

SPIS TREŚCI

NUMERU 11 (83)

O geometrii wewnętrznej <i>Prof. dr Karol Borsuk</i>	str. 1
Zadania	str. 5
Badania syntezy termojądrowej w Instytucie Fizyki Plazmy im. Maxa Plancka <i>Dr Brigitte Röthlein</i>	str. 6
Jak można wykryć pozaziemską cywilizację	str. 10
Patrz w niebo	str. 13
Mała Delta	str. 14

Rysunki techniczne:

Bogusław Kretkiewicz

W następnym numerze:

Krzywe i powierzchnie

„Delta”
 matematyczno-fizyczno-astronomiczny
 miesięcznik popularny
 Polskiego Towarzystwa
 Matematycznego, Polskiego
 Towarzystwa Fizycznego i Polskiego
 Towarzystwa Astronomicznego
 wydawany przy poparciu
 Ministerstwa Oświaty i Wychowania

Komitet Redakcyjny:
 doc. dr Jerzy Bartke
 doc. dr Andrzej Bączyński
 doc. dr Bolesław Gleichgewicht
 prof. dr Kazimierz Goebel
 doc. dr Bolesław Grabowski
 dr Jan Hanasz
 doc. dr Bolesław Iwaszkiewicz
 doc. dr Tadeusz Iwiński
 doc. dr Andrzej Januszajtis
 doc. dr Tadeusz Jarzębowski
 prof. dr Leon Jeśmanowicz
 dr Henryk Kaczorek
 prof. dr Marek Kuczma
 mgr Andrzej Mąkowski
 prof. dr Bohdan Paczyński
 prof. dr Zdzisław Pawlak
 prof. dr Arkadiusz Piekara
 doc. dr Sławomir Ruciński
 prof. dr Konrad Rudnicki
 prof. dr Zbigniew Semadeni
 doc. dr Grzegorz Sitarski

prof. dr Józef Smak
 prof. dr Jan Stankowski
 doc. dr Kazimierz Stępień
 prof. dr Mieczysław Subotowicz
 doc. dr Stefan Turnau
 prof. dr Jerzy Wdowczyk
 doc. dr Andrzej Woszczyk
 prof. dr Janusz Zakrzewski —
 wiceprzewodniczący
 prof. dr Wojciech Żakowski —
 przewodniczący

Redaguje Kolegium w składzie:
 Bożena Jaworska-Kordos — ilustracje
 dr Marek Kordos — red. nac.
 dr Andrzej Krasiński
 dr Michał Szurek
 dr Krzysztof Prażmowski — red. techn. graf.
 mgr Krystyna Szypcio — sekr. red.
 doc. dr Michał Świącki — z-ca red. nac.

Adres Redakcji
 ul. Hoża 69 pok. 151,
 00-681 Warszawa

Zakład Narodowy im.
 Ossolińskich — Wydawnictwo
 Wrocław, Oddział w Warszawie
 Nakład 20 000 egz. Objętość 2 ark.
 wyd.; 2,50 ark. druk.;
 papier offsetowy III kl. 80 g. 61 × 86
 Wydrukowano w Drukarni im.
 Rewolucji Październikowej
 Warszawa, ul. Mińska 65
 Nr zam. 1013/12/80 O-132

Wydano z pomocą finansową Polskiej Akademii Nauk

WARUNKI PRENUMERATY Cena prenumeraty rocznej zł 60—, cena prenumeraty półrocznej zł 30—

Prenumeratę na kraj przyjmują Oddziały RSW „Prasa—Książka—Ruch” oraz urzędy pocztowe i doręczyciele — w terminach:

— do 25 listopada na styczeń, I kwartał, I półrocze roku następnego i cały rok następny

— do dnia 10 miesiąca, poprzedzającego okres prenumeraty na pozostałe okresy roku bieżącego.

Jednostki gospodarki uspołecznionej, instytucje i organizacje społeczno-polityczne składają zamówienie w miejscowych Oddziałach RSW „Prasa—Książka—Ruch”.

Zakłady pracy i instytucje w miejscowościach, w których nie ma Oddziałów RSW, oraz prenumeratorki indywidualni zamawiają prenumeratę w urzędach pocztowych lub u doręczycieli.

Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę, która jest o 50% droższa od prenumeraty krajowej, przyjmuje RSW „Prasa—Książka—Ruch”, Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw,

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

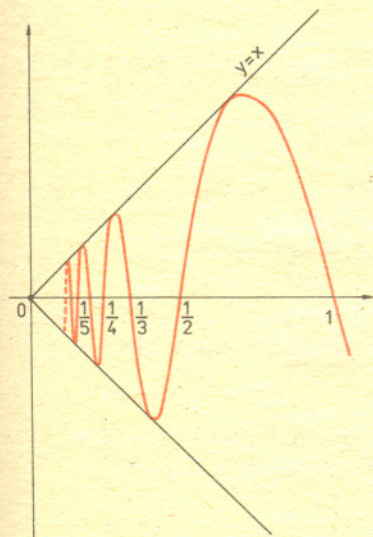
Cena 1 egzemplarza zł 5— nr indeksu 35723/35550



Prof. dr Karol BORSUK, członek rzeczywisty PAN

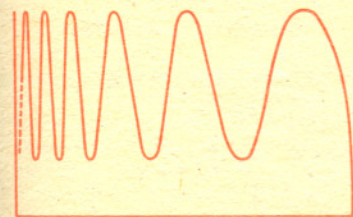
W artykule obok profesor Karol Borsuk, twórca teorii retraktów (patrz Delta 3/1979) i teorii kształtu (patrz Delta 5/1980), przedstawia nowe podejście do problematyki geometrii wewnętrznej, dotychczas mieszczącej się w ramach geometrii różniczkowej i riemannowskiej.

Delta ma zaszczyt przedstawić pierwszą pracę z zakresu stworzonej w ten sposób problematyki. Bardziej szczegółowe opracowanie podanych wyników ukaże się w Biuletynie Polskiej Akademii Nauk (seria nauk matematycznych), w nadchodzącym roku.



Ta przestrzeń nie spełnia warunku (1.4). Długości kolejnych fragmentów „sinusoidy” pomiędzy dwoma kolejnymi grzbietami są większe od odpowiednich wyrazów szeregu harmonicznego $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

Z rozbieżności tego szeregu wynika, że długość widocznej na rysunku krzywej jest nieskończona.



Ta przestrzeń nie spełnia warunku (1.5), więc także nie jest geometrycznie dopuszczalna.

1. Metryka wewnętrzna. Podstawowym dla geometrii jest pojęcie odległości. W n -wymiarowej przestrzeni euklidesowej E^n , odległość dwóch punktów $x = (x_1, \dots, x_n)$ i $y = (y_1, \dots, y_n)$ wyraża się wzorem

$$(1.1) \quad \varrho(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2},$$

a w przestrzeni Hilberta H , której punktami są ciągi liczb $x = (x_1, x_2, \dots)$ spełniające warunek $\sum_{i=1}^{\infty} x_i^2 < \infty$, odległość punktu x od punktu $y = (y_1, y_2, \dots)$ wyraża się wzorem

$$(1.2) \quad \varrho(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} (x_i - y_i)^2}.$$

Wzór (1.2) jest ogólniejszy od wzoru (1.1), ponieważ przestrzeń E^n możemy uważać za podzbiór przestrzeni H , złożony ze wszystkich punktów postaci $(x_1, \dots, x_n, 0, 0, \dots)$. Wzór (1.2) określa metrykę ϱ dla każdej przestrzeni A będącej podzbiorem przestrzeni H .

Zauważmy jednak, że takie pojęcie odległości odbiega od potocznego rozumienia odległości punktów $x, y \in A$, ponieważ mówiąc o odległości między x i y w przestrzeni A , bierzemy pod uwagę nie tyle liczbę $\varrho(x, y)$, ile długość dróg w przestrzeni A , które należy przebyć, aby od x przejść do y . Tak np., jeżeli powierzchnię Ziemi traktujemy jako sferę S^2 położoną w przestrzeni E^3 , to mówiąc o odległości między punktami $x, y \in S^2$ mamy zazwyczaj na myśli długość drogi, którą trzeba na S^2 przebyć, aby od x przejść do y , a więc liczbę, która dla $x \neq y$ jest większa od odległości tych punktów w sensie metryki ϱ . Przez łuk L łączący punkty x, y w przestrzeni A rozumiemy obraz przedziału liczbowego $\langle 0, 1 \rangle$ przy homeomorfizmie $s: \langle 0, 1 \rangle \rightarrow L \subset A$, zwanym przedstawieniem parametrycznym łuku L zawierającego oba punkty x i y . Przez długość tego łuku rozumiemy liczbę $|L|$, którą możemy określić jako kres górny liczb postaci

$$\sum_{i=0}^k \varrho(s(t_i), s(t_{i+1})), \text{ gdzie } 0 = t_0 < t_1 < \dots < t_k < t_{k+1} = 1.$$

Wiadomo, że tak określona liczba $|L|$ nie zależy od sposobu obrania przedstawienia parametrycznego łuku L . Kładąc

$$(1.3) \quad \begin{cases} \varrho_A(x, y) = \text{kres dolny liczb } |L|, \text{ gdzie } L \text{ przebiega} \\ \text{wszystkie łuki łączące } x \text{ i } y \text{ w przestrzeni } A, \end{cases}$$

otrzymamy pojęcie odległości punktów x, y w przestrzeni A . Jasne jest jednak, że nie w każdej przestrzeni A (o danej metryce ϱ) liczba $\varrho_A(x, y)$ jest określona i skończona dla każdej pary punktów $x, y \in A$: potrzeba, by przestrzeń A spełniała warunek

$$(1.4) \quad \begin{cases} \text{Dla każdych punktów } x, y \in A \text{ istnieje w } A \text{ łuk } L \text{ o skończonej} \\ \text{długości taki, że } x, y \in L. \end{cases}$$

Przy spełnieniu przez przestrzeń A warunku (1.4), wzór (1.3) przyporządkowuje każdej parze punktów $x, y \in A$ liczbę $\varrho_A(x, y)$, która spełnia wszystkie aksjomaty odległości. Tak określoną funkcję ϱ_A nazywamy metryką wewnętrzną w przestrzeni A . Spełnia ona warunek

$$\varrho(x, y) \leq \varrho_A(x, y) \text{ dla każdej pary punktów } x, y \in A.$$

Aby jednak przejście od danej metryki ϱ do metryki wewnętrznej ϱ_A nie powodowało zmiany topologicznych własności przestrzeni A , należy jeszcze założyć, że przestrzeń ta spełnia warunek

$$(1.5) \quad \begin{cases} \text{Dla każdego punktu } x \in A \text{ i każdej liczby } \varepsilon > 0, \\ \text{istnieje otoczenie } U_{x, \varepsilon} \text{ dla } x \text{ w } A \text{ takie, że dla} \\ \text{każdego punktu } y \in U_{x, \varepsilon} \text{ jest } \varrho_A(x, y) < \varepsilon. \end{cases}$$

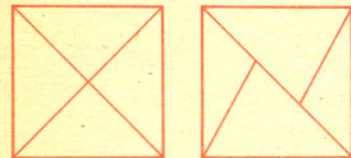
Przestrzeń metryczna nazywa się lokalnie spójna, jeżeli każdy jej punkt ma dowolnie małe spójne otoczenie. Continuum to przestrzeń metryczna zwarta i spójna.

Rozmaitość topologiczna to spójna przestrzeń lokalnie homeomorficzna z przestrzenią euklidesową E^n . Mówimy, że na takiej rozmaitości dana jest metryka riemannowska, gdy kwadrat różniczki długości łuku w tej przestrzeni w lokalnych układach współrzędnych wyraża się wzorem

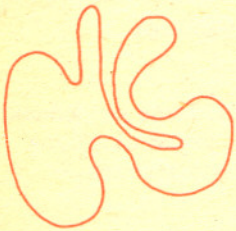
$$ds^2 = \sum_{i,j=1}^n g_{ij}(x_1, \dots, x_n) dx_i dx_j,$$

gdzie g_{ij} są funkcjami różniczkowalnymi.

W geometrii elementarnej przez sympleks rozumiemy najmniejszy zbiór wypukły (położony w przestrzeni E^n) zawierający $n+1$ punktów „w położeniu ogólnym” (żadne trzy nie leżą na linii prostej, żadne cztery nie są współpłaszczyznowe itd.). Sympleksy jednowymiarowe to odcinki, dwuwymiarowe — trójkąty, a trójwymiarowe — czworościany. W topologii nazywamy sympleksem każdy zbiór homeomorficzny z takim sympleksem „elementarnym”. Przez triangulację wielościanu rozumiemy taki jego podział na sympleksy, przy którym każde dwa sympleksy jeśli się przecinają, to wzdłuż całej wspólnej k -wymiarowej ściany, krawędzi czy wierzchołka. Na poniższym rysunku widzimy dwa podziały kwadratu na trójkąty, z których tylko pierwszy jest triangulacją.



„Politop” jest pojęciem nieco ogólniejszym od wielokąta czy wielościanu. Rysując na płaszczyźnie siatkę trójkątów równobocznych tak, jakbyśmy układali kafelki, otrzymujemy jej triangulację. Płaszczyzna jest więc politopem. Z kolei politopem nie jest przestrzeń przedstawiona na rysunku poniżej a nawet zwykłe koło.



Powiemy, że przestrzeń A (z metryką ρ) jest geometrycznie dopuszczalna (w terminologii angielskiej *geometrically acceptable*), w skróceniu $A \in \text{GA}$, jeżeli spełnione są oba warunki (1.4) i (1.5).

Przykłady: Przestrzenie wypukłe są geometrycznie dopuszczalne, przy czym metryka wewnętrzna ρ_A nie różni się od danej w A metryki ρ . Tak jest np. w przestrzeni $A = E^n$, lub $A = H$.

Jasne jest, że każda przestrzeń $A \in \text{GA}$ jest spójna i lokalnie spójna. Z drugiej strony wiadomo, że każde lokalnie spójne continuum jest homeomorficzne z pewną przestrzenią wypukłą, a więc z przestrzenią GA .

Do klasy przestrzeni GA należą też wszystkie spójne przestrzenie riemannowskie, jak również wszystkie spójne wielościany w sensie elementarno-geometrycznym, a także ogólniejsze od nich spójne *politopy*, a więc przestrzenie P , dla których istnieje skończona lub przeliczalna triangulacja T , której sympleksy są rozumiane w sensie geometrii elementarnej i spełniony jest warunek, że dla każdego punktu $x \in P$ istnieje w triangulacji T skończona liczba sympleksów, których suma stanowi otoczenie punktu x w P . Zauważmy też, że jeżeli A i B są przestrzeniami GA , to ich iloczyn kartezjański $A \times B$ jest też przestrzenią GA , jeżeli zaś A i B są podzbiarami domkniętymi przestrzeni metrycznej X , a ich część wspólna nie jest pusta, to $A \cup B \in \text{GA}$.

Przez izometrię wewnętrzną rozumiemy taką funkcję przekształcającą przestrzeń $A \in \text{GA}$ na przestrzeń $A' \in \text{GA}$, że $\rho_{A'}(x, y) = \rho_A(f(x), f(y))$ dla każdej pary punktów $x, y \in A$. Jeżeli taka funkcja f istnieje, to mówimy, że przestrzenie A i A' są wewnętrźnie izometryczne. Jasne jest, że każda izometria (w sensie metryki ρ) jest izometrią wewnętrzną (ale nie na odwrót), natomiast każda izometria wewnętrzna jest homeomorfizmem. Złożenie dwóch izometrii wewnętrznych, jak również odwrócenie izometrii wewnętrznej są izometriami wewnętrznymi. A więc relacja wewnętrznej izometrii jest relacją równoważnościową.

Zauważmy, że w myśl przyjętej tu definicji długości łuku $L \subset A$, przy izometrii wewnętrznej $f: A \rightarrow A'$ łuk L przechodzi na łuk $L' \subset A'$ taki, że $|L| = |L'|$. Z drugiej strony, każdy homeomorfizm f spełniający ten warunek jest izometrią wewnętrzną.

Przez geometrię wewnętrzną rozumiemy tu teorię tych własności przestrzeni GA , które zachowują się przy wszystkich izometriach wewnętrznych. A więc z punktu widzenia geometrii wewnętrznej, dwie przestrzenie $A, A' \in \text{GA}$ wewnętrźnie izometryczne są jednakowe. Natomiast ich własności geometryczne (tj. własności zależne od pierwotnie przyjętych w nich metryk ρ i ρ') mogą być istotnie różne.

2. Podzbiory GA przestrzeni E^n . Podamy tu dowód (w postaci nieco szkicowej) twierdzenia następującego:

(2.1) **Twierdzenie.** Jeżeli A jest GA -podzbiorem przestrzeni E^n , to dla każdego $\varepsilon > 0$ istnieje w przestrzeni E^{2n} zbiór wewnętrźnie izometryczny z A , który w sensie metryki ρ ma średnicę mniejszą od ε .

Dowód. Niech d będzie daną liczbą dodatnią i niech D będzie kwadratem w płaszczyźnie E^2 o wierzchołkach $(0, 0)$, $(d, 0)$, $(0, d)$ i (d, d) . Przyporządkujemy

każdej liczbie całkowitej k punkt $a_k = \left(\frac{1}{2} d \cdot \left(1 + \frac{k}{|k|+1} \right), 0 \right)$ położony na odcinku $(0, 0)$, $(d, 0)$.

Wówczas $\rho((0, 0), a_k) < \rho((0, 0), a_{k+1})$ dla każdego całkowitego k . Oznaczmy przez b_k wierzchołek trójkąta równoramiennego leżącego w D o podstawie $a_k a_{k+1}$ i bokach $a_k b_k, b_k a_{k+1}$ o długości d . Niech teraz A_k oznacza przedział $\langle k \cdot d, (k+1) \cdot d \rangle \subset E^1$. Wówczas $E^1 = \bigcup_k A_k$. Kładąc $B_{2k} = a_k b_k$,

$B_{2k+1} = b_k a_{k+1}$ dla każdego całkowitego k , zauważmy, że istnieje przekształcenie φ prostej E^1 na zbiór $\bigcup_k B_k \subset D$ takie, że dla każdego całkowitego k ,

φ przekształca izometrycznie odcinek A_k na odcinek B_k i to tak, że

$$\varphi(2k \cdot d) = a_k, \quad \varphi((2k+1) \cdot d) = b_k.$$

Jasne jest, że φ jest homeomorfizmem przekształcającym całą prostą E^1 na zbiór $\bigcup_k B_k$.

Metoda dowodu zamieszczonego obok twierdzenia (2.1) pozwala też na wykazanie, że przestrzeń Hilberta H może być wewnętrznie izometrycznie zanurzona w dowolnie małą kostkę w niej.

Cała przestrzeń E^n jest sumą wszystkich n -wymiarowych kostek postaci

$$D_{\mu_1, \dots, \mu_n} = A_{\mu_1} \times \dots \times A_{\mu_n},$$

gdzie μ_1, \dots, μ_n przebiega wszystkie układy złożone z n liczb całkowitych. Kładąc

$$\psi(x_1, \dots, x_n) = (\varphi(x_1), \dots, \varphi(x_n)) \text{ dla każdego } (x_1, \dots, x_n) \in E^n,$$

otrzymamy homeomorfizm ψ przekształcający całą przestrzeń E^n na pewien podzbiór zbioru C będącego iloczynem kartezjańskim n kwadratów D . Zbiór C możemy traktować jako kostkę $2n$ -wymiarową, położoną w przestrzeni E^{2n} , identyfikując punkty postaci $((x_1, x_2), (x_3, x_4), \dots, (x_{2n-1}, x_{2n})) \in C$ z punktami $(x_1, x_2, \dots, x_{2n})$ przestrzeni E^{2n} .

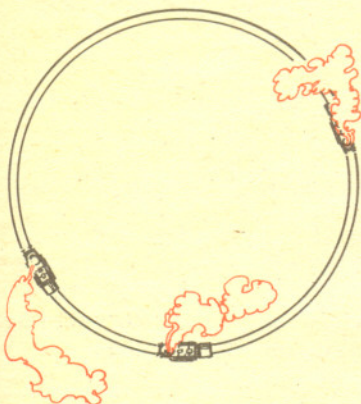
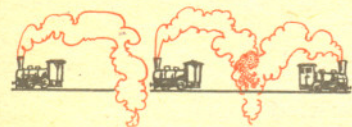
Homeomorfizm ψ przekształca izometrycznie każdą kostkę postaci $D_{\mu_1, \dots, \mu_n} = A_{\mu_1} \times \dots \times A_{\mu_n}$ na zbiór $B_{\mu_1} \times \dots \times B_{\mu_n}$, skąd wynika, że każdy łuk $L \subset A_{\mu_1} \times \dots \times A_{\mu_n}$ przechodzi izometrycznie na łuk $\psi(L) \subset B_{\mu_1} \times \dots \times B_{\mu_n}$. To pozwala okazać, że przy homeomorfizmie ψ zachowują się długości wszystkich łuków L położonych w przestrzeni E^n . A więc, dla każdego zbioru $A \in GA$ położonego w E^n , przekształcenie częściowe $\psi|_A$ jest izometrią wewnętrzną przekształcającą A na zbiór $A' = \psi(A) \subset C$. Ale średnica kostki C , będącej iloczynem kartezjańskim n kwadratów o boku d , jest równa $\sqrt{n(\sqrt{2}d)^2} = d \cdot \sqrt{2n}$. Jeżeli więc, dotychczas dowolną liczbę dodatnią d obierzemy tak, by była mniejsza od $\frac{\varepsilon}{\sqrt{2n}}$, to średnica zbioru A' stanie się mniejsza od ε . To kończy dowód twierdzenia (2.1).

3. Uwagi w związku z twierdzeniem (2.1). Z twierdzenia (2.1) wynika w szczególności, że cała przestrzeń E^3 (a więc przestrzeń, którą czasami skłonni jesteśmy uważać za matematyczny schemat naszej przestrzeni kosmicznej), daje się potraktować jako podzbiór przestrzeni E^6 mający dowolnie małą średnicę. Przy takim ujęciu punkty położone w przestrzeni E^3 w dowolnie wielkiej odległości jeden od drugiego stają się w przestrzeni E^6 (w sensie zwykłej metryki ρ) dowolnie bliskie.

W kosmologii współczesnej, zakłada się zwykle, że rozpatrywane przestrzenie są riemannowskie — co zresztą może być kwestionowane. Jeśli jednak ograniczymy się do przestrzeni riemannowskich i do wewnętrznych izometrii przeprowadzających takie przestrzenie na przestrzenie riemannowskie, to twierdzenie (2.1) nie da się utrzymać, wiadomo bowiem, że np. powierzchnia riemannowska wewnętrznie izometryczna ze sferą S^2 musi być ze sferą tą izometryczna.

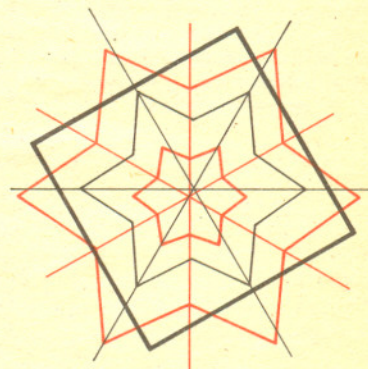
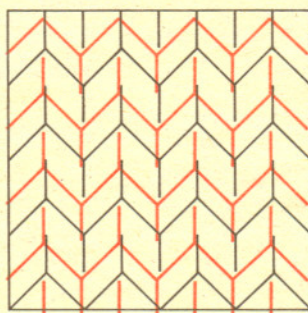
Geometria wewnętrzna, ograniczona do zakresu przestrzeni riemannowskich jest jednym z klasycznych działów geometrii różniczkowej. Gdy ograniczenie to się odrzuci, to konieczna staje się rezygnacja z takich klasycznych niezmienników jak krzywizna całkowita (gaussowska), natomiast pojawiają się nowe fakty (jak np. twierdzenie (2.1)) i powstaje nowa, obszerna problematyka.

Powstaje pytanie, czy wymiar $2n$ przestrzeni, w której GA -podzbiory przestrzeni E^n dają się umieścić bez zmiany ich wewnętrznych własności, ale z dowolnym zmniejszeniem średnicy, daje się zastąpić przez liczbę mniejszą. Ostatnio S. Nowak i J. Olędzki okazali, że liczba $2n$ daje się zastąpić przez liczbę $n+1$.

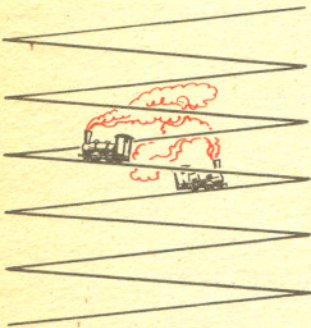


Jednym z podstawowych twierdzeń geometrii przestrzeni riemannowskich jest *Theorema egregium* („Wspaniałe twierdzenie”): krzywizna całkowita powierzchni nie zmienia się przy wewnętrznych izometriach.

Przedstawiamy tu dwa sposoby takiego składania kwadratu, by zmieścił się w dowolnie małej kulce przestrzeni trójwymiarowej. Linia czerwona znaczy „zagiąć do góry”, czarna — „zagiąć do dołu”. Za pomocą drugiego z tych sposobów można i całą płaszczyznę E^2 przekształcić przez izometrię wewnętrzną na podzbiór przestrzeni E^3 o dowolnie małej średnicy i jest to pozytywne rozwiązanie postawionego w tekście artykułu problemu. Autorem tego rozwiązania jest dr J. Olędzki.



Nie wiadomo też, czy dla każdego n istnieje w przestrzeni E^n zbiór $A \in \mathbf{GA}$ (czy nawet spójny wielościan), który nie może być przez izometrię wewnętrzną przeprowadzony na podzbiór przestrzeni E^{2n-1} o dowolnie małej średnicy (w sensie metryki ϱ). Nasuwa się też naturalne pytanie, czy każda ośrodkowa przestrzeń $A \in \mathbf{GA}$ o wymiarze $\leq n$, daje się przez izometrię wewnętrzną przeprowadzić na podzbiór przestrzeni E^{2n+1} . Pozytywne rozwiązanie tego zagadnienia stanowiłoby naturalny odpowiednik twierdzenia Menger-Nöbelinga o tym, że każda ośrodkowa przestrzeń metryczna wymiaru nie większego niż n jest homeomorficzna z pewnym podzbiorem przestrzeni E^{2n+1} . Poniżej podamy twierdzenie, które w zakresie spójnych politopów 1-wymiarowych daje pozytywną odpowiedź na to pytanie.



4. Spójne politopy 1-wymiarowe. Podamy ideę dowodu (z pominięciem niektórych szczegółów o charakterze technicznym) twierdzenia następującego:

(4.1) **Twierdzenie.** Dla każdego spójnego 1-wymiarowego politopu P (położonego w przestrzeni H) i każdej liczby dodatniej ε istnieje w E^3 politop P' o średnicy $< \varepsilon$, wewnątrznie izometryczny z P .

Dowód. Niech T będzie triangulacją politopu P o 1-wymiarowych sympleksach (a więc odcinkach) L_1, L_2, \dots (może być ich liczba skończona). Możemy przyjąć, że średnica każdego z tych odcinków jest $< \frac{\varepsilon}{6}$. Kładąc

$$P_k = L_1 \cup \dots \cup L_k \text{ mamy } P_k \subset P_{k+1} \text{ oraz } P = \bigcup_k P_k.$$

Każdemu wskaźnikowi k przyporządkujemy liczbę $\eta_k < \frac{\varepsilon}{6}$ taką, że każdy odcinek L_i , którego choć jeden koniec należy do P_k , ma długość większą od η_k . Obierzmy punkt $b_0 \in E^3$ i każdemu wskaźnikowi k przyporządkujemy kulę $Q_k \subset E^3$ o środku b_0 i promieniu $r_k < \eta_k$ tak, by $r_{k+1} < r_k$ dla każdego k . Ustawmy teraz wszystkie wierzchołki triangulacji T w ciąg (być może skończony) a_1, a_2, \dots tak, by wskaźniki wierzchołków należących do P_k były mniejsze od wskaźników wierzchołków należących do $P_{k+1} \setminus P_k$.

Każdemu $\mu = 1, 2, \dots$ przyporządkujemy punkt $b_\mu \in E^3$ tak, by spełnione były warunki:

$$(4.2) \quad \text{Jeżeli } a_\mu \in P_k, \text{ to } b_\mu \in Q_{k+1}.$$

$$(4.3) \quad \text{Żadna płaszczyzna położona w } E^3 \text{ nie zawiera więcej niż 3 punkty z ciągu } b_0, b_1, \dots$$

Zauważmy, że jeżeli odcinek $a_\mu a_\nu$ należy do triangulacji T oraz $a_\mu \in P_k$, to $\varrho(a_\mu, a_\nu) > \eta_k$, a więc oba punkty b_μ, b_ν leżą w kuli Q_k . Stąd

$$\varrho(b_\mu, b_\nu) < \eta_k < \varrho(a_\mu, a_\nu) < \frac{\varepsilon}{6}.$$

Weźmy teraz pod uwagę elipsoidę obrotową $M_{\mu, \nu}$ będącą zbiorem wszystkich punktów $x \in E^3$ spełniających warunek

$$(4.4) \quad \varrho(x, b_\mu) + \varrho(x, b_\nu) = \varrho(a_\mu, a_\nu).$$

Jasne jest, że skończony lub przeliczalny zbiór płaszczyzn położonych w E^3 przecina elipsoidę $M_{\mu, \nu}$ w zbiorze pierwszej kategorii (w sensie Baire'a). Stosując więc proste rozumowanie indukcyjne, możemy kolejnym odcinkom L_j , z których każdy ma postać $\overline{a_\mu a_\nu}$, przyporządkować punkty $b'_j \in M_{\mu, \nu}$ tak, by żadna z płaszczyzn w przestrzeni E^3 nie zawierała więcej niż 3 spośród punktów b_0, b_1, \dots oraz b'_1, b'_2, \dots . Ponadto, na odcinku $L_j = \overline{a_\mu a_\nu}$ możemy obrać punkt a'_j taki, że

$$(4.5) \quad \varrho(a_\mu, a'_j) = \varrho(b_\mu, b'_j) \text{ oraz } \varrho(a_\nu, a'_j) = \varrho(b_\nu, b'_j).$$

Wprowadzenie na każdym odcinku L_j postaci $\overline{a_\mu a_\nu}$ wierzchołka a'_j daje podpodział T' triangulacji T politopu P . Przyporządkowując każdemu a_μ punkt b_μ , a punktowi a'_j — punkt b'_j , otrzymamy wzajemnie jednoznaczne przekształcenie zbioru wierzchołków triangulacji T' na zbiór punktów położonych w przestrzeni E^3 taki, że żadne cztery punkty tego zbioru nie leżą w jednej płaszczyźnie.

Przekształcenie to indukuje pewne przekształcenie symplecjialne politopu P na politop P' będący sumą wszystkich odcinków postaci $\overline{b_\mu b'_j}$ oraz $\overline{b_\nu b'_j}$, gdzie $L_j = \overline{a_\mu a_\nu}$. Z uwagi na (4.4) i (4.5) przekształcenie to jest izometrią wewnętrzną.

Zbiór pierwszej kategorii w sensie Baire'a to zbiór będący przeliczalną sumą zbiorów domkniętych o pustym wnętrzu — a także każdy jego podzbiór. Ważne twierdzenie Baire'a głosi, że niepusta zupełna przestrzeń metryczna nie jest pierwszej kategorii.

Przy przekształceniu symplecjialnym obraz sympleksu jest zawarty w pewnym sympleksie.

Każdy z punktów b_μ leży jednak w kuli Q_1 o środku b_0 i promieniu $r < \eta_1 < \frac{\varepsilon}{6}$, a każdy punkt b'_j leży na obrotowej elipsoidzie $M_{\mu,\nu}$ dla której b_μ jest ogniskiem, a średnica jest równa $\varrho(a_\mu, a_\nu) < \frac{\varepsilon}{3}$. A więc zbiór wszystkich wierzchołków politopu P' ma średnicę mniejszą niż $2 \cdot \left(\frac{\varepsilon}{3} + \frac{\varepsilon}{6}\right) = \varepsilon$. Więc i średnica całego politopu P' jest mniejsza od ε i dowód twierdzenia (4.1) jest zakończony.

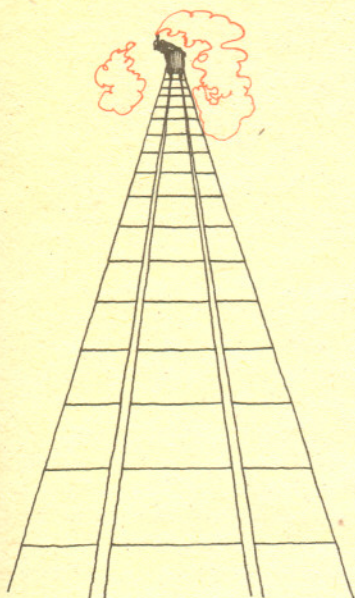
Przeniesienie tego twierdzenia na spójne politopy wymiaru większego niż 1 nastęrcza istotne trudności. Nerozstrzygnięte jest nawet proste pytanie, czy każdy spójny wielościan dwuwymiarowy jest wewnętrznie izometryczny z wielościanem położonym w przestrzeni E^5 , a w szczególności z wielościanem o dowolnie małej średnicy. Nie wiadomo również, czy każde 1-wymiarowe continuum należące do klasy GA jest wewnętrznie izometryczne z continuum położonym w przestrzeni E^5 . W geometrii wewnętrznej, rozumianej w sensie tu podanym, istnieje wiele zagadnień, które oczekują rozstrzygnięcia. Nie wiem np. czy miara k -wymiarowa (odpowiednio zdefiniowana w przestrzeni GA) zachowuje się niezmienniczo przy izometriach wewnętrznych. Nie wiadomo też kiedy izometria wewnętrzna $f: A \rightarrow A'$ (gdzie A i A' są GA-zbiorami położonymi w przestrzeni Hilberta H) daje się otrzymać przez ciągłą deformację zbioru A , zachowującą długość krzywych, tj. czy istnieje przekształcenie ciągłe

$$\hat{f}: A \times \langle 0, 1 \rangle \rightarrow H$$

takie, że $\hat{f}(x, 0) = x$, $\hat{f}(x, 1) = f(x)$ dla każdego punktu $x \in A$ oraz, że dla każdego $t \in \langle 0, 1 \rangle$ przekształcenie $f_t: A \rightarrow H$ dane przez wzór $f_t(x) = \hat{f}(x, t)$ jest izometrią wewnętrzną.

Nie wiadomo też kiedy zbiór $A \in \text{GA}$ położony w przestrzeni E^n daje się przez izometrię wewnętrzną przeprowadzić na zbiór $A' \subset E^n$, który nie jest izometryczny z A w sensie metryki ϱ .

Lista nierozstrzygniętych pytań geometrii wewnętrznej jest bardzo obszerna.



Zadania

Redaguje mgr Krzysztof S. NOWIŃSKI

M 241. Wykazać, że $\log_2\left(1 + \frac{1}{n}\right) > \frac{1}{n}$ dla każdego naturalnego $n \geq 2$.

Rozwiązanie na str. 8.

M 242. Korzystając z wyniku zadania M 241 wykazać, że szereg $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3} + \dots$ jest rozbieżny.

(p_n jest n -tą liczbą pierwszą).

Rozwiązanie na str. 8.

M 243.

a) Mr Smith ma dwoje dzieci. Jedno jest chłopcem. Jakie jest prawdopodobieństwo, że są to dwaj chłopcy?

b) Mr Jones ma dwoje dzieci. Starsze jest dziewczynką. Jakie jest prawdopodobieństwo, że są to dwie dziewczynki?

Rozwiązanie na str. 13.

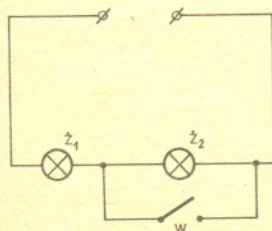
Redaguje doc. dr Michał ŚWIEŃKI

F 82. Zestawiono układ taki, jak na rysunku obok, gdzie:
 Z_1 — żarówka oświetleniowa dostosowana do napięcia 220V,
 Z_2 — żaróweczka od latarki kieszonkowej.

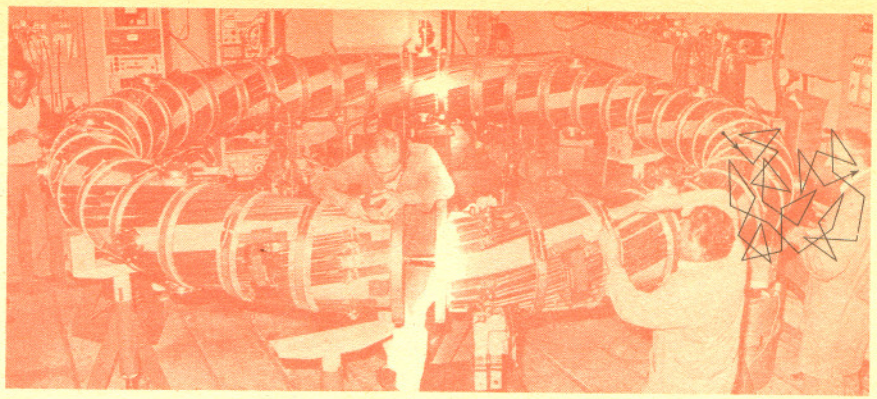
Jeśli na dany układ poda się napięcie z sieci 220V, to żarówka od latarki ulega natychmiastowemu przepaleniu. Natomiast, gdy włączanie do obwodu odbywa się przy zamkniętym wyłączniku W, wtedy również po jego otwarciu obie żarówki świecą normalnie (sprawdźcie). Jak wyjaśnić różnicę w zachowaniu żarówek?

(T. Tratkiewicz)

Rozwiązanie na str. 12.



Badania syntezy termojądrowej w Instytucie Fizyki Plazmy im. Maxa Plancka



Dr Brigitte

RÖTHLEIN (RFN)

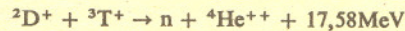
(Artykuł napisany specjalnie dla „Deltę”).

Sytuacja energetyczna

Od czasu „kryzysu naftowego” w październiku 1973 sytuacja energetyczna jest tematem głośnej dyskusji publicznej. Z wielką rozważą myśli się o możliwych sposobach zaspokojenia przyszłego zapotrzebowania na energię. Zasoby są ograniczone. Ropa naftowa i gaz ziemny wyczerpują się i są coraz droższe, węgiel nadaje się nie do wszystkich celów, ponadto używanie go powoduje poważne skażenia środowiska: użycie energii jądrowej jest wciąż z wielu względów kontrowersyjne; energia słoneczna nie jest wartościową propozycją w wysokich szerokościach geograficznych, nie jest nią również użycie wiatru, pływów morskich, energii geotermicznej itp. Panuje ogólna zgoda co do tego, że należy wykorzystać wszystkie rozsądne możliwości produkcji energii i że badania energetyczne trzeba rozpocząć równocześnie w wielu dziedzinach. Jednym z przykładów wieloskalowej produkcji energii jest synteza (fuzja) termojądrowa. Ta metoda, choć jeszcze nie gotowa do zastosowań, ma dobre perspektywy na przyszłość. Potrzebne surowce, deuter (ciężki wodór) i lit, są osiągalne na Ziemi w ilościach niemal nieograniczonych, fizyczne bezpieczeństwo reaktora fuzyjnego jest duże, zaś wpływ na środowisko i jego zagrożenie są mniejsze niż w przypadku innych porównywalnych urządzeń.

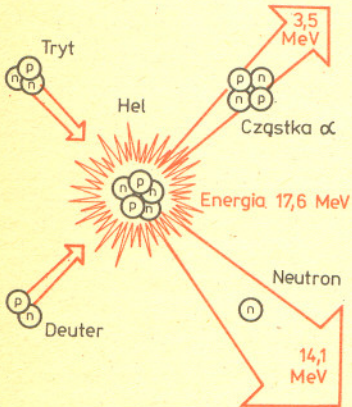
Zasady

Synteza termojądrowa opiera się na procesie, dzięki któremu generują swoją energię Słońce i gwiazdy, mianowicie na połączeniu lekkich jąder atomowych w cięższe. Wynikający stąd defekt masy (wyprodukowane jądro jest nieco lżejsze niż były jądra początkowe w sumie) prowadzi do wyzwolenia energii, która jest przekazywana produktom reakcji w postaci energii cieplnej. Spośród wielu możliwych reakcji syntezy, reakcja



jest szczególnie korzystna z powodu dogodnego przekroju czynnego (rys. 1). Obecna praca badawcza jest więc głównie skoncentrowana na możliwościach stwarzanych przez tę reakcję. Wskutek odpychania elektrostatycznego dwa dodatnio naładowane jądra potrzebują bardzo dużych prędkości względnych, aby mogły się zderzyć. Zderzenia elastyczne, czyli tak zwane zderzenia kulombowskie, zachodzą o wiele częściej niż zderzenia fuzyjne. Jest zatem oczywiste, że mieszanina jąder deuteru i trytu musi być ogrzana do wysokiej temperatury i utrzymana w tym stanie w ograniczonej przestrzeni, aby można było otrzymać w niej rozsądną wydajność syntezy. Wymaga to temperatur 100 do 150 milionów stopni, tzn. energii jąder 10 do 15 keV. W takich temperaturach mieszanina gazowa jest oczywiście całkowicie zjonizowana; jest ona wtedy nazywana plazmą termojądrową. To określenie pochodzi od greckiego słowa *πλάσμα* oznaczającego „coś uformowanego”. Pomysł użycia syntezy termojądrowej jako środka do produkcji energii zyskał na ważności w latach pięćdziesiątych. Po ogłoszeniu sensacyjnych sukcesów w Harwell (Wielka Brytania) badania syntezy termojądrowej zostały zadeklarowane jako nietajne przez Wielką Brytanię, Związek Radziecki i Stany Zjednoczone w dniu 31 sierpnia 1958 r. w przededniu drugiej konferencji genewskiej na temat pokojowych zastosowań energii atomowej. Dostarczyło to silnego bodźca do badań syntezy termojądrowej również w Republice Federalnej Niemiec. Jest to więc dość młoda dziedzina badań, lecz wymagająca dużych nakładów od samego początku. Ponieważ przewidywano, że prace planowane w RFN pociągną za sobą wielki wysiłek techniczny, rzeczą podstawową było utworzenie dostatecznie dużej instytucji badawczej, możliwej do rozbudowy. W r. 1960 Towarzystwo im. Maxa Plancka podpisało kontrakt z Wernerem Heisenbergiem, ustanawiający Instytut Fizyki Plazmy (IFP), początkowo jako spółkę z ograniczoną odpowiedzialnością. Dziesięć lat później, z początkiem roku 1971, instytut ten, z około tysiącosobowym personelem stał się oficjalnie Instytutem Fizyki Plazmy im. Maxa Plancka. Dziś personel jest tylko nieco liczniejszy, zaś cały roczny budżet wynosi

Symbole użyte w zapisie reakcji oznaczają:
D — deuter, T — tryt (ciężkie izotopy wodoru)
n — neutron, He — jon helu. Symbol ${}^4\text{He}^{++}$ oznacza: jon helu o masie równej czterem masom protonu, dwukrotnie zjonizowany (a więc o ładunku +2e).



1. W badanej reakcji DT jądro deuteru (ciężkiego wodoru) i jądro trytu łączą się w jądro helu. Uwalnia to neutron, który niesie dużą część energii reakcji (17,6 MeV) w postaci energii kinetycznej.

około 100 milionów marek. Instytut jest finansowany wspólnie przez rząd federalny, rząd krajowy Bawarii i Europejską Wspólnotę Energii Atomowej (EURATOM), z którą był związany od roku 1961.

Problemy

Aby otrzymać rozsądną wydajność reakcji syntezy, plazma deuterowo-trytowa musi osiągnąć pewną temperaturę T , być utrzymana w tej temperaturze przez dostatecznie długi czas τ i mieć dostatecznie dużą gęstość n . Obliczenia bilansu energii i ekonomicznej opłacalności reaktora syntezy pokazały, że muszą być osiągnięte równocześnie następujące wartości:

$T = 10 \text{ keV}$ (100 milionów stopni)

$n \cdot \tau \geq 10^{14} \text{ sek/cm}^3$, gdzie na przykład:

$n = 10^{14} \text{ cząstek/cm}^3$

$\tau = 1 \text{ sek.}$

Do dziś nie udało się spełnić tych wymagań. Postęp ostatnich lat dał jednak rezultaty bardzo zachęcające do badań syntezy na całym świecie. Instytut Fizyki Plazmy im. Maxa Plancka w Garching również czyni wszelkie wysiłki, aby osiągnąć swój cel.

a) Utrzymanie plazmy

Podstawowy warunek otrzymania energii z syntezy termojądrowej, mianowicie utrzymanie gorącej plazmy przez pewien czas, może być spełniony na różne sposoby. Instytut Fizyki Plazmy im. Maxa Plancka wyspecjalizował się w uwięzieniu magnetycznym (rys. 2). Wskutek działania pola magnetycznego, cząstki naładowane mogą poruszać się tylko po śrubowych torach wokół linii pola magnetycznego, jeśli nie zostaną odchylone przez zderzenia. Ta pożyteczna własność pola magnetycznego jest wykorzystywana do utrzymywania plazmy z dala od materialnych ścianek naczyń.

Mimo, że urządzenia liniowe używane przedtem miały zalety w postaci prostego, jasno rozplanowanego i dostępnego układu, powodowały one straty cząstek na końcach. Aby zlikwidować ucieczkę plazmy wzdłuż linii pola magnetycznego, linie te zostały zamknięte w pierścieniu, tworząc w ten sposób konfigurację toroidalną. Taka geometria ma jednak tę wadę, że niejednorodność pola magnetycznego wypycha plazmę na zewnątrz doprowadzając ją do kontaktu ze ścianą naczyń. Dla utrzymania toroidalnej plazmy w równowadze muszą być zastosowane dodatkowe pola magnetyczne. Wypadkowe pole musi być takie, że jego linie nie tylko zamykają się w pierścieniu, lecz biegną po drogach śrubowych tworząc zamknięte magnetyczne powierzchnie przepływu. Dwie odmienne metody skręcania pola doprowadziły do skonstruowania „tokamaka” i „stellaratora”.

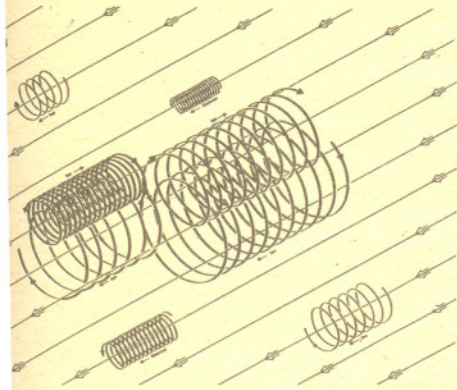
Za pomocą transformatora można wzbudzić w pierścieniu plazmy prąd plazmowy, który generuje pole magnetyczne wokół mniejszego obwodu pierścienia (rys. 3). Nałożenie się tego pola na już istniejący pierścień daje w wyniku śrubowy kształt linii pola. Urządzenia tego typu są nazywane „tokamakami”. Indukowany prąd plazmowy służy nie tylko do ustalania równowagi, lecz także do ogrzewania plazmy.

W innej metodzie, stosowanej w „stellaratorze”, nie trzeba wzbudzać prądu w plazmie, lecz wywołuje się śrubowy kształt linii pola po prostu za pomocą cewek magnetycznych zainstalowanych na zewnątrz naczyń z plazmą (rys. 4). Wymaga to bardzo skomplikowanej konfiguracji cewki, którą można wyprodukować i obsługiwać tylko przy wysokiej sprawności technicznej producentów i personelu.

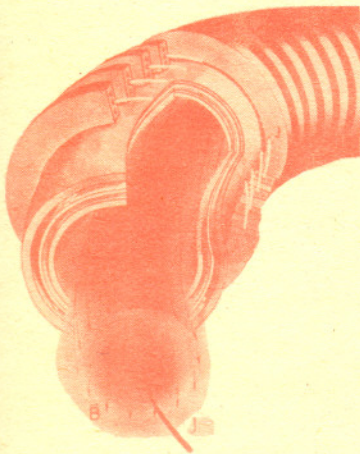
Jednym z urządzeń serii „tokamak” w IFP jest ASDEX (Axially Symmetric Divertor Experiment), który zaczął pracę na początku 1980 r. Jako największe obecnie urządzenie tego typu w Europie, ASDEX dostarcza plazmy o wysokiej czystości, w której straty energii na promieniowanie będą najmniejsze z możliwych. Odchylacz, zainstalowany w tym celu, jest pomocniczym urządzeniem do oddzielania i usuwania zanieczyszczeń z plazmy (np. ciężkich jąder atomowych wybitych ze ścianek komory próżniowej) za pomocą specjalnych pól magnetycznych i silnych pomp.

Inny tokamak — to mniejsze urządzenie o nazwie PULSATOR, które dostarczało wartościowych wyników przez szereg lat i jest teraz używane do roboczych eksperymentów przy badaniu problemów szczegółowych.

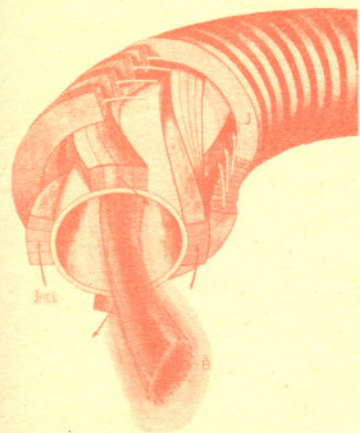
Seria „stellarator” jest reprezentowana w IFP także przez dwa urządzenia. WENDELSTEIN VII, ukończony w roku 1976, służy do badań nad zachowaniem i stabilnością uwięzionej plazmy w warunkach stellaratora. To urządzenie ma służyć również do testowania wyrafinowanej metody nagrzewania plazmy, tzw. neutralnego wtrysku (patrz paragraf b). Inny eksperyment testujący metody nagrzewania, mianowicie nagrzewanie plazmy przez pola elektromagnetyczne wysokiej częstotliwości, jest prowadzony w Grenoble, na urządzeniu WEGA, przy którym zespół naukowców z IFP współpracuje z kolegami belgijskimi i francuskimi.



2. Fakt, że naładowane cząstki w jednorodnym polu magnetycznym poruszają się po liniach śrubowych wokół linii pola, jest wykorzystywany w idei uwięzienia magnetycznego.



Rys. 3



Rys. 4



Rozwiązanie zadania M 241.

Ponieważ $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = \binom{n}{0} \cdot 1 + \binom{n}{1} \cdot \frac{1}{n} + \dots + \binom{n}{n} \left(\frac{1}{n}\right)^n = 1 + 1 + \dots + \left(\frac{1}{n}\right)^n > 2$, więc $\frac{1}{2^n} < 1 + \frac{1}{n}$, czyli $\log_2\left(1 + \frac{1}{n}\right) > \frac{1}{n}$ c.b.d.o.

b) Temperatura plazmy

Temperatury milionów stopni, jakie są wymagane w dzisiejszej fizyce plazmy, zmuszają do użycia skomplikowanych metod nagrzewania. Z czasem, w wyniku ewolucji, najpowszechniejszą metodą stało się nagrzewanie wirowym prądem elektrycznym (nagrzewanie omowe), za pomocą którego zjonizowana uprzednio plazma może być nagrzana do 10 lub 20 milionów stopni. Ta metoda jest stosowana głównie w tokamakach. Jednak ponieważ opór elektryczny, a więc i moc ogrzewania, maleje przy rosnącej temperaturze, trzeba użyć dodatkowych środków. Jedną z możliwości — to uwięzienie szybkich cząstek neutralnych, które przekazują swoją energię plazmie w wyniku zderzeń kulombowskich. Program neutralnego wtrysku w IFP posługuje się urządzeniami, w których jony wodoru są przyspieszane do dużych prędkości i potem neutralizowane. Dwa wtryskiwacze tego typu, każdy o mocy 500 kW i natężeniu prądu ok. 30 A, zostały już zainstalowane w WENDELSTEINIE VII; pierwsze serie testów pokazały, że energia plazmy jest zwiększana o około 100% podczas wtrysku. Najwyższa temperatura osiągnięta dotychczas metodą neutralnego wtrysku (w Princeton w r. 1978) jest rzędu 60 milionów stopni.

Inną metodą dodatkowego nagrzewania plazmy jest poddanie jej działaniu intensywnych fal elektromagnetycznych. Przy pewnych częstotliwościach zwanych plazmowymi, efekty rezonansowe powodują przekształcenie dużej części energii wejściowej w energię kinetyczną cząstek. Ten typ nagrzewania jest jednak wciąż na tym etapie, na którym bada się i testuje mechanizmy fizyczne.

Sukcesy osiągnięte w ostatnich latach w badaniu syntezy termojądrowej znacznie zwiększyły szanse otrzymania plazmy samopodtrzymującej synteze. Analogicznie do rozpalonego pieca, plazma taka nie wymagałaby dalszego wkładu energii ze źródeł zewnętrznych, odpowiednia temperatura byłaby podtrzymywana przez procesy nagrzewania wewnętrznego, mimo strat energii. Przyczyną tego jest fakt, że jądra helu (cząstki α) wyprodukowane w procesach syntezy mogą przekazywać plazmie swoją energię kinetyczną w wyniku zderzeń, dając w pewnych warunkach decydujący wkład do ogrzewania plazmy. Osiągnięcie tego tak zwanego punktu zapłonu, w którym nagrzewanie wewnętrzne i straty energii w plazmie równoważą się, jest celem nowego wielkoskalowego urządzenia ZEPHYR, przewidzianego do zbudowania w IFP za kilka lat. Urządzenie to jest tokamakiem o szczególnie silnych polach magnetycznych, kombinującym nagrzewanie omowe i neutralny wtrysk, po którym następuje sprężanie adiabatyczne. Nagły silny wzrost pola magnetycznego powoduje tu sprężenie plazmy, nagrzewające ją dodatkowo. Powinno to umożliwić osiągnięcie koniecznej temperatury zapłonu wynoszącej około 150 milionów stopni.

Problemy specjalnego rodzaju związane są z mierzaniem tak wysokich temperatur. Tak jak w przypadku wyznaczania innych parametrów plazmy: gęstości, zanieczyszczeń itp. jest możliwe stosowanie jedynie pośrednich metod pomiarowych, które nie zaburzają plazmy. Jedną z głównych technik jest spektroskopia na wszystkich długościach fal, aż do promieni X, która pozwala zarejestrować z największą precyzją wszystkie zmiany energii plazmy. Lecz metody nieoptyczne, jak diagnostyka cząstek neutralnych produkowanych przez wymianę ładunku w plazmie, które opuszczając plazmę dostarczają informacji o prędkości jonów, również służą do określenia temperatury. Ważną rolę odgrywają też pomiary oceniające zmiany wiązki promieniowania laserowego przechodzącego przez plazmę (przesunięcie częstotliwości, intensywność rozpraszania itp.). Wspólną cechą wszystkich metod pomiarowych jest to, że wymagają one znacznych wydatków pieniężnych i dużej zręczności eksperymentatorów. Ponieważ ciągłe określenie i rejestrowanie danych o plazmie jest nieodzowne dla badania własności plazmy, na potrzeby tej pracy poświęca się znaczną część kubatury dostępnej w IFP.

c) Gęstość plazmy

Trzecim decydującym parametrem plazmy, oprócz czasu utrzymania i temperatury, jest jej gęstość. Gdy rośnie gęstość plazmy, narasta również częstość zderzeń cząstek, a więc także liczba reakcji na jednostkę czasu.

Wskutek wymiany ładunku i procesów dyfuzji cząstki plazmy wciąż uciekają podczas okresu utrzymywania i uderzają o ścianę komory próżniowej. Oprócz bardzo niepożądanego efektu wybijania atomów ze ściany, które potem zanieczyszczają plazmę, skutkiem ucieczki jest stopniowy spadek gęstości plazmy. Urządzenia takie jak odchylacz (patrz paragraf a), które wyciągają pewne ilości plazmy, przyczyniają się do dalszego zmniejszenia jej gęstości. Jest więc rzeczą zasadniczą zapewnienie kompensacji tego ubytku. Jednym z możliwych sposobów jest wtryskiwanie cząstek neutralnych, służące w pierwszej kolejności ogrzewaniu. Jest również możliwe „zimne” uzupełnianie paliwa, np. przez wdmuchiwanie gazu do komory próżniowej podczas pracy reaktora. W przypadku dużych urządzeń budowanych dzisiaj sensowniej jest jednak strzelać w plazmę dokładnie określonymi porcjami paliwa stałego, tzw. śrutem. Ta technika jest rozwijana i testowana w ramach specjalnego programu w IFP.



Rozwiązanie zadania M 242.

Oznaczmy $S_k = 1 + \frac{1}{p_k} + \frac{1}{p_k^2} + \dots = \frac{1}{1 - \frac{1}{p_k}} = 1 + \frac{1}{p_k - 1}$ i zauważmy,

że dla każdego m

(*) $S_1 \cdot \dots \cdot S_m > 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{m}$, ponieważ

dla każdego $n \leq m$ w rozkładzie n na czynniki pierwsze nie występują liczby pierwsze większe niż m i wobec tego

$\frac{1}{n} = \frac{1}{p_1^{i_1} \cdot \dots \cdot p_m^{i_m}}$ występuje po lewej stronie nierówności (*).

Logarytmując obie strony (*) przy podstawie 2 i korzystając z wyniku zadania M 241. otrzymamy

$$\log_2\left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{m}\right) < \log_2 S_1 + \dots + \log_2 S_m < \frac{1}{p_1 - 1} + \dots + \frac{1}{p_m - 1}$$

i ponieważ $p_{k-1} > p_k - 1$, gdy $k > 1$, mamy

$$\text{ostatecznie } \log_2\left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{m}\right) < 1 +$$

$$+ \frac{1}{p_1} + \dots + \frac{1}{p_{m-1}}.$$

Ale szereg $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots$ jest, jak wiadomo,

rozbieżny, a więc ciąg logarytmów jego sum częściowych dąży do $+\infty$. Wynika stąd,

że szereg $1 + \frac{1}{p_1} + \dots + \frac{1}{p_m} + \dots$ jest również

rozbieżny.

Struktura IFP

Słowa „program” użyto jako odpowiednika angielskiego terminu „project”, oznaczającego całość prac zmierzających do realizacji pewnego przedsięwzięcia, a także grupę ludzi realizujących to przedsięwzięcie i używany przez nich sprzęt (przypis tłumacza).

Duże programy badań w IFP, takie jak ZEPHYR, ASDEX i WENDELSTEIN VII, są wyposażone i wspierane przez wiele różnych grup.

Program zbierania danych rozwija i nadzoruje systemy, za pomocą których dane eksperymentalne są przechowywane, przekazywane do centrum komputerowego i tam przetwarzane i oceniane. Celem jest dostarczenie wyników takich obliczeń w ciągu kilku minut, tak, aby parametry mogły być zoptymalizowane dla bezpośrednio następujących pomiarów w instalacji eksperymentalnej.

Wydział teorii wykonuje obliczenia analityczne i numeryczne, które są podstawą planowania nowych urządzeń. Wspiera też operacje eksperymentalne oceniając otrzymane rezultaty i używając ich w modelach zachowania plazmy, mechanizmów nagrzewania lub problemów zanieczyszczeń.

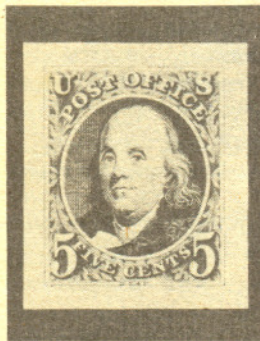
Wiele problemów fizyki plazmy jest dzisiaj rozwiązywanych przez „symulację numeryczną”, tzn. używa się programu komputerowego do symulowania zachowania dużej liczby indywidualnych cząstek w celu określenia, przez całkowanie, zachowania całej plazmy. Obliczenia tego typu i inne metody numeryczne wymagają olbrzymiej pamięci operacyjnej i bardzo długich czasów liczenia. Ta praca teoretyczna oraz szacowanie wielkiej liczby danych eksperymentalnych wymagają dużych i wszechstronnych komputerów. Dotychczas IFP miał maszynę IBM 360/91 połączoną z maszyną AMDAHL 470 V/6, które czyniły IFP jednym z największych naukowych centrów komputerowych w Europie. Komputer IBM został niedawno zastąpiony przez maszynę CRAY-1, która kilkakrotnie powiększyła moc obliczeniową IFP.

Zanieczyszczenia plazmy wywołujące silne niepożądane efekty muszą być dokładnie badane. Ponieważ główną przyczyną zanieczyszczeń jest oddziaływanie plazmy z otaczającą ścianą materiałną, związane z tym procesy są badane w Wydziale Fizyki Powierzchniowej IFP. Przykładem takiego badania jest bombardowanie próbek możliwych materiałów ściany szybkimi jonami z akceleratora w celu symulowania erozji ściany.

Aby śledzić indywidualne modele reaktorów i dostarczać podstaw planowania nowych urządzeń bada się i porównuje różne możliwości konstruowania reaktorów termojądrowych w ramach Programu Badań Systemowych. Praca tej grupy dotyczy głównie możliwości technicznych, struktury kosztów, wpływu na środowisko i możliwych zagrożeń.

W celu konstruowania i obsługi wyrafinowanych eksperymentów z plazmą w IFP różne programy badań mogą korzystać z Centralnej Obsługi Technicznej. Najważniejsze usługi to dostarczenie energii elektrycznej do eksperymentów, projektowanie i mechaniczna konstrukcja aparatury oraz ulepszanie i konstruowanie specjalnego wyposażenia nieosiągalnego w handlu. Szczególnie ważnymi źródłami energii są duże generatory z kołem zamachowym, z których najsilniejszy, o wadze 230 ton, dostarcza prądu o maksymalnej mocy 150 MW.

(tłum. A. Krasieński)



Kącik filatelistyczny (16)

Benjamin Franklin (1706—1790), wybitny amerykański mąż stanu, jeden z twórców niepodległości Stanów Zjednoczonych, był jednocześnie uczonym i wynalazcą — samoukiem. Od roku 1746 prowadził badania nad elektrycznością. Wyniki swoich badań przekazywał w formie listów do Królewskiego Towarzystwa Naukowego w Londynie. Listy te zostały następnie wydane w książce, którą wkrótce przetłumaczono na prawie wszystkie języki europejskie. Wielkie zainteresowanie tą książką wynikało głównie z zawartych w niej opisów doświadczeń wskazujących, że pioruny stanowią wyładowania elektryczne w atmosferze. Bezpośrednim dowodem tego był sławny eksperyment z latawcem, przeprowadzony w roku 1752. Dla wyjaśnienia zjawiska elektryzowania się ciał Franklin sformułował fenomenologiczną teorię elektryczności jako „substancji elektrycznej” składającej się z bardzo małych cząstek odpychających się od siebie.

Od roku 1754 do końca życia Franklin rozwijał szeroką działalność polityczną. Był członkiem komisji, która opracowała tekst „Deklaracji Niepodległości” Stanów Zjednoczonych, wziął czynny udział w opracowywaniu konstytucji 1787 r., wystąpił w Kongresie z wnioskiem o zniesienie niewolnictwa. W „kąciku filatelistycznym” warto wspomnieć, że Franklin pełnił przez szereg lat funkcję zastępcy poczmistrza Filadelfii, a następnie kolonii angielskich w Ameryce i zorganizował regularną i opłacającą się państwu łączność pocztową. Podobizna Beniamina Franklina figuruje na wielu znaczkach, zwłaszcza amerykańskich. Reprodukujemy pierwszy znaczek Stanów Zjednoczonych z roku 1847, oraz znaczek z roku 1956. Ten ostatni znaczek, wydany z okazji 250 rocznicy urodzin Franklina, jest chyba jedynym znaczkiem przedstawiającym go jako uczonego-eksperymentatora.

Jerzy BARTKE

Jak można wykryć cywilizację pozaziemską

Przed przystąpieniem do właściwego tematu chciałbym uczynić dwa zastrzeżenia:

1. Będą to rozważania dotyczące rzeczywistych możliwości wykrycia innych cywilizacji w naszej Galaktyce, przy użyciu aparatury naukowej aktualnie istniejącej lub możliwej do skonstruowania. Nie będziemy tu mówić o spotkaniach z mieszkańcami innych planet, którzy przylatywali na Ziemię, aby rozbiierać polskiego rolnika.
2. Zajmiemy się tylko jednym z możliwych sposobów wykrycia „ucywilizowanej” planety, a mianowicie za pomocą wylapywania niekontrolowanych „przecieków” energetycznych, związanych z aktywnością techniczną. Ponieważ jedyną znaną nam zamieszkałą planetą jest na razie Ziemia, prześledzimy przecieki energetyczne z Ziemi w przestrzeń międzygwiazdową i spróbujemy stąd wywnioskować, czego mógłby dowiedzieć się o Ziemi obserwator z odległej planety, rejestrujący odbierane impulsy.

Podstawowe rodzaje sygnałów z innych planet

Metody poszukiwania sygnałów z innych planet można podzielić na dwie klasy:

1. Metody oparte na wylapywaniu informacji celowo wysyłanych w przestrzeń przez inne cywilizacje, z zamiarem nawiązania łączności międzygwiazdowej.
2. Metody oparte na poszukiwaniu sygnałów uciekających w przestrzeń w sposób niekontrolowany.

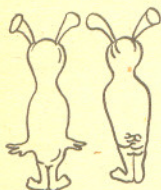
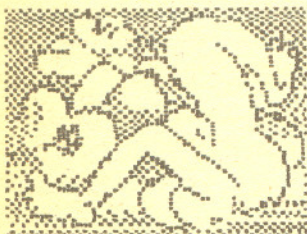
Metody tego drugiego typu są mniej znane, lecz wydają się równie obiecujące, ponieważ tylko bardzo wysoko rozwinięta cywilizacja mogłaby i chciała pozwolić sobie na inwestowanie wielkich ilości energii w tak mało praktyczne i tak niepewne przedsięwzięcie, jak nadawanie sygnałów w przestrzeń. Przecieki energetyczne pojawiają się natomiast już w mniej rozwiniętych cywilizacjach, i, jak zobaczymy za chwilę, nawet nasza ziemską cywilizacja produkuje ich dostatecznie dużo, aby dały się zaobserwować z planet innych gwiazd, mających cywilizacje na podobnym etapie rozwoju.

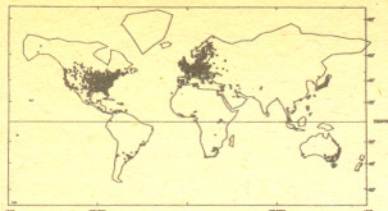
Źródła przecieków energetycznych na Ziemi

Działalność techniczna ludzi związana jest z emitowaniem fal elektromagnetycznych przez znaczną liczbę źródeł (np. stacje telewizyjne i radiowe, radary, satelity telekomunikacyjne). Strumienie tych fal uciekające w przestrzeń międzygwiazdową stanowią najłatwiejsze do wykrycia sygnały cywilizacji ziemskiej. Spróbujemy ustalić, które z tych sygnałów mogłyby zostać wykryte i zanalizowane przez obserwatorów na innej planecie. Urządzenia radiowe na ziemi pracują na bardzo różnych częstotliwościach fal elektromagnetycznych: od ok. 10 kilohertzów dla systemu telekomunikacyjnego okrętów podwodnych do wielu gigahertzów dla satelitów telekomunikacyjnych (1 gigahertz = 1 GHz = 10^9 Hz). Sygnały o częstotliwościach niższych niż ok. 20 megahertzów (1 megahertz = 1 MHz = 10^6 Hz) odbijają się jednak od jonosfery i wracają ku ziemi, nie mogą więc być wykryte z daleka. Pominiemy je w dalszych rozważaniach. Spośród źródeł fal radiowych o wyższych częstotliwościach możemy pominąć stacje radiowej łączności lotniczej, radiotelefony, telegrafy oraz satelity telekomunikacyjne, ponieważ moc ich sygnałów jest zanedbywalnie mała w porównaniu z tymi, które uwzględnimy dalej. Wiązki fal o dość znacznej mocy wypromieniowują (dzięki wielkiej liczbie nadajników pracujących na Ziemi) przenośne radiostacje oraz radary używane w meteorologii, żegludze morskiej i lotnictwie, jednak i one są całkowicie przyćmione przez dwie grupy najsilniejszych źródeł, które omówimy poniżej.

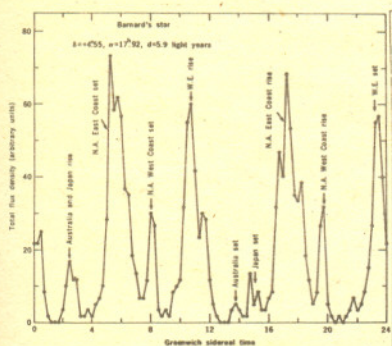
Najsilniejszymi źródłami fal radiowych są specjalne radary Systemu Wczesnego Ostrzegania przed Pociskami Balistycznymi (Ballistic Missile Early Warning System — w skrócie BMEWS), zainstalowanego w Stanach Zjednoczonych. Każdy z radarów wysyła ściśle ukierunkowaną wiązkę promieniowania, o mocy ok. $2 \cdot 10^{11}$ watów, omiatającą znaczną część jego horyzontu. Dzięki temu sygnał radaru „oświetla” wiele gwiazd, przy czym jest na tyle silny, że może być wykryty z odległości do ok. 18 lat świetlnych przy użyciu aparatury już istniejącej na Ziemi, oraz do ok. 250 lat świetlnych przy użyciu aparatury będącej w stadium projektów i możliwej do skonstruowania w najbliższej przyszłości. Liczba radarów tego systemu, zainstalowanych na Ziemi, jest niewielka (ok. 10), działają one impulsowo, przy czym czas trwania impulsu wynosi tylko 1/9 czasu trwania przerwy między impulsami, zaś częstotliwość użytych fal radiowych podlega, ze względów bezpieczeństwa, ciągłym zmianom. Okoliczności te, zwłaszcza ostatnia z nich, sprawiają, że obserwator z dalekiej planety nie mógłby zdobyć wielu informacji naukowych o Ziemi tą drogą. Mimo to, sygnały radarów systemu BMEWS mogą posłużyć do wykrycia Ziemi jako źródła fal radiowych i w ten sposób zapoczątkować dokładniejsze obserwacje radiowe Ziemi.

Drugim z kolei źródłem fal elektromagnetycznych są telewizyjne stacje nadawcze. Najsilniejsze z nich wysyłają promieniowanie o mocy ok. miliona razy mniejszej od pojedynczego radaru BMEWS, lecz liczba stacji wynosi ok. 15000, przy czym każda działa nieprzerwanie przez wiele godzin, emitując fale radiowe o dość ściśle ustalonej częstotliwości we wszystkich kierunkach w płaszczyźnie horyzontu. Dzięki temu, jak się zaraz przekonamy, właśnie stacje telewizyjne mogą dostarczyć odległym obserwatorom najwięcej informacji o Ziemi.





1. Rozmieszczenie 2191 nadawników telewizyjnych o efektywnej mocy promieniowania nie mniejszej niż 50 kW, uwzględnionych w artykule. Rzucają się w oczy znaczne skupienia nadawników w Ameryce Północnej, Europie Zachodniej, Japonii i Australii. Nie udało się zdobyć pełnych informacji z terenu ZSRR i Chin, lecz według przybliżonych ocen moc promieniowania nadawników telewizyjnych jest tam znikoma.



2. Względna gęstość strumienia promieniowania stacji telewizyjnych, którą zmierzylby w ciągu dnia gwiazdowego obserwator umieszczony na kierunku gwiazdy Barnarda, tzn. w pobliżu płaszczyzny równika niebieskiego, gdyby wszystkie stacje pracowały całą dobę bez przerwy. Gęstość strumienia promieniowania została zsumowana po wszystkich częstotliwościach, na osi pionowej odłożono jej stosunek do całkowitej mocy promieniowania wszystkich stacji. Poszczególne maksima sygnalizują kolejno: 1. Wschód Australii i Japonii, 2. Zachód wschodniego wybrzeża USA, 3. Zachód zachodniego wybrzeża USA, 4. Wschód Europy, 5. Zachód Australii, 6. Zachód Japonii, 7. Wschód wschodniego wybrzeża USA, 8. Wschód zachodniego wybrzeża USA, 9. Zachód Europy.

Własności fal elektromagnetycznych emitowanych przez stacje telewizyjne

Spośród 15000 stacji istniejących na świecie tylko ok. 2000 stanowi grupę istotną z naszego punktu widzenia, ponieważ moc ich sygnałów wynosi ok. 97% całkowitej mocy wszystkich stacji. Dokładniej mówiąc, przedstawione dalej wyniki oparte są na badaniach 2191 stacji, z których 999 (46%) znajduje się w Ameryce Północnej, 636 (29%) w Europie Zachodniej, 138 (6%) w Europie Wschodniej, 108 (5%) w Japonii, 81 (4%) w Australii i 229 (10%) w reszcie świata. Załączona schematyczna mapa (rys. 1) pokazuje położenia stacji uwzględnionych w badaniach. Każda z tych stacji wysyła fale elektromagnetyczne z jednakowym natężeniem we wszystkich kierunkach poziomych, skoncentrowane w wąskim kącie ($2^\circ - 7^\circ$) wokół płaszczyzny poziomej. Częstotliwość fal emitowanych, charakterystyczna dla każdej stacji, jest utrzymywana z dokładnością do 1/10 hertza, ale wskutek obrotu Ziemi każda stacja porusza się względem obserwatora na innej planecie. Efekt Dopplera, związany z ruchem obrotowym Ziemi, powoduje, że częstotliwość fal odbieranych zmienia się o kilkadziesiąt hertzów między wschodem i zachodem danej stacji. Wreszcie, każda ze stacji pracuje tylko w określonych godzinach, zaś w pozostałych jest wyłączona. Typowe godziny nadawania programu (wg lokalnego czasu słonecznego) są następujące: 6.00 do 1.00 w Stanach Zjednoczonych, Kanadzie Australii i Japonii, 10.00 do 23.00 w Europie Zachodniej i 16.00 do 23.00 w reszcie świata.

Promieniowanie radiowe Ziemi obserwowane z innego układu planetarnego

Na podstawie danych, znając położenie obserwatora na niebie, jego odległość od nas i dzień roku ziemskiego, w którym dokonuje on obserwacji, możemy obliczyć odbierany przez niego strumień fal elektromagnetycznych z Ziemi jako funkcję czasu (gwiazdowego) w ciągu doby.

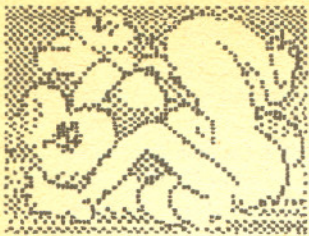
Należy po prostu sprawdzić dla każdej stacji telewizyjnej, czy jest w danej chwili czynna, czy jej promieniowanie jest skierowane tak, że dany obserwator odbiera je, obliczyć natężenie odbieranego promieniowania, i zsumować przyczynki od wszystkich stacji (oczywiście rachunek ten wykonuje komputer). Załączony rysunek 2 pokazuje względną gęstość strumienia promieniowania jako funkcję czasu, obserwowaną z gwiazdy Barnarda, przy założeniu, że wszystkie stacje są włączone w momentach ich wschodu i zachodu. Gwiazda Barnarda jest trzecią pod względem odległości od Słońca, o deklinacji $\delta \approx +5^\circ$, leży więc blisko płaszczyzny równika ziemskiego. Obserwator na innej gwiazdzie o tej samej deklinacji, lecz rektascensji różniącej się o Δt , zaobserwowałby taki sam obraz, przesunięty o Δt po poziomej osi. Maksyma obserwowanego natężenia pojawiają się w momentach wschodu lub zachodu dużej grupy położonych blisko siebie stacji. Cztery największe maksima związane są ze wschodem i zachodem dwu największych grup, a mianowicie kolejno od lewej: zachodem atlantyckiego wybrzeża USA i Kanady, wschodem Europy, wschodem atlantyckiego wybrzeża USA i zachodem Europy.

Jeżeli obserwator znajduje się w pobliżu płaszczyzny równika, to odstępy czasu między wschodem i zachodem każdej grupy stacji wynoszą zawsze ok. 12 godzin. Dla obserwatorów położonych daleko od równika przebieg natężenia odbieranego promieniowania jako funkcji czasu jest inny, np. przy obserwacji z nadbiegu bieguna północnego stacje półkuli północnej nigdy nie zachodzą. Z gwiazdy Kruger 60, o deklinacji 57° , grupa stacji Ameryki Północnej zbliża się do horyzontu tylko raz w ciągu doby, dając jedno maksimum, zaś Europa nie daje żadnego maksimum. Pamiętając o tych, możliwych do obliczenia, różnicach, zajmiemy się dalej tylko efektami obserwowanymi z gwiazdy Barnarda, ponieważ są łatwiejsze do opisanie.

Chwile włączenia i wyłączenia poszczególnych stacji są dostosowane do czasu *słonecznego* w danym miejscu Ziemi. Pokazany na rys. 2 obraz będzie więc ulegał cyklicznym zmianom w ciągu roku ziemskiego: każda z grup stacji będzie w pewnych miesiącach wschodziła (dla danego obserwatora) w tym właśnie czasie, gdy wszystkie stacje są wyłączone. Obserwator stwierdzi więc, że każde z widocznych na rysunku maksimum znika na przeciąg kilku miesięcy, by potem pojawić się znów.

Jeśli obserwator będzie mógł identyfikować częstotliwości wiązek fal pochodzących od pojedynczych stacji, to stwierdzi, że znikanie maksimum w pewnych okresach wiąże się z wyłączeniem poszczególnych stacji, a nie ze spadkiem natężenia ich promieniowania. Jeśli ponadto będzie on w stanie identyfikować natężenie promieniowania z poszczególnych stacji, to stwierdzi, że każda stacja ma inną częstotliwość w momencie zachodu niż w momencie wschodu (wskutek efektu Dopplera). Wnioski z tej obserwacji opiszemy dalej.

Obliczenia wskazują, że przyrząd identyczny z największym aktualnie radioteleskopem na Ziemi (w Arecibo na Jamajce), zdolny do rozróżniania częstotliwości poszczególnych stacji, mógłby wykryć najsilniejsze ziemskie stacje telewizyjne z odległości 1,8 roku świetlnego. Jest to połowa odległości od najbliższej gwiazdy (Alfa Centauri). W fazie projektów znajduje się jednak radioteleskop systemu „Cyklop”, składający się z 1000 anten o średnicy 100 m każda. Przyrząd tego typu mógłby wykryć sygnały stacji telewizyjnych z odległości 25 lat świetlnych. W takim promieniu od Ziemi znajduje się już ok. 300 gwiazd. Jeśli któraś z nich ma ucywilizowaną planetę, na której wynaleziono telewizję, to wykrycie jej powinno być możliwe w najbliższej przyszłości. Nie jest wykluczone, że Ziemia jest już stamtąd obserwowana.



Czego można dowiedzieć się o Ziemi z obserwacji radiowych

Pierwszym pytaniem, które wymaga odpowiedzi, jest: czy obserwator z odległej planety domyśliłby się, że odbierane z Ziemi sygnały zostały wytworzone przez istoty inteligentne. Jest to bardzo trudne pytanie, na które nie ma pewnej odpowiedzi. Mamy liczne przykłady na naszej własnej planecie na to, że różne cywilizacje bywają oddzielone od siebie przepaścią kulturową prawie niemożliwą do przebycia. Nie możemy więc domyślić się, jak wyjaśniłby sobie sygnały z Ziemi astronom z innej planety. Być może, jego zdolni koledzy-teoretycy potrafiliby wytłumaczyć te obserwacje jakimiś efektami naturalnymi i uznali je za najbardziej prawdopodobne.

Oczywiście sygnały te zostałyby niewątpliwie uznane za sztuczne, gdyby czułość aparatury była wystarczająca nie tylko do wykrycia promieniowania pojedynczych stacji, ale także do... odebrania nadawanego przez nie programu telewizyjnego. Wymagałoby to anten odbiorczych o czułości 20000 razy większej, tzn. mających 100 razy większą średnicę. Jest to całkowicie poza obecnymi możliwościami ziemskiej techniki.

Załóżmy jednak, że nasz odległy astronom przyjął poważnie hipotezę, że odbiera sygnały ziemskiej cywilizacji. Czego mógłby dowiedzieć się o Ziemi, gdyby zanalizował je dokładnie?

Wskutek ruchu orbitalnego Ziemi wokół Słońca częstotliwości odbieranych sygnałów podlegają cyklicznym zmianom w okresie 1 roku, wynikającym z efektu Dopplera. Ponieważ analogiczna sytuacja występuje w przypadku gwiazd podwójnych spektroskopowych (gdzie przesunięciom częstotliwości podlega światło emitowane przez gwiazdę), które są dobrze znane wszystkim astronomom, nasz astronom pozaziemski bez trudu zinterpretowałby ten efekt. Obserwując radiowe sygnały z Ziemi w ciągu przynajmniej 1 roku i mierząc zmiany ich częstotliwości mógłby obliczyć składową prędkość Ziemi w kierunku obserwacji dla każdego punktu jej orbity, stąd zaś, standardowymi metodami astronomicznymi, wyznaczyć:

1. Okres obiegu Ziemi wokół Słońca,
2. Mimośród orbity,
3. Pozycję perihelium na orbicie,
4. Moment przechodzenia Ziemi przez perihelium,
5. Wielkość $a \cos \beta$, gdzie a jest półosią wielką orbity Ziemi, zaś β — kątem między kierunkiem obserwacji a płaszczyzną ekliptyki.
6. Tzw. funkcję mas układu Słońce-Ziemia: $M_S^3 \cos^3 \beta / (M_S + M_Z)^2$, gdzie M_S — masa Słońca, M_Z — masa Ziemi.

Ponadto nasz obserwator zaobserwowałby pewnie Słońce (jako zwykłą gwiazdę) i z braku efektu Dopplera w jego widmie wywnioskował, że jest ono nieruchome, a więc znacznie cięższe od Ziemi. W tym przypadku $M_S^3 \cos^3 \beta / (M_S + M_Z)^2 \approx M_S \cos^3 \beta$. Gdyby ponadto potrafił ze swoich teorii astrofizycznych obliczyć masę Słońca M_S (co jest bardzo prawdopodobne), wyznaczyłby β , a więc i półoś orbity Ziemi. Zauważyłby też, że roczny okres orbitalnego efektu Dopplera pokrywa się z rocznymi cyklami zniknięć i pojawień się poszczególnych maksimum w natężeniu odbieranych sygnałów. Mógłby stąd domyślić się, że okresy włączenia poszczególnych stacji są związane z lokalnym czasem słonecznym, nie zaś z czasem gwiazdowym. Raptowne znikanie poszczególnych stacji z pola widzenia zinterpretowałby pewnie jako skutek ich zachodu poza Ziemię („zaciemnienia” przez Ziemię), zaś z faktu, że maksyma dziennych zmian efektu Dopplera przypadają tuż przed zachodem i tuż po wschodzie stacji, wywnioskowałby, że wysyłają one swoje promieniowanie stycznie do powierzchni Ziemi.

Rejestrując dokładnie momenty pojawienia się i znikania poszczególnych stacji nasz obserwator mógłby obliczyć pozycję osi obrotu Ziemi oraz prędkość liniową punktów na równiku, stąd zaś i ze zmierzonego wprost okresu obrotu Ziemi, wyznaczyć promień Ziemi. Wiedząc to wszystko, mógłby następnie sporządzić mapę rozmieszczenia poszczególnych stacji: przy pomiarze czasu z dokładnością do 1s i częstotliwości fali elektromagnetycznej do 1 Hz, można umiejscowić każdą stację z dokładnością do kilku kilometrów.

Oprócz informacji fizycznych i astronomicznych, podanych wyżej, nasz pozaziemski astronom mógłby pokusić się o zdobycie pewnych danych dotyczących naszej kultury i cywilizacji. Sporządzona przez niego mapa rozmieszczenia stacji ukazałaby dwa wielkie skupiska, kilka mniejszych, duże obszary pozbawione stacji zupełnie, rozmaite typy anten i urządzeń nadawczych, z których każde ma swój własny rozkład natężeń w zależności od częstotliwości (widmo), okres działania, moc. Z tych danych można wydedukować w przybliżeniu np. zasięg wspólnot politycznych (w ramach jednej wspólnoty parametry techniczne wszystkich stacji są podobne), przebieg granic politycznych (w jednolitym obszarze politycznym godziny włączenia i wyłączenia są te same dla wszystkich stacji), rozmieszczenie obszarów najgęściej i najrzadziej zamieszkałych.

Wnioski

Poszukiwanie odległych cywilizacji przez śledzenie ich przecieków energetycznych pozwala na zdobycie dość obfitych informacji, i to niezależnie od tego, co tamta cywilizacja chciałaby nam sama o sobie powiedzieć. Kontakt za pośrednictwem sygnałów emitowanych celowo z zamiarem przekazania informacji wymaga odkodowania sygnału, co jest procedurą bardzo trudną i czasochłonną.

Rozwiązanie zadania F 82

Ograniczymy się do jakościowego rozwiązania zachodzących procesów. Zauważmy najpierw, iż opory wolframowych żarówek w temperaturze pokojowej są około dziesięciokrotnie niższe niż w warunkach nominalnych. Zwróćmy również uwagę, że gdy na zimne, szeregowo połączone żarówki podamy napięcie, wtedy szybciej nagrzewać się będzie ta, której włókno ma mniejszy przekrój (dlaczego?).

W pierwszym przypadku włókno żarówki Z_2 ulega stopieniu wcześniej niż opór żarówki Z_1 zdąży wzrosnąć na tyle, aby obniżyć moc pobieraną przez Z_2 i zabezpieczyć ją przed zniszczeniem.

W drugim przypadku włączenie Z_2 do obwodu (poprzez otwarcie W) następuje przy dużym oporze Z_1 . Żaróweczka od razu znajduje się w warunkach zbliżonych do swoich warunków nominalnych, świeci więc normalnie.



Rozwiązanie zadania M 243. Możliwy układ płci dzieci Smithów (starsze na pierwszym miejscu): chl.-chl., chl.-dz., dz.-chl.; a więc szukane prawdopodobieństwo wynosi 1/3. Dla Jonesów są tylko dwie możliwości: dz.-dz., dz.-chl. i odpowiednie prawdopodobieństwo jest równe 1/2.

Nadawcy takich sygnałów mogliby, w celu ułatwienia nam ich odczytania, nadawać je w taki sposób, aby skompensować efekty Dopplera związane z obrotem i ruchem orbitalnym ich planety. Uwolniliby to odbiorcę od śledzenia częstotliwości fali w zależności od czasu, lecz równocześnie uniemożliwiliby zebranie niemal wszystkich podanych wyżej informacji. Jest więc rzeczą rozsądną poszukiwanie obydwu rodzajów sygnałów.

Na zakończenie należy dodać, że poszukiwanie sygnałów od innych cywilizacji odbywa się przy użyciu typowej aparatury radioastronomicznej, skonstruowanej na potrzeby zwykłych badań. Nie wiąże się więc z budową wielkich i kosztownych urządzeń specjalnych. Na definitywne wyniki trzeba będzie jednak poczekać jeszcze przynajmniej kilkanaście lat.

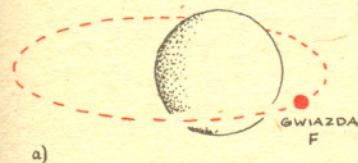
Jak widać, problem istnienia innych cywilizacji może być badany metodami ściśle naukowymi, zatem i w tej dziedzinie można łatwo odróżnić poważne projekty i wyniki od zwykłych oszustw, których bywaliśmy świadkami.

(Na podstawie artykułu :W.T. Sullivan III, S. Brown, C. Wetherill-Eavesdropping: The radio-signature of the Earth, Science 199, 377 (1978) opracował A. Krasiński)

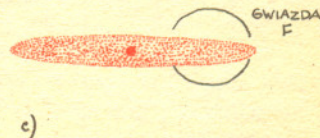
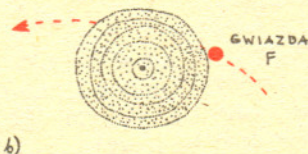
Patrz w niebo

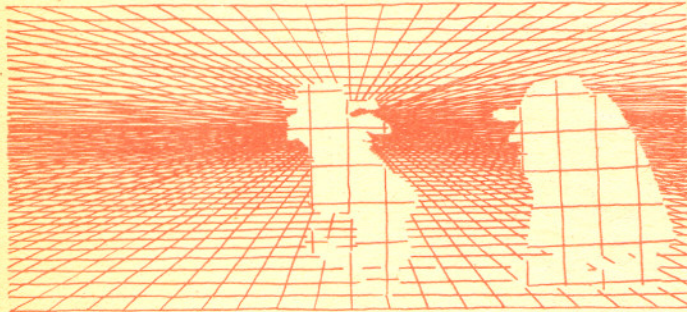
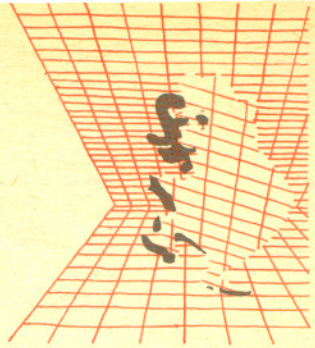
Oprócz znanych nam z zeszłej jesieni i zimy gwiazdozbiorów Perseusza i Byka w listopadzie góruje również Woźnica (*Auriga, Aur*) z bardzo jasną gwiazdą Capellą (αAur), szóstą co do jasności gwiazdą na niebie. Obok tej jasnej, żółcistej gwiazdy znajduje się dużo słabsza ale nie mniej ciekawa gwiazdka — ϵAur . Słowo „gwiazdka” nie jest może najodpowiedniejsze w tym miejscu, albowiem ϵAur była długo uważana za największą znaną nam gwiazdę we Wszechświecie. Dzisiaj już nie jesteśmy tego tak pewni. Jest to układ potrójny, jednak jedna z gwiazd jest bardzo oddalona od dwu pozostałych, które okrążają ich środek masy z okresem 9883 dni (27,06 lat). Nie byłoby w tym nic dziwnego, gdyby nie zbieg okoliczności, dzięki któremu jest to układ zaćmieniowy. Raz na 27 lat widoczna gwiazda jest zasłaniana przez niewidocznego towarzysza i jasność układu spada mniej więcej dwukrotnie. Najgłębsza faza zaćmienia trwa ponad rok (!) a spadek i wzrost jasności po prawie 200 dni. Najbliższe zaćmienie zaczęło się 22 lipca 1982 a skończy 25 czerwca 1984. Układ odległy jest od nas o ok. 1 kpc. Jasna gwiazda jest 180 razy większa od Słońca i 60 tysięcy razy jaśniejsza. Jednak to jeszcze nic — składnik zaćmiewający, który bezpośrednio nie był nigdy obserwowany, miał mieć, m. in. według Kuipera, rozmiary 15 razy większe niż jasna gwiazda czyli 2700 razy większe niż średnica Słońca! Jego gęstość byłaby mniejsza niż bardzo dobra „próżnia techniczna”. Temperatura powierzchni powinna być niższa niż 1500 K, aby wytłumaczyć małą jasność w dziedzinie widzialnej. Skoro tak, to obiekt ten powinien być bardzo jasny w podczerwieni. Po wykonaniu odpowiednich pomiarów okazało się, że nie jest on wcale jaśniejszy w promieniach podczerwonych niż w widzialnych. Model niewidocznego supernadolbrzyma zaczął się powoli kruszyć. Proponowano inne, konkurencyjne modele, między innymi takie, jak na rysunku obok. Obecnie coraz większą liczbę zwolenników zyskuje model dysku utworzonego ze zjonizowanych gazów i otaczającego gorącą gwiazdę typu O lub B. Gwiazda ta może być dużo słabsza niż jasny towarzysz i przez to nie jest widoczna na widmach układu. Wydaje się, że dzięki tej hipotezie wytłumaczyliśmy wiele własności układu ϵAur , jednak za cenę usunięcia go z pozycji lidera na liście gwiazd gigantów.

mgr Tomasz CHLEBOWSKI



Trzy modele dziwnego układu ϵAur : a) model tradycyjny — gwiazda typu F jest zaćmiewana przez supergigantyczną podczerwoną gwiazdę; b) model otoczki — ciałem zaćmiewającym jest chmura gazu i pyłu otaczająca niewielką gwiazdę; c) gwiazdę F zaćmiewa cienki dysk widoczny przez nas z brzegu.





Matematyka kartki pokratkowanego papieru

Przyjęło się, że zeszyt do matematyki powinien być w kratkę (no, z wyjątkiem geometrii...). Dlaczego? Pewnie dlatego, że w kratkach łatwo jest prosto wpisywać matematyczne znaczki. Łatwiej jest też równo pisać słupki...

W samym pokratkowanym papierze tkwi jednak wiele matematyki. Trzeba tylko kratki pobudzić do pracy. Wówczas podsuną nam wiele ciekawych zagadnień i pomysłów. Weź więc kartkę papieru w kratkę. Najpierw trzeba ustalić terminologię.

to są linie
pionowe, poziome,



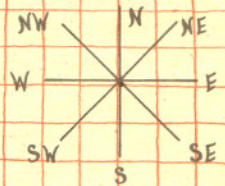
a to jest
węzeł,



to zaś
pole.



Tak oznaczamy
kierunki



Zacznijmy coś rysować.

LINIE ŁAMANE

Napijemy kilka liczb naturalnych, np (1, 2, 3, 1). Umówmy się, że każdy taki ciąg opisuje pewną drogę na kartce. Startujemy z dowolnego węzła i przesuwamy się kolejno na wschód, południe, zachód i północ (E, S, W, N) o tyle kratek, ile wskazuje odpowiednia liczba.

Z chwilą gdy wyczerpiemy wszystkie wyrazy ciągu, zaczynamy od początku. Ciekawsze jest, gdy ciąg nie ma czterech, lecz inną liczbę wyrazów np. ciągi (1, 4, 1), (1, 3), (1, 2, 3, 2, 1).

(1,2,3,1)

START

(1,4,1)

START

↓ itd.

(1,3)

START

START

(1,2,3,2,1)

Jak widać z rysunków, czasem otrzymamy łamaną zamkniętą, czasem nie. Jak to poznać po danym ciągu liczbowym? Jeśli nie otrzymamy linii zamkniętej, to co można powiedzieć o otrzymanym wzorze? W ogóle, jak otrzymać całą łamaną na podstawie jednego cyklu odpowiadającego danemu ciągowi?

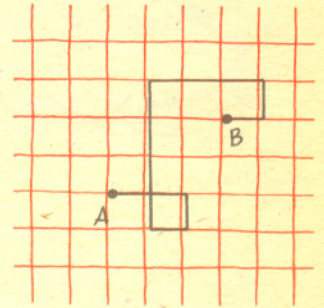
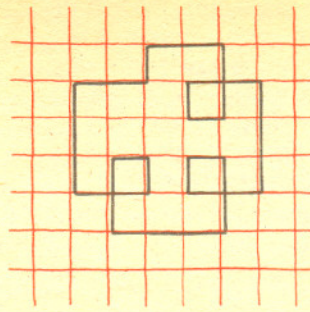
A OTO INNE TEMATY DO SAMODZIELNYCH ROZMYŚLAŃ

Modyfikujemy warunki poruszania się. Podobnie jak poprzednio, kolejne odcinki drogi dyktują nam wyrazy ciągu liczb naturalnych. Podobnie też za każdym razem skręcamy w prawo. Mamy za to możliwość wyboru kierunku w pierwszym ruchu. Przeszliśmy w ten sposób drogę zaznaczoną obok. Z którego punktu wyruszyliśmy? Czy siedmiodcinkowe połączenie punktów A i B jest najkrótsze (wśród wszystkich połączeń siedmiodcinkowych)?

Możesz też pomyśleć o innych modyfikacjach. Można dopuścić także i ujemne liczby kroków (co oznaczać będzie przesunięcie się na wschód o -3 kroki?). Jak wtedy odpowiedzieć na postawione pytania? A jak będzie w przypadku dopuszczenia wszystkich kierunków róży wiatrów?

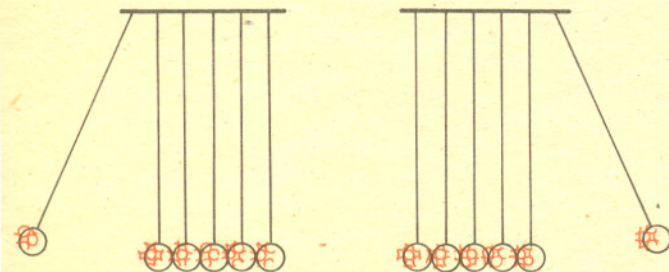
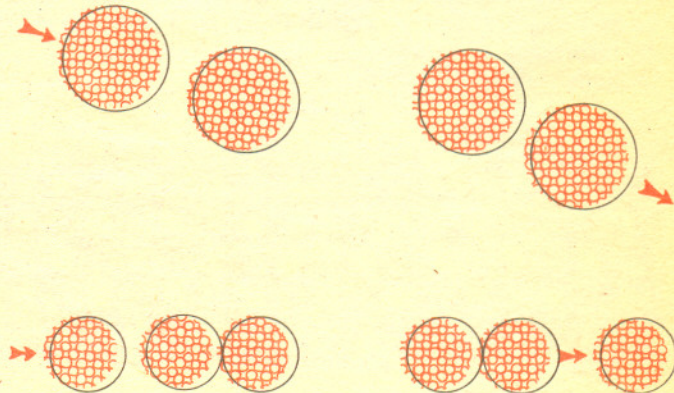
Przeprowadź badania. Napisz o ich wynikach. Czekam na Twoje listy. Na kopercie, pod adresem redakcji „Deltę” nie zapomnij dopisać słów „Mała Delta”, lub mojego nazwiska

Jan WASZKIEWICZ



Przekazywanie zderzeń na odległość

Na stole bilardowym można zaobserwować wcale nieoczywiste zachowanie się kul bilardowych podczas zderzenia. Uderzmy jedną z kul tak, by zderzyła się centralnie (tzn. by środek kuli poruszającej się celował w środek kuli nieruchomej) z inną spoczywającą kulą. Po zderzeniu pierwsza z kul zatrzyma się, a druga zostanie odbita z taką samą mniej więcej prędkością. Ustawmy teraz dwie kule tak, by stykały się ze sobą i następnie pchnijmy w ich kierunku trzecią, wzdłuż prostej łączącej środki wszystkich kul. Po zderzeniu kula ruchoma znów się zatrzyma, skrajna odskoczy, a środkowa nie poruszy się wcale. Tak, jakby jej udział w zderzeniu polegał tylko na poinformowaniu kuli skrajnej, że ma odskoczyć. Takie biernie pośrednictwo w zderzeniu może być zrealizowane przez więcej niż jedną kulę. Trzeba je tylko ustawić wzdłuż prostej i to tak, by stykały się ze sobą. Można też sprawdzić, że istota zjawiska nie ulega zmianie przy bardzo silnych nawet uderzeniach. Kule środkowe stale pozostają bierne.



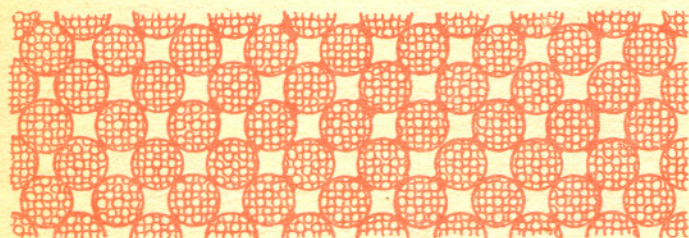
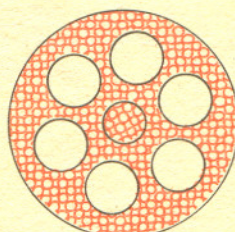
Tego samego rodzaju zjawisko jest przyczyną bardzo ciekawego zachowania zderzających się wahadeł. Z kawałków cienkiej linki nylonowej oraz kilku identycznych kulek sprężystych (mogą być stalowe, z twardego drzewa albo twardego plastyku) należy przygotować kilka takich samych wahadeł. Zawieśmy na czymś solidnym dwa wahadła, tak by ledwo stykały się ze sobą. Odchyłmy jedno z nich w płaszczyźnie wyznaczonej przez oba. Wtedy, po zwolnieniu, kulka odchyłonego wahadła uderzy centralnie w kulkę nieruchomą i zaobserwujemy ciekawą odmianę doświadczenia wykonanego poprzednio na stole bilardowym. Rozpędzona kulka zatrzyma się, a nieruchoma odskoczy, wykona pół wahnięcia i uderzy w nieruchomą już kulkę pierwszą.

Zjawisko powtórzy się, tyle że z zamienionymi rolami kulek: zatrzyma się druga, a odskoczy pierwsza. I tak dalej, na zmianę. Jeżeli zamiast dwóch zawiesimy cały szereg wahadeł (muszą wisieć równolegle w tej samej płaszczyźnie, a kulki muszą się stykać), to wahać się będą na zmianę jedynie kulki skrajne. Środkowe znów będą grać rolę nieruchomych przekaźników zderzeń.



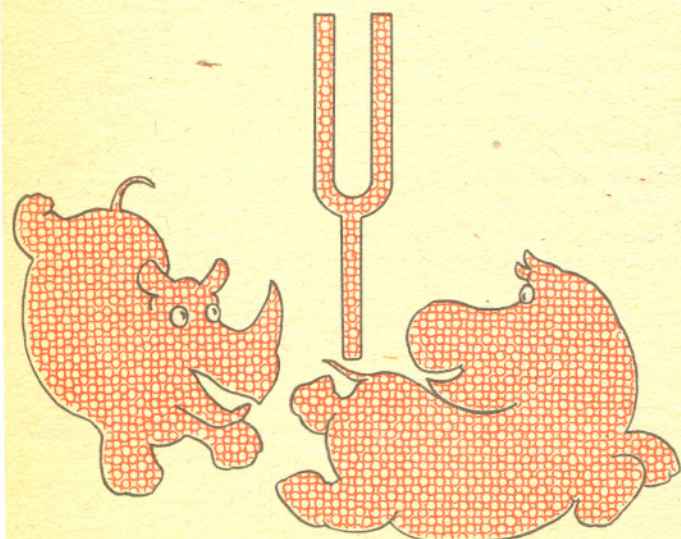
Ponieważ kulki środkowe wcale się nie ruszają, więc nie stoi na przeszkodzie, żeby je ze sobą na stałe połączyć. Otrzymamy w ten sposób przyrząd służący do przekazywania zderzeń na odległość. Łatwo sprawdzić, że trwale połączone kulki rzeczywiście spełniają bez zarzutu taką funkcję. Uzyskany przekaźnik zderzeń wydaje się jednak dosyć niepraktyczny. Czyżby nie istniały prostsze? Oczywiście istnieją.

Weźmy ciężki metalowy pręt albo kawałek szyny i połóżmy go tak, by jednym końcem dotykał czegoś lekkiego (dobra będzie znów kula bilardowa). W drugi koniec szyny uderzmy młotkiem dość silnie, nie na tyle jednak, by szyna poruszyła się. Po uderzeniu przedmiot na drugim końcu szyny odskoczy, a sama szyna znów spełni rolę biernego przekaźnika uderzenia. Przy dłuższych szynach, mocniejszych uderzeniach i dokładniejszych obserwacjach okazałoby się, że dźwięk wywołany uderzeniem wędruje z pewną prędkością wzdłuż szyny i dochodzi do jej końca razem z informacją o uderzeniu. Wyciągamy stąd wniosek, że zarówno rozchodzenie się dźwięku jak i przekazywanie tej informacji są wywołane tym samym procesem zachodzącym wewnątrz szyny.



Co takiego jednak dzieje się wewnątrz szyny? Przecież nie przypomina ona w niczym układu stykających się kulek. Otóż nieprawda. Według współczesnych poglądów wszystkie metale składają się z takich tylko atomów, które najlepiej czują się w postaci kulistej i gubią wszystkie te elektrony, które zniekształcają tę postać (uwolnione elektrony poruszają się prawie swobodnie wewnątrz kawałka metalu i są przyczyną wyjątkowo dobrego przewodnictwa elektrycznego i cieplnego metali.).

Pozostałe idealnie już kuliste fragmenty atomów (tzw. jony) tworzą bardzo regularną siatkę krystaliczną. W takiej siatce miriady mikroskopijnych identycznych kuleczek atomowych wypełniają przestrzeń metalu możliwie jak najgęściej. Jak łatwo się przekonać, takie gęste upakowanie składa się z konieczności z wielu szeregów kul stykających się i leżących na prostej. A to już dokładnie odpowiada sytuacji z doświadczenia z kulami bilardowymi. Kuleczki atomowe zachowują się więc prawie zupełnie biernie, przenosząc jedynie z ogromną szybkością wywołany uderzeniem w kawałek metalu impuls wraz z towarzyszącym mu efektem dźwiękowym. Jak widzieliśmy w poprzednich doświadczeniach z kulami, przenoszenie takie jest wyjątkowo skuteczne, praktycznie bez strat. Dlatego właśnie metale są wyjątkowo dobrymi „przewodnikami” dźwięku. Łatwo się o tym przekonać przykładając ucho do szyn kolejowych i rejestrując zbliżanie się pociągu grubo wcześniej niż można go usłyszeć normalnie.



WYSOKI KURS ŻŁOTEGO

W związku z zachwianiem wartości dolara Amerykanie chętnie wymieniają dolary na złote. Za złotego można uzyskać 1,5 do 2 zwyczajnych papierowych dolarów.
 Kurs złotówki pozostaje nadal niezachwiany.

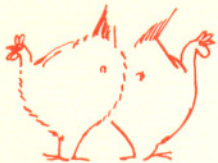
ILE PALIĆ

Pan Władysław K. zapytuje, ile powinien palić mały fiat. W związku z niemożnością skontaktowania się z panem Sobiesławem Zasadą odpowiadamy sami: 20, najwyżej 30 sztuk dziennie, ale jeśli bardzo mały, no, to najwyżej 20.



Nie rozumie, że warunki uległy zasadniczej zmianie.

Pan Józef Michalik natknął się w drogerii na komplet kosmetyków z napisem "Baby" i jest zgorzszony. Oj, panie Józefie! Musi pan jednak trochę podciągnąć swoją angielszczyznę, w przeciwnym razie co pan będzie miał za życie.



Nioski są z nami.

Pani Basia pyta: co to szkodzi, że "mądry Polak po szkodziu"?

O tym, droga pani Basiu, będzie się pani mogła przekonać dopiero za jakiś czas.



Na razie, koledzy, zjedzmy to, co jest. Poważniejsze kwestie omówimy w następnej kolejności.

Obywatel Kopytowicz z Krakowa zapytuje: czy jest jakaś różnica między polską wódką z amerykańskie dolary a - na odwrót - amerykańską wódką z polskie dolary.
 Cha, cha, cha - panie Kopytowicz - śmiejemy się z pana. Nie nas nabierać na takie brudne chwytły propagandowe. I tak wiemy, że podał pan fałszywe nazwisko.

Mgr Pirożyński opowiada...

Spodobały mi się artykuły z poprzedniego numeru Delt. Takie mądre... i nareszcie poznałem ściśle ujęcie tyłu prostych rzeczy. Zawsze należy wyrażać się precyzyjnie, czy to w mowie, czy w piśmie. Czasami wymaga to pewnego wysiłku umysłowego (do którego między nami mówiąc, nie każdy jest zdolny, patrz rysunek). Język matematyki jest jednak uniwersalny i wszystko da się zapisać za pomocą symboli i znaków logicznych. Niedawno udało mi się ściśle zapisać... a zresztą domyślcie się, co. Podaję wskazówki: M — zbiór wszystkich mężczyzn, K — zbiór wszystkich kobiet, μ — funkcja „małżonek”, W — funkcja „wiek”, R — relacja pokrewieństwa, \mathfrak{R} — zbiór liczb rzeczywistych.

$$\bigvee_M \bigvee_K M = \{m_1, m_2, m_3, \dots, m_{M_0}\}, \quad K = \{k_1, k_2, k_3, \dots, k_{k_0}\};$$

$$\bigvee_\mu [\mu \in (M \cup K \cup \{\emptyset\})^{M \cup K} \wedge \bigwedge_{m \in M} (\mu(m) \in K \vee \mu(m) = \emptyset) \wedge \bigwedge_{k \in K} (\mu(k) \in M \vee \mu(k) = \emptyset)];$$

$$\bigwedge_{m_1 \in M} \bigwedge_{m_2 \in M} \mu(m_1) = \mu(m_2) \Leftrightarrow [m_1 = m_2 \vee \mu(m_1) = \emptyset];$$

$$\bigwedge_{k_1 \in K} \bigwedge_{k_2 \in K} \mu(k_1) = \mu(k_2) \Leftrightarrow [k_1 = k_2 \vee \mu(k_1) = \emptyset];$$

$$\bigwedge_{m \in M} \bigwedge_{k \in K} \mu(m) = k \Leftrightarrow \mu(k) = m;$$

$$\bigvee_R [R \subset (M \cup K) \times (M \cup K): \bigwedge_{m \in M} \bigwedge_{k \in K} (mRk \vee kRm \Rightarrow \sim \mu(m) = k)];$$

$$\bigvee_W W \in \mathfrak{R}^{M \cup K} \wedge [\bigwedge_{m \in M} W(m) < 21 \Rightarrow \mu(m) = \emptyset] \wedge [\bigwedge_{k \in K} W(k) < 18 \Rightarrow \mu(k) = \emptyset];$$

Gdyby tak ściśle zapisać wszystkie normy prawne (a może i zasady moralne)! Precyzja i ścisłość powinna cechować każdego...

mgr II-o-żyński

Są mężczyźni i kobiety. Każdy mężczyzna może mieć co najwyżej jedną żonę (przy czym musi ona być kobietą), a każda kobieta — co najwyżej jednego męża (przy czym musi posiadać kobietę, to również ona jego. Spokrewnieni nie mogą się żenić. Mężczyzna poniżej 21 lat, a kobieta poniżej 18 lat nie mogą mieć małżonków.

mgr Pirożyńskiego
Odpowiedź na zagadkę



Zastosowanie matematyki

Matematyka znalazła zastosowanie w wielu dyscyplinach życia i nauki.

Najstarszym i najbardziej znanym zastosowaniem matematyki jest jej zastosowanie w nauce szkolnej. Już od pierwszych klas szkoły podstawowej uczy się jej wszystkie dzieci (nie tylko te, które mają zostać matematykami!).

Nie sposób ocenić, jakie to ma znaczenie gospodarcze, polityczne i społeczne. Aby dokonać takiego sprawdzianu należałoby zaprzestać nauczania matematyki choćby w paru eksperymentalnych szkołach (czy wybranych klasach) i zobaczyć, czy absolwenci będą w stanie kontynuować naukę w szkołach pomaturalnych i na wyższych uczelniach. Jeśli tak, to udowodnimy, że nauka matematyki w szkole jest w ogóle zbędna i będziemy mogli skoncentrować się na innych zastosowaniach matematyki.

Muszę Ci wyjaśnić, że tylko żartowałam pisząc Ci, że nie uważam za nieodwołalne tego, co Ci powiedziałam o powtórnym przemyśleniu swojej decyzji, aby nie zmieniać zdania o Tobie. Naprawdę tak myślę!

— Przyjdiesz wieczorem?