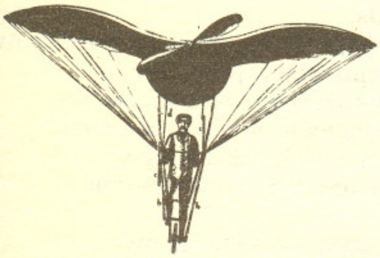
W tym miejscu notatki się kończą. Ryzykowne byłoby dopisywanie dalszego ciągu na podstawie tego, co Autor wyżej przedstawił, chociaż wydawać się może, że wnioski rysują się dość wyraźnie. Nie chcieliśmy bowiem przypisywać profesorowi Bonderowi poglądów, których może nie miał zamiaru wyłożyć.

Zwróciliśmy się jednak do kilku polskich uczonych z prośbą, by po zapoznaniu się z tekstem Autora przedstawili swoje propozycje odpowiedzi na pytanie postawione przez profesora Juliana Bondera.

Wypowiedź *prof. dra Władysława FISZDONA, członka rzeczywistego PAN i dra Ryszarda HERCZYŃSKIEGO* — przyjaciół i wieloletnich współpracowników Profesora Bondera w dziedzinie mechaniki płynów

Czy mechanika — to matematyka, czy fizyka

Rozpocznijmy od pewnej uwagi wstępnej, od tego, o co naprawdę chodziło Profesorowi Julianowi Bonderowi, gdy stawiał pytanie o stosunek mechaniki do fizyki i matematyki. Na pewno nie było jego zamiarem wyjaśnienie formalnej przynależności mechaniki, a więc zastanawianie się, czy np. winna być ona połączona organizacyjnie z matematyką (jak to dzieje się na Uniwersytecie Warszawskim czy Moskiewskim), czy z techniką (a taki jest jej status np. w Polskiej Akademii Nauk, i właśnie z ramienia Wydziału Nauk Technicznych PAN został prof. Bonder wybrany członkiem Akademii). Chodziło mu niewątpliwie o sprawy bardziej zasadnicze, choć może o mniejszych konsekwencjach praktycznych. Od lat interesowała go „istota" mechaniki, jej status filozoficzny i metodologiczny i do tych kwestii wielokrotnie w piśmie i częściej jeszcze w rozmowach powracał. Niepokoiła go pewna dwuznaczność mechaniki, nauki z jednej strony zamkniętej, z ustalonymi od lat zasadami zachowania (pędu, energii itp.), z ustalonym aparatem pojęciowym — a więc nauki, którą można by się pokusić wyłożyć *modo geometrico* przez przyjęcie określonej ilości aksjomatów, a z drugiej strony nauki „otwartej", działu fizyki, który jak każdy z jej działów narażony jest na zaskakujące odkrycia, niespodziewane obserwacje mogące w istotny sposób zmienić jego oblicze.



Pytania metodologiczne nie mają ostatnio na świecie „dobrej prasy", a u nas w kraju od lat chyba dwudziestu tylko marginalnie i od wielkiego dzwonu są podejmowane. Jednak, jeśli idzie o profesora Bondera, jego one nigdy nie opuszczały i odpowiedź, jakiej udzielał na partykularne pytanie dotyczące matematyki, może być chyba w krótki (i zapewne uproszczony) sposób sformułowana następująco. Mechanika jest siostrą nieodrodną matematyki, a obie w intymny sposób powiązane są z realnym, otaczającym nas światem. Podobnie jak tylu innych starał się Bonder słowo „intymny" rozszyfrować i dlatego właśnie frapowała go tak bardzo rola mechaniki, na której wpływ „rzeczywistości" łatwiej prześledzić.

Piszący te słowa podzielają — z określonymi zastrzeżeniami — poglądy Bondera. Jesteśmy przekonani, że matematyka to nie tylko spójna struktura logiczna, a jej rozwój, choć na własnych, inherentnych oparty prawach, zależy od rozwoju innych działów nauki, techniki a nawet ogólnych, charakterystycznych dla danych czasów poglądów. Innymi słowami, matematyka nie jest całkowicie swobodną igraszką umysłu, lecz fragmentem wielkiej gry, jaką toczymy z otaczającym nas światem, by odkryć jego tajemnice. I oczywiście taka jest też rola innych działów nauki, w tym fizyki i mechaniki.

Zapewne kontrowersję, która niepokoiła profesora Bondera, widzimy w mniej jaskrawych barwach. Różnice dzielące matematykę i fizykę nie są w naszym rozumieniu aż tak znaczne. Matematyka nie jest przecież solidną budowlą opartą na trwałych fundamentach aksjomatów. Wiele zagadnień leżących u podstaw matematyki pozostaje nadal otwartymi. Przypomnieć tu można kwestie związane z twierdzeniem Gödla albo z aksjomatyką teorii prawdopodobieństwa. Fizyka z kolei w niczym nie przypomina łódki bezwładnie unoszonej przez fale. Jej prawdziwy dorobek jest trwały i solidny, i najbardziej rewolucyjne odkrycia tego dorobku nie przekreślają, a tylko w innym świetle nam go pokazują. Struktura mechaniki klasycznej pod wieloma względami przypomina strukturę matematyki, ale na pewno obraz mechaniki jako zaksjomatyzowanej teorii nie odpowiada aktualnemu stanowi tej nauki. Wiadomo np., że dla całego szeregu zagadnień mechaniki klasycznej nie znamy rozwiązania (np. dla zagadnienia trzech ciał) i to bynajmniej nie dlatego, że nie umiemy przezwyciężyć trudności analitycznych, lecz dlatego, że brak jakichś zupełnie podstawowych elementów (np. we wspomnianym zagadnieniu brak jednej tzw. całki ruchu). W jeszcze większym stopniu dotyczy to równie klasycznych zagadnień mechaniki ośrodków ciągłych. Ruch turbulentny (burzliwy) jest tu dobrym przykładem: równania ruchu cieczy lepkiej są do dyspozycji, a my, aby jakkolwiek ruch turbulentny opisać, musimy przywoływać do pomocy dodatkowe rozważania fenomenologiczne bądź statystyczne. Jesteśmy — a mowa już o mechanice cieczy, dziedzinie, w której profesor Bonder pracował — w położeniu człowieka, który dobrze nie wie, czy narzędzia, które posiada, nie pasują, czy też nie umie ich użyć. A chodzi nie o drobnostkę, zjawisko marginalne, występujące rzadko, o którym warto by dla dobrego samopoczucia zapomnieć — chodzi o zjawisko jak najbardziej codzienne, na każdym kroku wypominające nam naszą niewiedzę.

Czy mechanika — to matematyka, czy fizyka

Prof. dr Grzegorz BIAŁKOWSKI

Zagadnienie, czy mechanikę należy — czy też nie — uważać za gałąź fizyki lub matematyki, należy rozpatrywać w kontekście ogólniejszym, a mianowicie zastanawiając się, jakie jest właściwe znaczenie poznawcze matematyki i jej stosunek do fizyki, najbardziej podstawowej nauki przyrodniczej a w dodatku tej, która z dorobku matematyki najobficiej czerpie. Problem ten należy do najstarszych i najciekawszych zagadnień nauki o poznaniu. Każdy niemal myśliciel, którego ambicją było uporządkowanie wyników tego poznania i przeniknięcie struktury rzeczywistości, wypowiadał się na ten temat, proponując swoje własne rozwiązanie lub przyłączając się do jednego z rozwiązań wcześniejszych.

Wśród rozwiązań tych istnieją krańcowe, którym dziś zapewne nikt lub prawie nikt racji nie przyzna. Na jednym krańcu znajdujemy rozwiązania pozytywistyczne (w duchu np. Milla), wedle których matematyka, podobnie jak fizyka, jest nauką empiryczną, o charakterze indukcyjnym. Przedmiotem badań matematyki byłby więc nie jakiś „idealny trójkąt", ale zawsze określony „przedmiot trójkątny". Terminy matematyczne zaś, jak np. właśnie ów idealny trójkąt, byłyby tylko pustymi słowami, którym w ogóle nic nie odpowiada.

Na drugim krańcu można umieścić rozwiązanie Platona, który sądził, że przedmioty matematyczne istnieją poza rzeczami i są nawet poznawalne wprost, bez pośrednictwa doświadczenia; w istocie, powiada Platon, były one znane duszy jeszcze przed połączeniem jej z ciałem, tak że badania matematyczne są raczej przypominaniem tych odwiecznych prawd. Istniejące wokół nas „obiekty trójkątne" w najlepszym razie mogą tylko kierować naszą uwagę ku swemu prawzorowi, „trójkątowi idealnemu".

Z innych rozwiązań należy wymienić jeszcze dwa. Arystoteles i liczni myśliciele po nim sądzili, że wprawdzie platońskie „obiekty matematyczne" nie istnieją poza rzeczami, ale można je odnaleźć w rzeczach przez abstrakcję, jako ich formy, czyli, jakbyśmy może mogli powiedzieć trochę wypaczając myśl Arystotelesa, jako elementy definicji gatunkowej przedmiotów, tkwiące jednak obiektywnie w przedmiotach, a nie tylko w definiującym umyśle. Matematyka byłaby więc wtedy nauką o jakiejś głębszej strukturze rzeczywistości, którą w rzeczywistości tej można odsłonić dzięki aktom abstrahowania od cech mniej lub bardziej nieistotnych.

Inne rozwiązanie problemu matematyki dał Kant. W jego przekonaniu matematyka jest szatą, w którą nasza świadomość ubiera poznawany świat. Świat ten musi się pojawić w naszym poznaniu jako ukształtowany matematycznie, nie leży to jednak w naturze świata, lecz właśnie tylko naszego poznania. Jaki zaś naprawdę jest świat, na to pytanie, zdaniem Kanta, w ogóle żadnej odpowiedzi nie można udzielić, gdyż świat ten nie jest poznawalny.

Od czasów Galileusza wśród fizyków utrwala się jeszcze inny pogląd na matematykę. Fizyk w toku swej działalności przyswaja sobie pewien szereg przekonań, które osoba nieżyczliwa ma prawo nazwać przesądami. A więc sądzi on, że

1. Świat wykazuje daleko posuniętą autonomię, w tym sensie, że nie można go zmienić samym tylko aktem woli, bez fizycznej w nim działalności;

2. Działalność ta, jeśli ma być skuteczna, musi być zgodna z pewnymi regułami gry, które noszą nazwę praw przyrody;

3. Wszelkie prawa przyrody, już odkryte i także te, które będą odkryte w przyszłości, mają charakter przybliżony, w dwojakim sensie: **a)** zachodzą tylko przy spełnieniu określonych warunków (np. prawa mechaniki nierelatywistycznej, gdy ciała poruszają się powoli) i **b)** zachodzą tylko z określoną w danych warunkach dokładnością;

4. W nauce dokonywa się postęp, który polega między innymi na tym, że formułowane są nowe prawa, o zwiększonym zakresie stosowalności lub spełniane z większą dokładnością;

5. Świat jest nie tylko źródłem sugestii przy formułowaniu nowych praw, ale także punktem odniesienia przy ich sprawdzaniu; odrzucane jako fałszywe są te prawa, które nie pozwalają na działanie skuteczne w przewidywanym zakresie zjawisk z przewidywaną dokładnością.

Prawa matematyki nie stosują się w wielu punktach do tych zasad. Ani nie mają one charakteru przybliżonego, ani nie notuje się w matematyce przechodzenia od praw mniej do bardziej dokładnych, ani też nie są one przedmiotem porównania z otaczającą nas rzeczywistością. Wnioskujemy stąd, że matematyka nie jest nauką o przyrodzie.

Jest jednak skądinąd faktem, że prawa matematyki są w jakiś sposób „przydatne". Skąd się więc ta ich przydatność bierze? Powodem oczywiście jest ich genetyczne uwarunkowanie obserwacją przyrodniczą. Przyroda dostarcza matematyce sugestii co do tego, jakie czynić założenia, jakimi obiektami się zajmować. Te sugestie mogą być „naoczne" (jak np. w wypadku geometrii euklidesowej), mogą jednakże również pochodzić z głębszych uwarunkowań umysłu ludzkiego. Nie jest on, być może, w stanie wymyślić niczego, co by nie miało odniesienia do rzeczywistości.

Mówiąc żartem, wiemy, że smoki nie istnieją; jednakże istnieją elementy, z których je budujemy: i łby, i pancerz, i łapy, i nawet ogień, który zionie z ich paszczy. Ta ograniczoność wyobraźni ludzkiej, która nie pozwala nam wyobrazić sobie „ósmej barwy tęczy", nie pozwala na takie oderwanie się od rzeczywistości fizykalnej, przy którym powstawałyby prawa nie mające w ogóle nawet szansy na przydatność.

Matematyka jest więc w pewnym sensie nauką o wszelkich możliwych zwierzętach, włączając tu smoki, gryfy, sfinksy i pegazy, o wszelkich możliwych istotach myślących, włączając tu ludzi (np. pana Zagłobę), ale też i anioły, dżinny i wampiry. Matematyka jest nauką o tym, co jest możliwe, a nie o tym, co jest. Fizyka natomiast, w świetle tych uwag, byłaby nauką o tym, co jest, a ściślej trzeba by powiedzieć, o tym, co prawdopodobnie jest z daną dokładnością. Jeśli matematyka jest nauką o wszystkich możliwych twarzach, a ściślej — typach twarzy, to fizyka odkrywa tę jedną jedyną twarz, która naprawdę istnieje i którą można kochać lub nienawidzić. Dlatego też struktury matematyczne przez sam fakt zanurzenia ich w fizyce nabierają nowego charakteru. Geometria jako gałąź matematyki nie jest i nie może być przedmiotem porównania z doświadczeniem. Istnieje jednak także geometria fizyczna, gałąź fizyki, zmierzająca do ustalenia, w kontekście innych praw fizyki, np. praw rządzących rozchodzeniem się światła, jaka jest rzeczywista geometria świata. Wiemy dziś na przykład, że w warunkach ziemskich z bardzo dobrą dokładnością można się posługiwać prawami geometrii euklidesowej, to znaczy, że prawa te zgodne są z całą resztą fizyki sprawdzalnej w laboratorium. Gdy jednak z niego wyjdziemy, by badać obiekty astronomiczne, okazuje się, że dostrzegalne są odstępstwa od euklidesowości przestrzeni wywołane rozkładem mas i towarzyszącym temu rozkładowi polem grawitacyjnym.

Podobnie przedstawia się sprawa z mechaniką. Jest to gałąź wiedzy niemal równie ogólna jak geometria. Jeśli bowiem ta ostatnia zajmuje się ogólnymi własnościami przestrzeni w zasadzie (ale tylko w zasadzie!) niezależnie od ciał, które w przestrzeni tej się znajdują, to mechanika zajmuje się ogólnymi prawami ruchu ciał w zasadzie niezależnie od ich rodzaju i od natury sił, wywołujących ruch. Co więcej, mechanikę można też uważać za geometrię w pewnej przestrzeni, a mianowicie w przestrzeni fazowej, w której współrzędnymi są położenie oraz składowe pędu ciała.

Rozumiana jako gałąź matematyki, mechanika jest to po prostu teoria układów równań różniczkowych drugiego rzędu. Dla teorii tej poszukuje się równoważnych sformułowań w innym języku matematycznym, np. w języku rachunku wariacyjnego lub też teorii transformacji w przestrzeni fazowej. Doświadczenie odbija się na tej teorii tylko przez wybór tematu: właśnie równań rzędu drugiego, a nie na przykład trzeciego, choć i to można tłumaczyć względem na prostotę. Cała ta struktura matematyczna po zanurzeniu w fizyce staje się mechaniką fizyczną, gałęzią nauki eksperymentalnej, porównywalną z doświadczeniem i przez wymogi tego doświadczenia odpowiednio modyfikowaną. Przykładem takiej modyfikacji są choćby zmiany wniesione do mechaniki klasycznej przez teorię względności.

Tak w przybliżeniu przedstawia się sprawa, jeśli chodzi o mechanikę punktu materialnego i bryły sztywnej, a więc tę gałąź mechaniki, która jest najlepiej zbadana a jej podstawy fizyczne w zasadzie zostały ustalone już przed dwustu laty. Inne działy mechaniki, jak mechanika ciał odkształconych, mechanika kwantowa czy wreszcie mechanika statystyczna, które są mniej okrzepłe od strony fizykalnej, są też mniej podatne na definitywną aksjomatyzację, która by umożliwiła ich rozwój matematyczny.

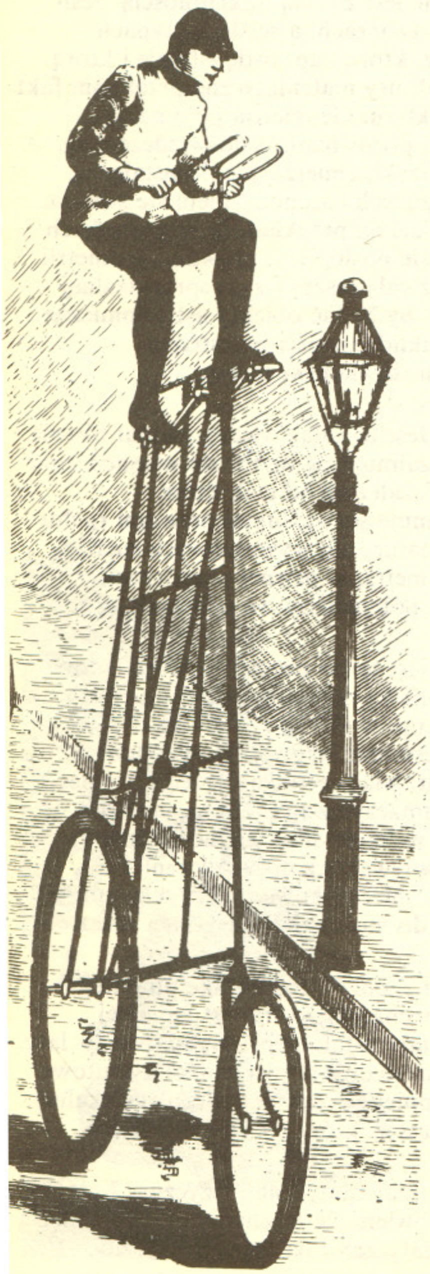
Reasumując, widzę miejsce na dwie mechaniki: matematyczną i fizyczną. Lub też, jeśli komuś takie rozwiązanie nie odpowiada, powiem, że mechanika jest tą gałęzią nauki, którą można uprawiać na sposób matematyczny i na sposób fizyczny.

Czy mechanika – to matematyka, czy fizyka

Prof. dr Iwo BIAŁYNICKI-BIRULA, członek korespondent PAN

Na to, by podać odpowiedź na pytanie postawione przez Profesora Bondera, trzeba najpierw ustalić, jaka jest właściwie różnica między matematyką i fizyką. Powszechnie uważa się, że te dwie gałęzie wiedzy różnią się zasadniczo między sobą.

Wybitny fizyk polski Marian Smoluchowski (zmarły w czasie I wojny światowej) tak pisał na ten temat: „Matematyka interesują pewne zagadnienia, które umysł ludzki stwarza sobie jako takie. Fizyk zajmuje się światem zewnętrznym, fizycznym; owe zagadnienia tylko o tyle go obchodzą, o ile łączą się z jakimiś zagadnieniami fizycznymi. Fizyk zajmuje wobec matematyki stanowisko utylitarne. Matematyków dzisiejszych, jako smakoszów intelektualistycznych, takie subtelności i niezwykłości najbardziej interesują, jakich w normalnych zjawiskach fizycznych wcale nie napotykamy".



Marianowi Smoluchowskiemu wtóruje współczesny fizyk amerykański, laureat nagrody Nobla, Richard Feynman: „Matematycy zajmują się jedynie strukturą rozumowania ... przygotowują oni abstrakcyjne rozumowania gotowe do użytku ... W fizyce natomiast musimy rozumieć związek słów z rzeczywistym światem". Przeciwstawienie fizyki matematyce budzi jednak moje poważne wątpliwości i nie jestem w tym odosobniony. Wielki myśliciel Starożytnej Grecji, Arystoteles pisał, że matematyka i fizyka opisują tę samą rzeczywistość, ale z innego punktu widzenia. Według Arystotelesa, matematyka traktuje o formach występujących w przyrodzie, ale formy te są badane w oderwaniu od przedmiotów materialnych. Fizyka natomiast zajmuje się obiektami materialnymi i nawet jeśli badania dotyczą form, są to zawsze formy związane z konkretnymi obiektami. Można więc powiedzieć, że zarówno matematyka jak i fizyka opisują rzeczywisty świat, a różnica między tymi naukami polega jedynie na tym, iż w matematyce wyższy jest stopień abstrakcji.

Historia rozwoju matematyki i fizyki w ciągu 23 stuleci, które upłynęły od czasów Arystotelesa, potwierdziła słuszność jego koncepcji. Dwa najbardziej podstawowe działy matematyki: analiza i geometria rozwinęły się w ścisłym powiązaniu z naukami przyrodniczymi; z jednej strony czerpiąc natchnienie z tych nauk, a z drugiej wywierając na nie ogromny wpływ. Natomiast próby zbudowania absolutnej matematyki, opartej wyłącznie na regułach logicznego rozumowania, nie powiodły się. Współczesny matematyk i logik Kurt Gödel wykazał, że w każdym dostatecznie złożonym systemie matematycznym opartym na aksjomatach można podać twierdzenia, o których nie można powiedzieć, czy są prawdziwe, czy fałszywe.

Wymienione fakty, moim zdaniem, wskazują wyraźnie na to, że matematyka jest jedną z nauk przyrodniczych, bardzo bliską fizyce. Granica między matematyką i fizyką jest zresztą niewyraźna, gdyż wiele działów fizyki teoretycznej też posługuje się bardzo abstrakcyjnymi modelami rzeczywistych obiektów.

Powróćmy jednak do cytatów z artykułów Smoluchowskiego i Feynmana. Czyżby uczeni ci całkowicie się mylili? Nie! W ich wypowiedziach jest spora doza prawdy. Rzecz w tym, że większość matematyków prowadzi działalność naukową bez zwracania uwagi na powiązania z rzeczywistością; nawet rozumianą bardzo abstrakcyjnie. Mimo to matematyka rozwija się doskonale, ale dzieje się to na zasadzie prób i błędów. Prób jest ogromnie dużo. Wybitny matematyk polskiego pochodzenia, pracujący w Stanach Zjednoczonych, Stanisław Ulam napisał przed paroma laty, że w ciągu roku publikuje się ponad 200 000 dowodów różnych twierdzeń matematycznych. Oczywiście tylko nieznaczna część tych wyników wejdzie na trwałe do matematyki, zaś pozostałe to są właśnie owe nieudane próby. Tylko te wyniki matematyczne mają nieprzemijającą wartość, które są jakimś odbiciem rzeczywistości, natomiast te zagadnienia, „które umysł ludzki stwarza sobie jako takie", odgrywają jedynie rolę w doskonaleniu techniki matematycznej, nie wnosząc do samej matematyki nic istotnego. Podobną rolę w fizyce odgrywają niektóre modele (np. modele, w których przyjmuje się, że przestrzeń fizyczna ma 2 wymiary lub nawet 1 wymiar) służące do doskonalenia samych teorii fizycznych.

Odpowiedź na pytanie „Czy mechanika — to matematyka, czy fizyka" powinna, moim zdaniem, brzmieć: Mechanika jest zarówno działem matematyki, jak i działem fizyki, zależnie od tego, jak dalece została posunięta abstrakcja. Jeżeli przyjmiemy, że przedmiotem mechaniki jest badanie ruchu punktów materialnych, to otrzymamy dział matematyki. Jeżeli przyjmiemy, że przedmiotem mechaniki jest badanie ruchu rzeczywistych ciał, które w pewnych sytuacjach można reprezentować przez punkty materialne, to otrzymamy dział fizyki. Zgodnie z poglądami Arystotelesa, różnica polega wyłącznie na odmiennych punktach widzenia.

To co napisałem stosuje się nie tylko do mechaniki. Także inne działy fizyki teoretycznej można sformułować w sposób tak dalece abstrakcyjny, że stają się one działami matematyki. Uczyniono to w dużym stopniu w przypadkach mechaniki kwantowej, ogólnej teorii względności, mechaniki statystycznej i kwantowej teorii pola. Stale obserwujemy proces przesuwania się kolejnych działów fizyki „po drabinie abstrakcji" w stronę matematyki. Proces matematyzacji nie jest ograniczony wyłącznie do fizyki, ale obejmuje z wolna także inne nauki przyrodnicze. Przykładem z dziedziny biologii jest, stworzona przez francuskiego matematyka René Thoma, teoria przemian form w przyrodzie (znana także pod nazwą teorii katastrof). Teorię tę, podobnie jak mechanikę, można zaliczyć albo do matematyki, albo do biologii. Sądzę, że w przyszłości, podobnie jak w przeszłości, przenikanie bardziej zmatematyzowanych działów szczegółowych nauk przyrodniczych do matematyki odegra zasadniczą rolę w wyznaczeniu właściwych kierunków rozwoju tej podstawowej gałęzi wiedzy.

Dumając nad związkami matematyki z fizyką powinniśmy jednak pamiętać o tym co powiedział na ten temat największy poeta niemiecki Jan Wolfgang Goethe: „Matematycy podobni są Francuzom; cokolwiek im powiesz, tłumaczą na swój język i natychmiast staje się to czymś zupełnie innym".

Zadania

Redaguje mgr Andrzej MĄKOWSKI

Poniższe zadania są, być może, wielu Czytelnikom znane. Przypominamy je jako przykłady zastosowań mechaniki do matematyki.

M 139. Dany jest wielościan wypukły i punkt P wewnątrz niego. Niech P_s będzie rzutem prostokątnym punktu P na płaszczyznę zawierającą ścianę s. Udowodnić, że dla pewnej ściany s punkt P_s leży na s.
(Por. zadanie 8 z XXV Olimpiady Matematycznej.)
Rozwiązanie na str. 12

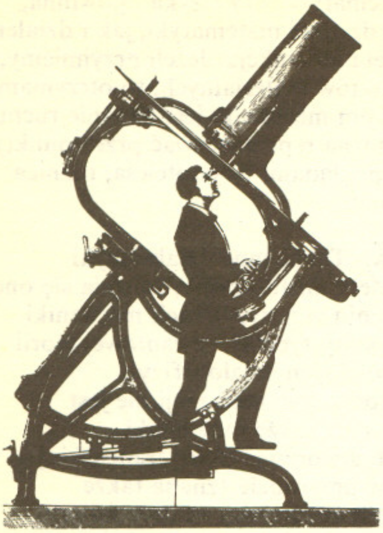
M 140. Udowodnić, że styczna do elipsy w dowolnym punkcie X tworzy równe kąty z odcinkami XO_1 i XO_2, gdzie O_1, O_2 są ogniskami elipsy.
Rozwiązanie na str. 12

M 141. Należy zbudować szkołę dla dzieci z trzech wiosek. W jednej z nich mieszka 50 dzieci, w drugiej — 70, w trzeciej — 90. Gdzie należy wznieść budynek szkolny, by suma odległości pokonywanych przez dzieci była najmniejsza?
(Por. H. Steinhaus, Kalejdoskop matematyczny).
Rozwiązanie na str. 9

Redaguje dr Waldemar GORZKOWSKI

F 47. Wyprowadzić wzór na moment bezwładności jednorodnej kuli o masie M i promieniu R względem osi przechodzącej przez środek, nie korzystając z rachunku różniczkowego ani z rachunku całkowego.
Rozwiązanie na str. 9

Doc. dr Andrzej KRZYWICKI



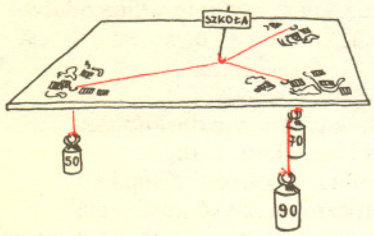
Czy mechanika — to matematyka, czy fizyka

Obiecałem Kolegom z Redakcji Delty odpowiedzieć na pytanie zawarte w artykule prof. Juliana Bondera, ale przyznam się szczerze, że im dłużej myślę, tym bardziej nie wiem jak to zrobić. Kłopot polega między innymi na tym, że sama potrzeba postawienia tego pytania może być, jak sądzę, jasna tylko dla kogoś, kto już zetknął się z mechaniką, i to nie całkiem pobieżnie. A główny adresat Delty, młodzież gimnazjalna i licealna, na ogół nie miała jeszcze okazji poznać z niej więcej, niż zawiera program szkolny, a więc prawa Newtona i pewne proste ich konsekwencje. Pytanie metodologiczne może być ciekawe tylko dla kogoś, kto już zna trochę dziedzinę szczegółową, której pytanie dotyczy. Z konieczności więc ograniczę się jedynie do ogólników powszechnie znanych i dużych uproszczeń.
Specjalne wyróżnienie mechaniki i pytanie o jej stosunek do matematyki i fizyki wywodzą się z XIX wieku, a powodem, dla którego tak często wracano do tego pytania, był fakt pozornie czysto matematycznej postaci mechaniki Newtona w odróżnieniu od reszty ówczesnej fizyki. Wydawało się mianowicie, że cała mechanika Newtona zawarta jest w kilku aksjomatach, z których na drodze czystej dedukcji logicznej wynikają wszystkie inne fakty mechaniki. Nie możemy się dziwić, że sprawa ta zafascynowała uczonych. Do dziś przecież zdumiewa nas to, że matematyka jest tak świetnym narzędziem opisu rzeczywistości. To przecież Einstein powiedział, że Bóg, który stworzył Wszechświat, był matematykiem.
Ale nie tylko wspomniana wyżej formalna struktura mechaniki zadecydowała o jej znaczeniu w myśli dziewiętnastowiecznej; pozostając częścią fizyki, stała się mechanika dla matematyki XIX wieku źródłem ogromnej inspiracji twórczej dzięki nowej postaci, a raczej postaciom, jakie nadali jej Lagrange, Hamilton i Jacobi. Bez przesady można powiedzieć, że cała analiza XIX wieku wywodzi się z rozwiniętej przez tych matematyków mechaniki „analitycznej", jak ją do nie tak dawna nazywano. W tej nowej postaci stała się ona tak nieodróżnialna od matematyki i tak bardzo daleka — jak się wydawało — od jej fizycznych źródeł, że jeden z największych autorytetów matematycznych, Felix Klein, mógł w ostatnich latach XIX wieku napisać o mechanice analitycznej: „fizyk z jej teorii może wynieść bardzo niewiele, a inżynier — nic".
Tymczasem pojawiła się teoria względności, przekreślając absolutny charakter mechaniki newtonowskiej i przez to samo umacniając osąd Kleina. Okazało się również, że sprawa pełnej aksjomatyzacji mechaniki Newtona, na wzór „Podstaw geometrii" Hilberta, jest niesłychanie skomplikowana. Nie doprowadzono jej do końca; zresztą dzisiejsze zainteresowania idą w innym kierunku, a jej znaczenie poznawcze byłoby zapewne niewspółmierne do wysiłków, które należałoby włożyć w jej stworzenie. Tak więc mechanika newtonowska, która wydawała się w XIX wieku podstawą i wzorem całej fizyki, straciła nagle to znaczenie.
Ale minęło zaledwie jakieś trzydzieści lat od wypowiedzi Kleina, kiedy nieoczekiwanie stało się jasne, że to jakoby niewiele przydatne dla fizyków hamiltonowskie i lagrange'owskie ujęcie mechaniki wspaniale pasuje właśnie do mechaniki kwantowej. Pogląd, iż czysto matematyczna postać teorii, otrzymana przez formalną procedurę matematyczną, oznacza zerwanie z jej pierwotnym źródłem i jej nieprzydatność do opisu rzeczywistości, okazał się błędny. Mechanika klasyczna, przemieniona w mechanikę kwantową, znów zatriumfowała.
I znów historia się powtarza. Dziś mechanika staje się ponownie źródłem potężnej inspiracji dla matematyków. I znów matematycy nadają jej nową postać. I znów odzywają się głosy matematyków o nieprzydatności tych teorii dla samej mechaniki. Najchętniej na tym zakończyłbym swoją wypowiedź. Tylko że zarzucono by mi, i słusznie, że nie odpowiedziałem wprost na postawione pytanie. Zastanawiam się, czy jest możliwa zupełnie jasna odpowiedź?
Wyobraźmy sobie coś w rodzaju mapy, a na niej wyodrębnione obszary fizyki, matematyki i mechaniki, niby trzy kraje. Wystarczy tylko powiedzieć, co jest fizyką, co matematyką a co mechaniką, nanieść te dane na naszą mapę, popatrzeć, czy obszar obejmujący to, co nazwaliśmy mechaniką ma niepusty przekrój z obszarem fizyki i matematyki — i już mamy gotową odpowiedź. Pozostaje tylko drobiazg: wyznaczyć te trzy „kraje" na naszej mapie. Musimy więc mieć jakieś kryterium rozpoznawcze. Może w takim razie zaczniemy od pytania: czym jest matematyka? Okazuje się, że nie ma co do tego ogólnej zgody nawet wśród matematyków. Z fizyką sprawa jest zapewne jaśniejsza, choć przeglądając niektóre z monografii poświęconych fizyce z trudem potrafimy je odróżnić od monografii matematycznych. Nic dziwnego, że wobec tych „nieostrości metodologicznych", nieostrości, które stale narastają w wyniku szybkiego rozwoju i wzajemnego przenikania różnych dyscyplin naukowych, jeszcze trudniej jest określić położenie mechaniki na mapie dzisiejszej nauki.

Cóż więc zrobić? Może przerzucić się w drugą skrajność i postąpić najprościej: do matematyki zaliczyć to, czym zajmują się matematycy, a do fizyki to, czym zajmują się fizycy? Okaże się wówczas, że mechanika jest i matematyką, i fizyką. Postępowanie takie na pewno wszystkim nam wyda się zbyt prostackie. Bez wątpienia tak jest. Może jednak w ten prosty sposób otrzymaliśmy odpowiedź taką samą, jak przy użyciu finezyjnych argumentów i przemyślnie dobranych przykładów?
Bo pytanie, na które mamy odpowiedzieć, to jedno z tych pytań, na które łatwo znaleźć banalną odpowiedź, jak ta powyżej, a bardzo trudno odpowiedź wnoszącą coś nowego do tej sprawy lub choćby stawiającą ją w nowym świetle, jak to czyni znakomite przeformułowanie przez prof. J. Bondera tytułowego pytania Jego artykułu przez dodanie słów „jeszcze" i „już tylko". I już dzięki temu jednemu zdaniu winniśmy dużą wdzięczność Redakcji Delty za podjęcie decyzji opublikowania niedokończonego artykułu prof. Juliana Bondera.

Rozwiązanie zadania M 141

Narysujmy na stole (no, może lepiej na kawałku sklejki) plan okolicy tych wiosek i w miejscu odpowiadającym tym wioskom zróbmy otwory. Przez otwory te przełóżmy sznurki obciążone masami odpowiednio 50 dag, 70 dag i 90 dag i złączmy je jednym węzłem. Punkt, w którym ustabilizuje się węzeł, wyznacza położenie szkoły.



Obliczmy bowiem łączną energię potencjalną. Wynosi ona $E = 50\,h_1+70\,h_2+90\,h_3$, gdzie h_1, h_2, h_3 są wysokościami (nad podłogą), na jakich zatrzymały się ciężarki. Niech l_1, l_2, l_3 będą długościami sznurków i r_1, r_2, r_3 — odległościami węzła od otworów. Wówczas $h_i = h+r_i-l_i$ $(i = 1, 2, 3)$, skąd $E = 50r_1+70r_2+90r_3+(210h-50l_1-70l_2-90l_3)$. Wielkość znajdująca się w nawiasie jest stała, a więc $50r_1+70r_2+90r_3$ przyjmuje wartość minimalną wtedy, gdy minimalne jest E, czyli w położeniu równowagi.
Zob. artykuł Z. Ogielskiego w Delcie 3/1977.

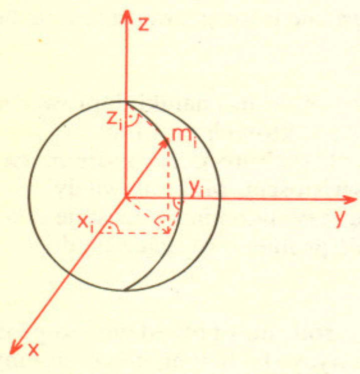
Rozwiązanie zadania F 47

Obliczymy dwiema metodami moment bezwładności jednorodnej powłoki kulistej względem osi przechodzącej przez środek: raz korzystając z własności symetrii, a raz korzystając z zasad analizy wymiarowej i addytywności momentu bezwładności. Porównanie wyników pozwoli jednoznacznie określić szukany moment bezwładności kuli.
Niech masa i promień powłoki kulistej będą równe odpowiednio M i R.

Pierwsza metoda

Podzielmy powłokę na bardzo małe kawałki o masach m_i (rys. 1). Weźmy pod uwagę jedną z osi przechodzących przez środek. Ze względu na symetrię możemy wziąć dowolną z nich, np. oś z. Możemy więc napisać

$$I_p = \sum_i m_i(x_i^2+y_i^2) = \sum_i m_i x_i^2 + \sum_i m_i y_i^2.$$



Rys. 1

Ze względu na symetrię mamy

$$\sum_i m_i x_i^2 = \sum_i m_i y_i^2 = \sum_i m_i z_i^2.$$

Sumę $\sum_i m_i z_i^2$ oznaczmy przez A. Mamy

$$3A = \sum_i m_i(x_i^2+y_i^2+z_i^2) = \sum_i m_i R^2 = R^2\sum_i m_i = R^2 M.$$

Zatem $A = \frac{1}{3}MR^2$ i

(1) $$I_p = \frac{2}{3}MR^2.$$

Metodą tą nie da się wyprowadzić wzoru na moment bezwładności pełnej kuli. Wtedy bowiem $x_i^2+y_i^2+z_i^2 \neq R^2$ i nie możemy się obejść bez całkowania.

Druga metoda

Moment bezwładności kuli jest zależny jedynie od R i M. Jedyna możliwa kombinacja tych wielkości mająca wymiar momentu bezwładności jest następująca:

(2) $$I_k = \alpha MR^2,$$

gdzie α jest nie znaną nam liczbą.
Weźmy teraz pod uwagę kulę z wydrążoną wewnątrz współśrodkową wnęką kulistą o promieniu r. Niech masa tej wydrążonej kuli wynosi M. Obliczmy jej moment bezwładności I_w względem osi przechodzącej przez środek.
Z addytywności momentu bezwładności wynika, że I_w jest różnicą między momentem bezwładności kuli, gdyby była ona pełna, a momentem bezwładności tej jej części, która została usunięta.
Niech $\beta = r/R$. Gęstość kuli wydrążonej wynosi

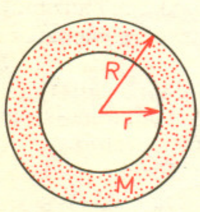
$$\varrho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3(1-\beta^3)}.$$

Korzystając z wzoru (2) możemy napisać:

$$I_w = \alpha\cdot\frac{4}{3}\pi R^3\varrho\cdot R^2 - \alpha\cdot\frac{4}{3}\pi r^3\varrho\cdot r^2 = \alpha MR^2\,\frac{1-\beta^5}{1-\beta^3} = \alpha MR^2\,\frac{1+\beta+\beta^2+\beta^3+\beta^4}{1+\beta+\beta^2}.$$

Dla r dążącego do R kula wydrążona staje się rozważaną poprzednio powłoką kulistą. Wtedy moment bezwładności I_w przechodzi w I_p.
Ale dla $\beta = 1$

(3) $$I_w = \frac{5}{3}\alpha MR^2 \quad (= I_p).$$



Rys. 2

Porównując prawe strony wzorów (1) i (3) dostajemy $\alpha = \frac{2}{5}$.
Wobec tego wzór (2) na moment bezwładności pełnej kuli przybiera postać

$$I_k = \frac{2}{5}MR^2,$$

co kończy rozważania.
Zapewne przytoczone tu rozwiązanie nie jest jedyne. Czytelników, którzy znajdą rozwiązania istotnie różniące się od podanego, prosimy o nadesłanie ich do Redakcji.

Czy mechanika – to matematyka, czy fizyka

Prof. dr Czesław WOŹNIAK

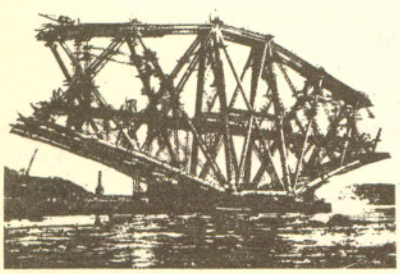
KILKA UWAG

Pytanie, które postawił prof. Julian Bonder, traktuję bardziej jako pretekst do pewnej wypowiedzi bądź może nawet dyskusji, niż jako pytanie domagające się jasnej i jednoznacznej odpowiedzi. Próba odpowiedzi na to pytanie wymagałaby bowiem uprzedniego ustalenia, co to jest mechanika, co to jest fizyka i co to jest matematyka.

Na temat „co to jest matematyka" i pod tym właśnie tytułem napisano interesującą książkę (autorzy: R. Courant i H. Robbins, tłum. z ang., Biblioteka Problemów, Warszawa 1967), liczącą ponad 600 stron. Książka ta nie stara się jednak dać czegoś, co moglibyśmy potocznie nazwać „definicją" matematyki, lecz po prostu mówi nam o samej matematyce, tj. o liczbach, figurach funkcjach itp. W innym artykule pierwszego z autorów cytowanej książki (Matematyka w świecie współczesnym, tłum. z ang., Biblioteka Problemów, Warszawa 1966, str. 9 i dalsze) czytamy: „Na pytanie co to jest matematyka nie można odpowiedzieć w sposób sensowny używając ogólników filozoficznych, definicji semantycznych albo dziennikarskiej paplaniny". Dalej jednak czytamy, że „... celem matematyki jest postępująca abstrakcja, logicznie ścisła dedukcja oparta o aksjomaty i coraz szersze uogólnianie".
To ostatnie stwierdzenie dotyczy także mechaniki, gdyż pojęcia „ruchu punktu materialnego", „siły działającej na punkt" etc. są wyabstrahowane z otaczającego nas świata. Pojęcia te traktujemy w mechanice jako pewne obiekty spełniające pewien układ aksjomatów. Podobnie jak w geometrii tak i w mechanice nie jest ważne, czym są takie obiekty jak siła lub masa, lecz istotnym jest to, co się o nich zakłada (np. prawa dynamiki Newtona). Przy takim podejściu różnica między matematyką a mechaniką sprowadza się do faktu, że aksjomaty mechaniki mają tylko odrębną specyfikę, tj. u ich podłoża tkwią pewne intuicje związane z ruchem i jego przyczynami.

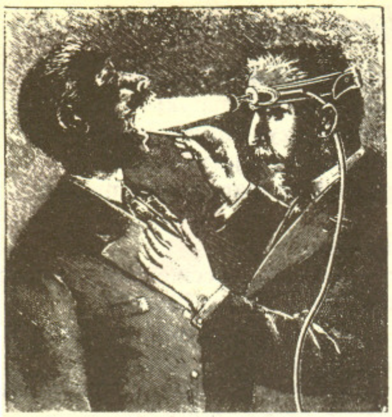
Należy jednak nadmienić, że aksjomatyczne podejście do mechaniki doprowadza nas czasami do pewnych struktur matematycznych, w których mówimy o przedmiotach mechaniki (takich jak siła, moment, ruch itp.), lecz które mogą nie mieć żadnego związku z otaczającą nas rzeczywistością. Możemy wtedy powiedzieć, że mechanika przestaje być już fizyką; czy natomiast pozostaje ona jeszcze mechaniką — to bardziej sprawa nazwy niż problem nadający się do rzeczowej dyskusji.

Dlatego też pozostawmy na boku rozważania tego rodzaju i powiedzmy po prostu, że matematyka jest tym, czym zajmują się matematycy (bądź tym, czego uczymy się na lekcjach, wykładach, ćwiczeniach etc. z matematyki), a fizyka tym, czym zajmują się fizycy (bądź tym, czego powinniśmy się uczyć na lekcjach, wykładach etc. fizyki). Przyjmując taki punkt widzenia, pytanie w tytule tego artykułu możemy zastąpić pytaniem „kim są ludzie zajmujący się mechaniką — matematykami czy fizykami". Nie ulega wątpliwości, że mechaniką zajmują się i niektórzy matematycy, i niektórzy fizycy. Mechaniką zajmują się także niektórzy inżynierowie. Mechanika dla fizyka jest oczywiście działem fizyki, natomiast równania mechaniki, bez względu na to, co opisują, są przedmiotem zainteresowania matematyka. Dla inżyniera — mechanika jest najczęściej bardziej narzędziem niż przedmiotem badania; w tym kontekście mówimy często o „mechanice technicznej". Jednakże większość specjalistów zajmujących się twórczo mechaniką trudno nazwać tylko matematykami, fizykami bądź inżynierami, gdyż ich działalność koncentruje się na styku tych trzech dziedzin wiedzy.



W związku z tym można zaryzykować tezę, że w obecnym stanie nauki mechanika to ani matematyka, ani fizyka, lecz odrębna dyscyplina naukowa, posługująca się matematyką, korzystająca z praw fizyki mówiących o siłach i ruchach, oraz oddziałująca ściśle z naukami technicznymi. Fizyka dostarcza mechanice punktu wyjścia do abstrakcji, sam proces abstrakcji, dedukcja i uogólnianie wiążą mechanikę z matematyką, zaś nauki techniczne sprowadzają mechanikę do tego, co jednostkowe i konkretne.

Czy mechanika – to matematyka, czy fizyka



Doc. dr Michał ŚWIĘCKI

NIE MA RÓŻNICY

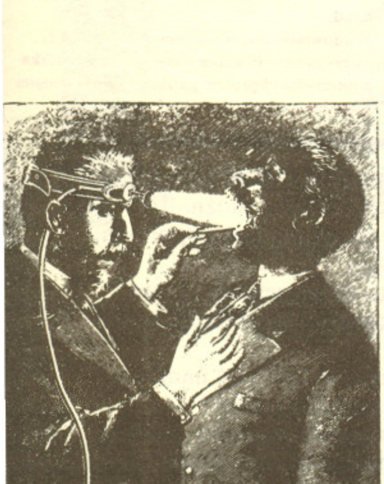
Nauki zwane matematyką i fizyką powstały z dążenia człowieka do jednoznacznego i obiektywnego opisania wyników różnych doświadczeń i obserwacji. Taki obiektywny opis stał się możliwy dzięki wprowadzeniu pojęcia liczby. Różnym cechom i własnościom ciał zaczęto przypisywać odpowiednie wielkości liczbowe.

W tym miejscu drogi obu nauk zaczęły się rozchodzić. Nie była to jednak rozbieżność fundamentalna. Z jednej strony zaczęto badać własności liczb i innych, mniej lub bardziej abstrakcyjnych tworów, zawsze jednak dających się do liczb sprowadzić. Tak, w dużym uproszczeniu, powstała matematyka. Z drugiej strony badano doświadczalnie i próbowano opisać zależności między tymi cechami ciał, które dadzą się jednoznacznie sprowadzić do liczb. W ten sposób rozwinęła się fizyka, której fundamentem jest ilościowy opis zjawisk. Nic dziwnego, że drogi matematyki i fizyki często przecinały się i dzisiaj trudno powiedzieć, czy ludzie, którzy stworzyli mechanikę, byli bardziej fizykami, czy matematykami.

Zastanówmy się krótko nad strukturą samej fizyki. Przy okazji zobaczymy, dlaczego właśnie tam język matematyki jest najbardziej odpowiedni. Mówiliśmy, że fizyków interesują tylko takie cechy i zjawiska, które możemy jednoznacznie wyrazić liczbami. Jest jednak oczywiste, że do opisu dużych, skomplikowanych i niejednorodnych ciał trzeba podać ogromną ilość ich własności liczbowych i opis taki szybko staje się bardzo niewygodny. Dlatego fizycy szybko poszli drogą wykonywania możliwie idealnych doświadczeń na możliwie idealnych ciałach i pozornie zupełnie oderwali się od rzeczywistości. W ten sposób w mechanice pojawił się punkt materialny, a doświadczenia wykonywano np. z wahadłami możliwie mało różniącymi się od wahadła matematycznego.

Zwróćmy jednak uwagę na to, że z odpowiedniego zbioru takich punktów można metodą sumowania (całkowania) zbudować dowolne ciało. I prawa mechaniki odkryte dla „punktów" mogą być w ten sposób zastosowane do dowolnych ciał rzeczywistych. Przykład ten jest dosyć trywialny, ale w pełni obrazuje metodologię całej fizyki. Zajmuje się ona tworami wyidealizowanymi, układami izolowanymi od wpływów zewnętrznych, czyli sytuacjami niewiele mającymi wspólnego z rzeczywistością. A jednak z takich idealnych tworów zbudowany jest przez proste złożenie cały nasz świat — w każdym razie świat nieożywiony.

Oczywiście w praktyce składanie to nie jest takie proste — przy opisie rzeczywistych cieczy czy ciał sprężystych trzeba zastosować wiele przybliżeń, nim uzyska się jakiekolwiek wyniki. Nic też dziwnego, że największym poznawczym sukcesem zarówno fizyki, jak i matematyki jest wyjątkowo dokładne przewidzenie widma najprostszego z atomów, atomu wodoru, choć prawa przy tej okazji sprawdzone znalazły praktyczne zastosowanie zupełnie gdzie indziej (lasery, nadprzewodnictwo).



Pojawia się naturalne tu pytanie: czy wszystkie zjawiska można opisać liczbami? Z powyższego łatwo wyciągnąć wniosek, że jedynymi poważniejszymi kandydatami na „nie" są układy najbardziej złożone, a więc układy żywe. Niewiele wiemy na ich temat, zresztą nie ma to wiele wspólnego z mechaniką.

Dla porządku dodajmy, że mechanika nierelatywistyczna i niekwantowa jest, z punktu widzenia fizyki, nauką zamkniętą i fizycy od dawna się nią nie zajmują. Natomiast mechanicy-matematycy zajmują się w zasadzie owym sumowaniem punktów materialnych, składając z nich ciecze, gazy i ciała stałe o różnych własnościach.

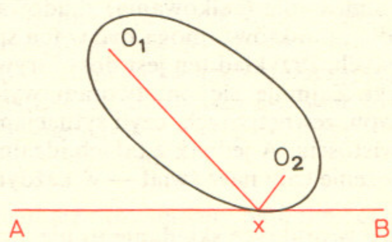
A na pytanie postawione przez profesora Bondera trzeba chyba odpowiedzieć, że fizyka bez matematyki w ogóle nie istnieje, a z drugiej strony najbardziej eleganckie zastosowania teorii matematycznych dotyczą podstawowych praw przyrody, które poznają fizycy. Odnosi się to w szczególności do mechaniki.

Czy mechanika – to matematyka, czy fizyka

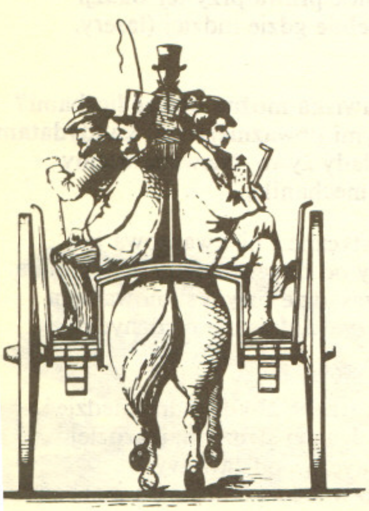
Prof. dr Andrzej WRÓBLEWSKI, członek korespondent PAN

Odpowiadając na pytanie jednym zdaniem na zasadzie „*bon mot*" można powiedzieć, że w mechanice jest tyle fizyki ile nauki i tyle matematyki — ile sztuki; ponadto w mechanice, jak w całej fizyce, podstawowym językiem jest język matematyki, znacznie bardziej odpowiedni w tej dziedzinie od języka słów czy obrazów. Przyjąłem tu za wieloma uczonymi pogląd, że matematyka nie jest nauką lecz sztuką.
Pojęcie mechaniki ulegało w historii znacznym zmianom.
W starożytności była to nauka o maszynach i mechanizmach, obecnie pod pojęciem tym rozumiemy naukę o ruchu, która dawniej wchodziła w zakres filozofii (przyrody). Nauka o maszynach i mechanizmach, którą można nazwać mechaniką techniczną, nie wchodzi w zakres fizyki i nie ona nas tu interesuje. Znaczenie mechaniki wynika stąd, że ruch jest najczęstszym zjawiskiem fizycznym. Mechanika jako gałąź fizyki opiera się na faktach doświadczalnych i ma te fakty opisywać. Podstawowe pojęcia, jakimi operujemy w mechanice, są modelami matematycznymi (np. punkt materialny, tor). Modelami matematycznymi są też np. ciało sztywne, ciecz doskonała, gaz doskonały, wahadło matematyczne itd. Modele matematyczne (opisowe, przyczynowe, probabilistyczne) służą fizykom do rozwiązywania konkretnych problemów fizycznych. Dzięki wprowadzeniu istotnych założeń upraszczających dla określonej sytuacji fizycznej można uzyskać w modelu rozwiązanie matematyczne, którego interpretacja może dać poszukiwane rozwiązanie fizyczne. Umiejętność konstruowania modeli i interpretacji rozwiązań to domena fizyków. Sama zaś „techniczna" strona dojścia do rozwiązania matematycznego — to matematyka. Moim zdaniem, to co w mechanice najbardziej interesujące — to niewątpliwie fizyka.

Rozwiązanie zadania M 139
Rozmieśćmy tak masy w wielościanie, by dany punkt był ich środkiem ciężkości. W zadaniu chodzi więc o to, by wykazać, że wielościan ten ma ścianę, na której postawiony nie przewróci się (jeżeli bowiem spodek prostopadłej ze środka ciężkości do płaszczyzny podstawy leży wewnątrz podstawy, to wielościan znajduje się w stanie równowagi). Ścianą taką zawsze jest ściana, której płaszczyzna jest najbliższa środkowi ciężkości, wtedy bowiem energia potencjalna całego układu mas jest najmniejsza (jeżeli ścian takich jest wiele, każda z nich ma żądaną własność), a wtedy wielościan jest w stanie równowagi.



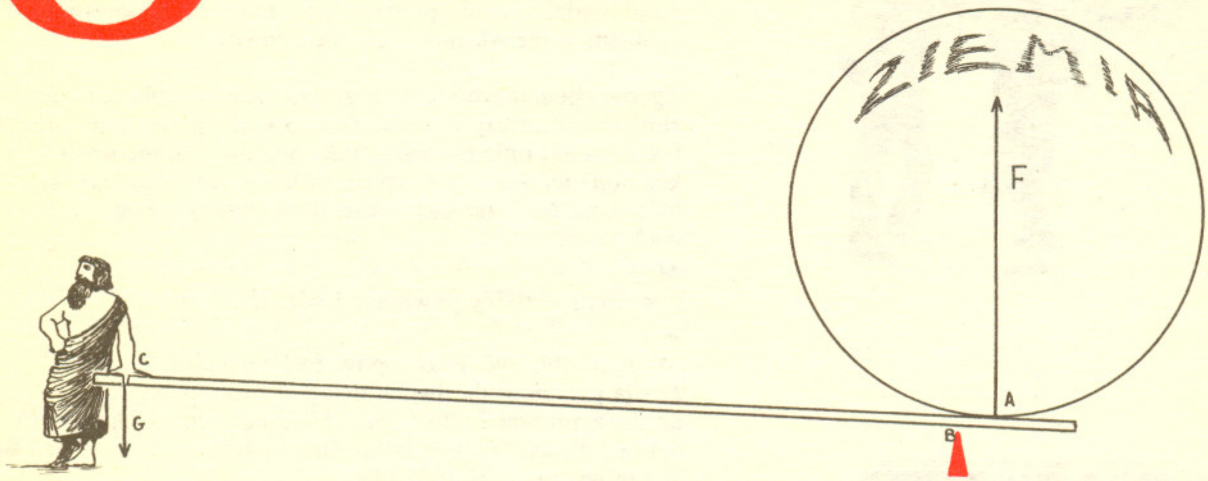
Rozwiązanie zadania M 140
Wiadomo, że elipsa jest zbiorem tych wszystkich punktów X płaszczyzny, dla których XO_1+XO_2 jest wielkością stałą (większą od O_1O_2) oraz że prosta jest styczna do elipsy, gdy ma z nią tylko jeden punkt wspólny (punkty O_1, O_2 nazywamy ogniskami elipsy). Gdy w pionowej płaszczyźnie umocujemy w punktach O_1 i O_2 końce sznurka, po którym może poruszać się ciężarek, i płaszczyzna ta będzie się ślizgać po sobie, to ciężarek będzie poruszał się po elipsie, sznurek będzie wtedy napięty i ciężarek zajmie położenie najniższe spośród możliwych (minimum energii potencjalnej). Rozpatrzmy elipsę o ogniskach O_1, O_2 i styczną do niej w punkcie X (rysunek). Mamy wykazać, że $\sphericalangle AXO_1 = \sphericalangle O_2XB$.
Umocujmy w punktach O_1 i O_2 sznurek z ciężarkiem, płaszczyznę ustawmy pionowo i tak, by prosta AB była pozioma. Ciężarek znajdzie się wtedy w punkcie X. Jeżeli umocujemy teraz sznurek dodatkowo w punkcie P ($\overline{PO_1} \parallel \overline{AB}$), to równowaga układu nie zmieni się, będzie zaś wtedy $O_1X = PX$ i $\sphericalangle PXB = \sphericalangle O_1XA$, c.n.d.
Z udowodnionej własności elipsy wynika, że promienie świetlne wychodzące z ogniska zwierciadła eliptycznego skupią się w drugim ognisku.



Tytułowe pytanie tego numeru „Delty" najłatwiej rozstrzygnąć zdaniem: „to zależy od definicji występujących w nim pojęć". A dalej można by konsekwentnie: „definicje zaś tworzy człowiek, więc jak się jemu spodoba, tak i będzie".
W podobny sposób moglibyśmy dojść do wniosku, że bezsensowne jest zastanawianie się człowieka nad jego miejscem, miejscem jego działalności w całokształcie świata.
Pewnie, można oczywiście się nad tym nie zastanawiać. Ale cóż nam wtedy pozostanie poza wywiązywaniem się z codziennych obowiązków?
Dlatego też decyzja, czy takie pytania jak to, które zadał profesor Bonder, dotyczą błahej sprawy administracyjnego zaszeregowania, czy, przeciwnie, spraw najbardziej zasadniczych, jest ważną decyzją światopoglądową.

Liczby bardzo duże zapisujemy w następujący sposób

$12 = 1,2 \cdot 10^1$
$120 = 1,2 \cdot 10^2$
$1\,200 = 1,2 \cdot 10^3$
$12\,000 = 1,2 \cdot 10^4$



LEPIEJ NIŻ SAM ARCHIMEDES

„Dajcie mi punkt oparcia, a poruszę Ziemię" — miał powiedzieć Archimedes. Rysunek wyjaśnia, w jaki sposób chciał on tego dokonać. Czy rzeczywiście wyjaśnia? Spróbujmy nad tym podyskutować. Do rozmowy możemy zaprosić *Matematyka* i *Fizyka*. Oto jak mogłaby ona przebiegać.

Matematyk

Pomysł Archimedesa, genialny w swej prostocie, ma niestety kilka poważnych wad. Oto jedna z nich. Oznaczmy, jak na rysunku, literą A punkt, w którym Ziemia wspiera się o dźwignię, oraz literą B punkt, w którym dźwignia wspiera się o punkt oparcia. Zgódźmy się, że z praktycznych względów odcinek AB powinien mieć rozsądną długość, nie mniejszą niż, powiedzmy, 1 mm. Ale wówczas cała dźwignia, jeżeli ma spełniać swoje zadanie, musi mieć monstrualną długość. Oznaczmy literą F siłę, jaką trzeba przyłożyć w punkcie A, aby poruszyć Ziemię, a literą G siłę, z jaką Archimedes będzie naciskał dźwignię w punkcie C. Na mocy znanych praw fizyki, jeżeli siły F i G mają się wzajemnie równoważyć, musi być spełniony związek

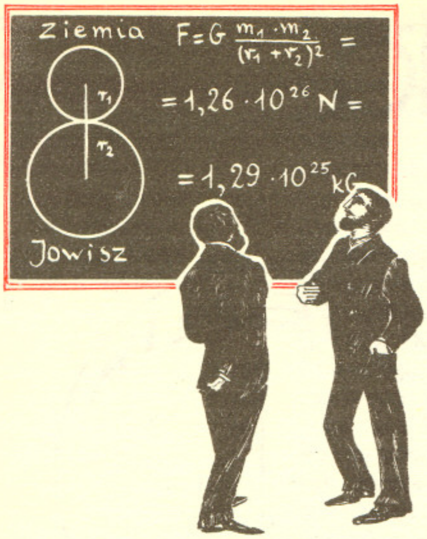
$$F \cdot AB = G \cdot BC$$

Zaproponujmy, co wydaje się sensowne, następujące wartości: $AB = 1$ mm, $F = 6 \cdot 10^{24}$ kG, $G = 10$ kG. Można więc obliczyć długość odcinka BC i całej dźwigni, co zapewne ciekawi Czytelnicy zaraz uczynią.

Fizyk

Dlaczego uważasz za sensowne przyjęcie siły F równej $6 \cdot 10^{24}$ kG. $6 \cdot 10^{24}$ kg to masa Ziemi, ale nie mamy żadnych podstaw twierdzić, że siła będzie liczbowo równa masie. Gdyby na rysunku zamiast Ziemi był zwykły ciężarek o masie 6 kg, to wiedząc, że znajdujemy się na Ziemi, moglibyśmy powiedzieć, że siła F równa się 6 kG czyli 58,8 niutonów (byłoby bezpieczniej używać niutona jako jednostki siły, 1 kG = 9,80 665 N, nie myliłyby się duże G i małe g w kG i kg). Zadanie byłoby proste. Ale Ty ani Archimedes nic nie powiedzieliście, jak umieszczony jest punkt podparcia.

M
Nie czepiaj się szczegółów. Interesuje mnie sam problem podniesienia bardzo dużej masy przy użyciu dźwigni. Mogę założyć przecież, że mam kulę wielkości Ziemi na Jowiszu i że chcę ją podnieść.



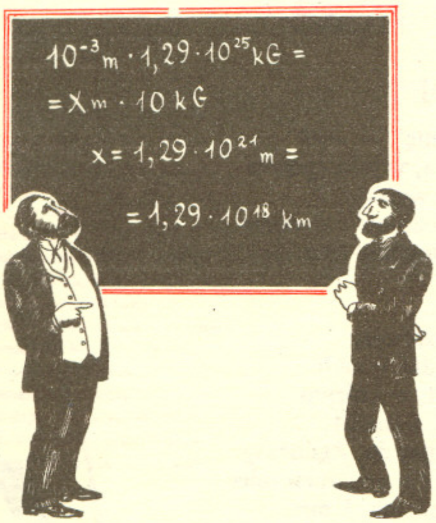
F
Ale Jowisz ...

M
Wiem, wiem. Jowisz składa się z helu i wodoru i nie będę mógł nigdzie Ziemi „położyć", ale mnie chodzi o sam problem, a nie właśnie o Ziemię i Jowisza.

F
Zgoda, chociaż wolałbym rozważać zagadnienie bardziej zbliżone do rzeczywistości. Ziemia krąży przecież po orbicie (swobodnej) i nic nie waży, tak samo jak nic nie ważą kosmonauci lecący po orbicie wokół Ziemi. Zgadzam się jednak na Jowisza. Czy wiesz, ile ważyłaby Ziemia na Jowiszu?

M
Nie wiem — to Ty powinieneś wiedzieć.

F
Mogę to obliczyć. Prawo powszechnego ciążenia mówi, że siła przyciągania dwóch mas jest proporcjonalna do iloczynu mas i odwrotnie proporcjonalna do kwadratu ich odległości. W przypadku Ziemi i Jowisza stykających się siła ta wynosi $1,29 \cdot 10^{25}$ kG.



M
No więc doszliśmy do porozumienia. Mogę obliczyć, że aby podnieść Ziemię na Jowiszu, używając nacisku odpowiadającego sile 10 kG, muszę użyć dźwigni o długości $1,29 \cdot 10^{18}$ km.

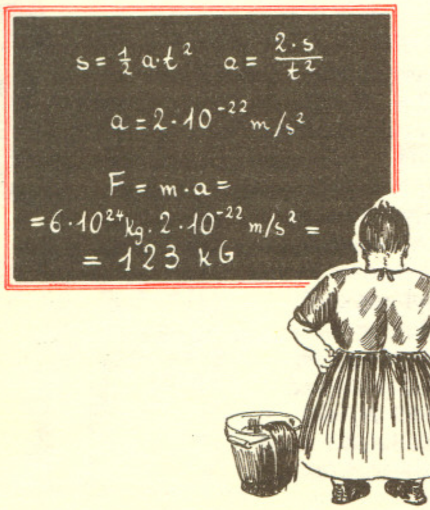
F
Nie zgadzam się ze stwierdzeniem, że doszliśmy do porozumienia. Ostatecznie przystałbym na to, że aby zrównoważyć przyciąganie Ziemi przez Jowisza na powierzchni tej planety przy użyciu siły 10 kG, należy użyć dźwigni o długości $1,29 \cdot 10^{18}$ km.

M
Czy nie rozszczepiasz włosa na czworo? Jeżeli zrównoważysz siłę przyciągania, to działając tylko nieco większą siłą podniesiesz Ziemię.

F
A w jakim czasie chcesz podnieść i o ile, aby uznać, że zadanie jest wykonane?

M
Czas jest mi obojętny i zgodzę się, aby ją ruszyć tylko o 1 mm.

F
Przystaję na 1 mm, ale czas, w którym mam wykonać to zadanie, jest dla mnie bardzo ważny.



M
Dlaczego?

F
Bo może się zdarzyć, że życia nie starczy na wykonanie tego zadania, co Ci zaraz wykażę.
Załóżmy, że na podniesienie Ziemi o 1 mm decydujemy się poświęcić 100 lat życia. Działając stałą siłą będziemy podnosić Ziemię ruchem jednostajnie przyspieszonym z przyspieszeniem $2 \cdot 10^{-22}$ m/s². Potrzebujemy do tego niewielkiej siły wypadkowej równej 123 kG. Niestety musimy zrównoważyć najpierw siłę przyciągania Jowisza $1,29 \cdot 10^{25}$ kG. Dźwignia musi więc działać siłą $1,29 \times 10^{25}$ kG + 123 kG $\approx 1,29 \cdot 10^{25}$ kG.
W zaproponowanych przez Ciebie warunkach zadania dźwignia ma jedno ramię o długości $1,29 \cdot 10^{18}$ km.

Pomińmy brak możliwości wykonawczych. Aby koniec A przebył drogę 1 mm w ciągu 100 lat, koniec C musi w tym samym czasie przebyć tylko $1{,}29 \cdot 10^{15}$ km, a więc ze średnią prędkością około 400 tys km/s — z prędkością przewyższającą prędkość światła.
Jak widzisz, Archimedesowi nie wystarczy punkt podparcia na Jowiszu, aby nawet w ciągu 100 lat teoretycznie podnieść Ziemię.

M

Idea jednak była słuszna.

F

Tu mam wątpliwości — czy słuszna idea w odniesieniu do 1 kg ma być słuszna dla dowolnie dużej masy?

M

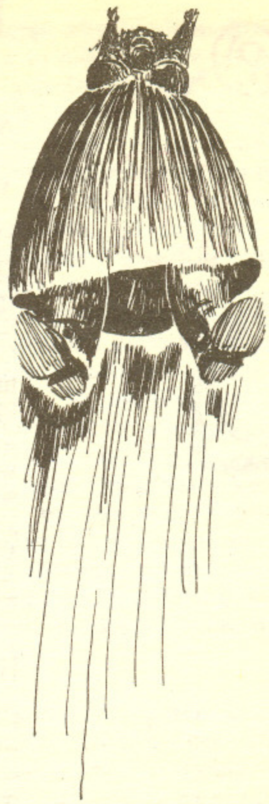
Czy Ziemi nie można więc ruszyć?

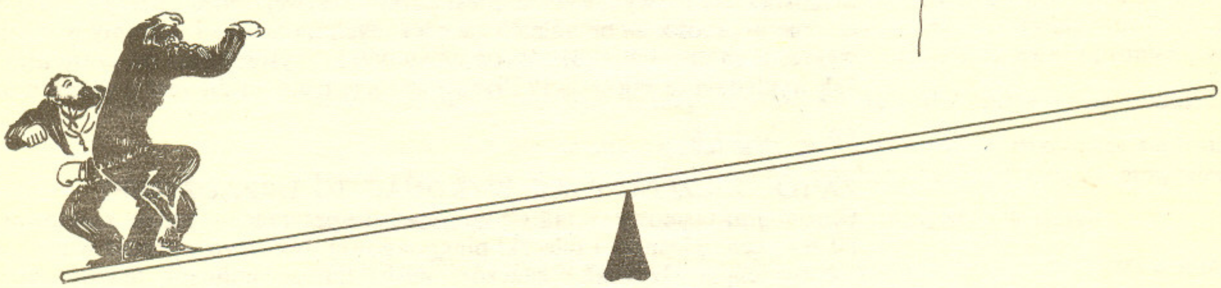
F

Można, ale do tego nie potrzeba dźwigni i punktu podparcia. Wystarczyłoby wystrzeliwać rakiety w przestrzeń kosmiczną w określonych położeniach Ziemi tak, aby przez 100 lat działać ze średnią siłą 123 kG na Ziemię jako całość w wybranym kierunku. Przesuniemy ją wtedy o 1mm i nadamy dodatkową prędkość $6{,}3 \cdot 10^{-13}$ m/s.

M

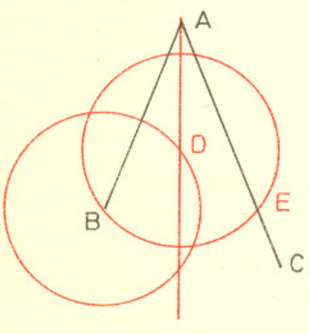
Pomysł Archimedesa jest jednak lepszy, bo niewykonalny. Ziemią lepiej się nie bawić.



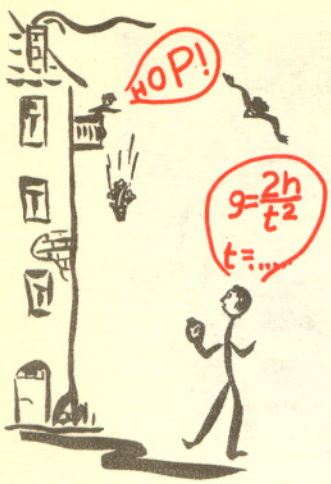


Rozwiązanie zadania Tartaglii z pojedynku Tartaglia — Ferrari (1548 r.)

Zadanie: Dane są dwa odcinki $\overline{AB}$ i $\overline{AC}$, gdzie $AB > AC$. Z punktu A odłożyć na odcinku większym odcinek mniejszy posługując się tylko linijką i cyrklem o ustalonym (przez przeciwnika) rozwarciu.
A oto **rozwiązanie** tego zadania podane przez *FERRARIEGO*:
Z punktu B zatoczyć okrąg danym rozwarciem cyrkla i w punkcie D przecięcia tego okręgu z dwusieczną kąta BAC (dwusieczną taką można oczywiście skonstruować narzuconymi środkami technicznymi) przyjąć środek drugiego okręgu (o tym samym promieniu, bo jakżeby inaczej) — patrz rysunek obok. Jeden z punktów przecięcia tego drugiego okręgu z odcinkiem $\overline{AC}$ wyznacza wraz z punktem A żądany odcinek $\overline{AE}$, przystający do $\overline{AB}$ i zawarty w $\overline{AC}$.
Przystawania i jednoznaczności rozwiązania dowodzi Ferrari odbijając półprostą $\overrightarrow{AB}$ względem dwusiecznej kąta BAC i pokazując, że dla każdego innego punktu F półprostej $\overrightarrow{AC}$ jest $AF < AB$ lub $AF > AB$.
Jeżeli przeciwnik jest na tyle perfidny, że okrąg o środku w B nie przecina dwusiecznej kąta BAC, Ferrari poleca konstruować dwusieczne kątów przy wierzchołku A tak długo, aż któraś z nich przetnie ten okrąg. Wystarczy wtedy powtórzyć opisaną konstrukcję kilkakrotnie, odkładając $\overline{AB}$ na dwusiecznych coraz bliższych odcinkowi $\overline{AC}$, by uzyskać wreszcie żądany efekt.



Nasze najbliższe audycje: w listopadzie — 3 o godz. 10^{00} i 5 o godz. 13^{00}
w grudniu — 1 o godz. 10^{00} i 3 o godz. 13^{00}
w styczniu — 5 o godz. 10^{00} i 7 o godz. 13^{00}



Laboratorium w domu

Mgr Krzysztof TABASZEWSKI

Wyznaczanie przyspieszenia i nie tylko

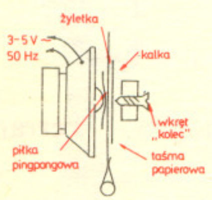
Upuśćcie kamień na ziemię i wyznaczcie przyspieszenie, z jakim się porusza. Dobrze, powiecie, ale nawet ręczny dobry stoper nie pozwoli zmierzyć czasu spadku ciała z wysokości kilkudziesięciu centymetrów, ponieważ czas naszej reakcji jest tego samego rzędu co czas spadania.
Czy to znaczy, że musimy zrezygnować z pomiaru? Oczywiście nie, zbudujemy urządzenie, które dostarczy nam tylu informacji o ruchu ciała, ile może dać kamera filmowa wykonująca 50 lub 100 zdjęć w ciągu sekundy! Pozwoli to nam wyznaczyć na odcinku kilkudziesięciu centymetrów prędkość i przyspieszenie w wielu miejscach. Przekonamy się, że w czasie swobodnego spadku prędkość wzrasta, a przyspieszenie jest stałe.

JAK DZIAŁA TO URZĄDZENIE?

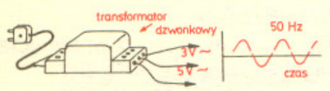
Wyobraźmy sobie, że spada ciało a z nim taśma papierowa, na której pisak z częstością 50 Hz (lub 100 Hz) znaczy odległości przebywane w ciągu $\frac{1}{50}$ s $\left(\text{lub } \frac{1}{100}\text{ s}\right)$. Po kilku dziesiątych sekundy (czas spadku) jesteśmy już posiadaczami kilkudziesięciu współrzędnych punktów zależności $s(t)$, którą przedstawimy na wykresie. Jaki jest kształt krzywej? Nieco pracy — liczymy średnie prędkości na odcinkach zaznaczonych na taśmie i jesteśmy w stanie wykreślić zależności prędkości od czasu $v(t)$ i przyspieszenia od czasu $a(t)$.
Jak wyglądają te zależności? Przeprowadźcie badania dla ciał o różnych masach, np. $\frac{1}{2}$ kg i 1 kg.

ZA ILE, Z CZEGO I JAK WYKONAĆ TO URZĄDZENIE?

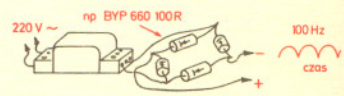
Chronograf taśmowy — tak się nazywa nasz przyrząd — będzie kosztował około 80 zł — cena głośnika i piłeczki pingpongowej. Niełatwo wprawić w ruch drgający z częstością 50 Hz pisak o znacznej masie, dlatego ominiemy tę trudność i poruszać będziemy taśmą papierową. Do membrany głośnika przykleimy piłkę pingpongową, która będzie poprzez żyletkę dociskać z częstością 50 Hz (lub 100 Hz) taśmę papierową i kalkę do stalowego „kolca" (rys. 1). Głośnik zasilamy prądem zmiennym o napięciu 3—5 V np. z transformatorka dzwonkowego (rys. 2), lub prądem jednokierunkowym pulsującym z prostownika dwupołówkowego również o napięciu 3—5 V (rys.3). W tym drugim przypadku tak podłączcie prostownik, aby piłeczka była „wypychana".



Rys. 1



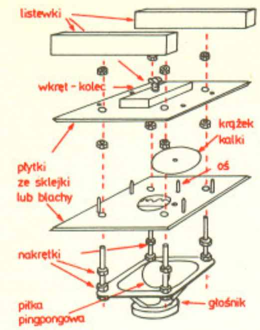
Rys. 2



Rys. 3

BUDOWA NAJPROSTSZEJ WERSJI

Materiały:
głośnik GD 12/5 4Ω (średnica 12 cm, moc 5W)
lub GD 12/8 6Ω, GD 13—18/2 8Ω
piłka pingpongowa
klej „Hermol" lub inny do celuloidu
sklejka o grubości 3—4 mm
4 śruby M5 o długości 40 mm
16 nakrętek M5
wkręt do drewna o długości ok. 30 mm
klocek — listewka o długości 12 cm
dwie deseczki o wymiarach 20 cm × 4 cm × 1,5 cm
kilka gwoździ
połówka żyletki
śruba M2 o stożkowym łbie z nakrętką.



Rys. 4

Żyletką wycinamy ze środka membrany (uważając, aby jej nie uszkodzić) płócienną lub papierową wkładkę i wklejamy w to miejsce piłkę pingpongową. Do kosza głośnika mocujemy nakrętkami cztery śruby. W płytce ze sklejki wycinamy na środku otwór o średnicy 28 mm. Śrubą M2 mocujemy połówkę żyletki, przyciskając jeden jej koniec nakrętką do sklejki. Drugi koniec żyletki pozostawiamy swobodny. Brzegi otworu dopasowujemy do kształtu piłki pilnikiem, tak aby piłka miała możliwość wysunięcia się wraz z żyletką 3—4 mm ponad płytkę. Płytkę mocujemy między ośmioma nakrętkami, tak aby piłka wystawała ok. 1 mm ponad płytkę. W sklejkę od spodu wbijamy 5 gwoździ. Cztery będą kołkami prowadzącymi taśmę papierową. Rozstaw ich powinien być większy o 20—30% od szerokości posiadanej taśmy. Piąty gwóźdź jest osią dla krążka kalki, powinien on swobodnie obracać się i zasłaniać otwór z piłeczką. Dla głośnika GD 12/5 wycinamy krążek o średnicy ok. 80 mm. Lepszym rozwiązaniem jest wykonana z drutu oś ruchoma w kształcie litery L. W obu płytkach wytniemy szczeliny. Przesuwanie osi z krążkiem o kilka milimetrów w jedną lub drugą stronę zaoszczędzi nam kłopotu z częstą wymianą kalki. Zamiast krążka można użyć paska kalki przesuwanego razem z taśmą papierową. Długi pasek kalki uzyskamy sklejając kilka krótszych odcinków taśmą „celo" na brzegach. Do górnej płytki przybijamy na środku klocek. W klocek wkręcony jest wkręt, którego odległość od piłki tak regulujemy, aby uderzenia nie były zbyt mocne i nie uszkodziły chronografu. Do tej płytki przybijamy też dwie deseczki, które służą do oparcia przyrządu o ścianę w czasie badania swobodnego spadku lub do postawienia go na stole (rys. 4 i 5).

CHRONOGRAF UDOSKONALONY

Zamiast krążka kalki zastosujemy tu sklejony na końcach pasek, który będzie przesuwał się po widocznych na rysunku (rys. 5) rurkach, jak gąsienica czołgu. Pasek sklejamy przy brzegach kwadracikami taśmy „celo" o wymiarach 5×5 mm, nie zapominając zostawić 10—15 milimetrowego luzu. Pasek kalki powinien mieć szerokość ok. $\frac{2}{3}$ odstępu między śrubami. Końce rurek opieramy na podkładkach o grubości 2—3 mm w celu uzyskania szczeliny, przez którą przesuwać się będzie taśma i kalka. Dla głośnika GD 12/5 rurki powinny mieć średnicę 37 mm, wtedy pasek będzie miał długość arkusza A4 i $\frac{1}{4}$ jego szerokości. W wersji udoskonalonej zamiast sklejki lepiej użyć blachy aluminiowej o grubości 2 mm.

DOŚWIADCZENIA

POMIAR CZASU REAKCJI — CZY NADAJESZ SIĘ NA KIEROWCĘ?

Jeden z uczniów ciągnie taśmę z niewielką prędkością. Egzaminator włącza ukryty klucz. Egzaminowany rozwiera inny klucz po usłyszeniu terkotu chronografu. Liczymy kropki i ogłaszamy wynik egzaminu. Czas równy lub krótszy od 0,12 s — wynik bardzo dobry; od 0,12 s do 0,16 s — wynik dobry; od 0,16 s do 0,20 s — dostateczny; i powyżej 0,20 s — nie potrafisz się skoncentrować.

BADANIE RUCHU STACZAJĄCEGO SIĘ WALCA

Na stole układamy wąskie paski metalowej folii po dwa, tak aby staczający się metalowy walec uruchamiał chronograf. Znając szerokość pasków, licząc kropki na taśmie łatwo policzymy prędkości ciała, które możemy traktować jako prędkości chwilowe.

BADANIE ZALEŻNOŚCI MIĘDZY PRZYSPIESZENIEM CIAŁA A SIŁĄ DZIAŁAJĄCĄ NA NIE I JEGO MASĄ

Na wózek, na którym znajduje się ciało, działamy stałą siłą. Do wózka przymocowujemy koniec taśmy (rys. 5). Dalej wszystko już wiecie. Cała historia ruchu wózka zapisana jest na taśmie.

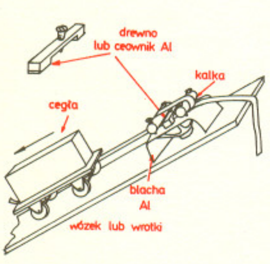
POMIAR PRZYSPIESZENIA ZIEMSKIEGO

Chronograf dociskamy do ściany. Do ściany dociskamy też obciążoną taśmę. Po usłyszeniu terkotu chronografu zwalniamy taśmę. Otrzymane przez nas wyniki nie różniły się od danych tablicowych więcej niż o 2%!

Jak uruchamiać zegar przy pomocy fotodiod napiszemy innym razem. Układ z fotodiodami pozwoli nam mierzyć prędkość ciała „na odległość", np. w czasie swobodnego spadku czy też poruszających się wózków po torze powietrznym (patrz „Delta" 11/1976).

Prosimy Was o przysyłanie taśm i opisów innych doświadczeń, chętnie o nich napiszemy.

Chronograf taśmowy wraz z kompletem urządzeń (bramki z fotoelementami, wzmacniacz) został opracowany w Zakładzie Dydaktyki Fizyki UW.



Rys. 5