

SPIS TREŚCI

NUMERU 10 (106)

W poszukiwaniu strzałki czasu <i>mgr Maciej Jędrzejczak</i>	str. 1
Kosmologiczna strzałka czasu <i>mgr Bronisław Rudak</i>	str. 2
Prosty model ilustrujący problem termodynamicznej strzałki czasu <i>doc. dr Antoni Kuszell</i>	str. 5
Zadania, których nie umiemy rozwiązać	str. 7
Ekstremalne czasy <i>doc. dr Michał Świącki</i>	str. 8
Chronobiologia <i>doc. dr Bronisław Cymborowski</i>	str. 10
Czas w ewolucji gwiazd <i>dr Marcin Kubiak</i>	str. 12
Najmniejszy wieczny kalendarz	str. 14
Patrz w niebo	str. 14
Stałe i zmienne	str. 16
Klub 44	str. 17
Zadania	str. 17

W następnym numerze:
Malowanie atomami

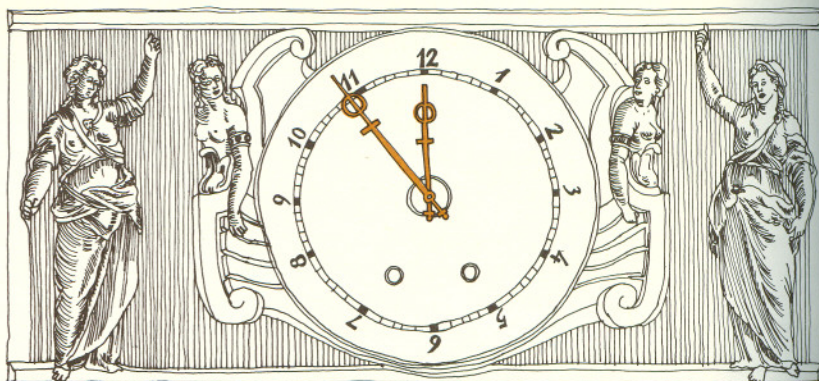
Czołówka ligi zadaniowej "Klub 44"
po uwzględnieniu rozwiązań zadań

z numeru 2/82

Jerzy Janowicz	- Bolesławiec	- 29,18pkt
Zbigniew Bartold	- Gdynia	- 27,35pkt
Edward Orzechowski	- Warszawa	- 17,84pkt
Jacek Uryga	- Bytom	- 15,81pkt
Andrzej Lenarciuk	- Kielce	- 15,38pkt
Dariusz Sowizdrzał	- Szczecin	- 14,68pkt

Współczynniki trudności zadań 16, 17, 18:

1,75 1,51 1,00



„Delta”

matematyczno-fizyczno-astronomiczny
miesięcznik popularny
Polskiego Towarzystwa
Matematycznego, Polskiego
Towarzystwa Fizycznego i Polskiego
Towarzystwa Astronomicznego
wydawany przy poparciu
Ministerstwa Oświaty i Wychowania

Komitet Redakcyjny:

dr Bogdan Cichocki
dr hab. Jan A. Gaj
doc. dr Bolesław Gleichgewicht
prof. dr Kazimierz Goebel
doc. dr Tomasz Hofmokl
doc. dr Bolesław Iwaszkiewicz
doc. dr Tadeusz Iwiński
doc. dr Tadeusz Jarzębowski
prof. dr Leon Jeśmanowicz
prof. dr Marek Kuczma
mgr Andrzej Mąkowski
prof. dr Bogdan Paczyński
dr Zbigniew Płochocki
doc. dr Sławomir Ruciński
prof. dr Konrad Rudnicki
doc. dr Jerzy Sawicki
prof. dr Zbigniew Semański
doc. dr Grzegorz Sitarski
doc. dr Kazimierz Stępień

prof. dr Mieczysław Subotowicz
doc. dr Andrzej Szymacha
doc. dr Stefan Turnau
doc. dr Aniela Wolska
doc. dr Andrzej Woszczyk
prof. dr Wojciech Żakowski —
przewodniczący

Redaguje kolegium w składzie:

mgr inż. Krzysztof Biesaga — red. tech. graf.
mgr Tomasz Chlebowski
mgr Maciej Jędrzejczak
mgr Krystyna Kordos — sekr. red.
dr Marek Kordos — red. nac.
dr Tomasz Kwast — z-ca red. nac.
dr inż. arch. Jacek Mazur — ilustracje
dr Michał Szurek
doc. dr Michał Świącki — z-ca red. nac.

Adres Redakcji

ul. Koszykowa 6a
00-564 Warszawa

Krajowe Wydawnictwo Czasopism

RSW „Prasa—Książka—Ruch”

ul. Noakowskiego 14

00-666 Warszawa

Nakład 50 000 egz. Objętość 2 ark. wyd;
2,50 ark. druk;

papier offsetowy V kl. 70 g.

Wydrukowano w drukarni

im. Rewolucji Październikowej

Warszawa, ul. Mińska 65.

Nr zam. 2663/82 Z-109

WARUNKI PRENUMERATY

Cena prenumeraty rocznej zł 240,— cena prenumeraty półrocznej zł 120,—

Prenumeratę na kraj przyjmują oddziały kolportażowe RSW „Prasa—Książka—Ruch” oraz urzędy pocztowe i doręczyciele — w terminach:

— do 25 listopada na rok następny, I kwartał, I półrocze,

— do dnia 10 miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty, na pozostałe okresy roku bieżącego.

Institucje, jednostki gospodarki społecznej, zakłady pracy i organizacje społeczno-polityczne zamawiają prenumeratę w oddziałach kolportażowych RSW, uzgadniając sposób odbioru zamówionej prasy.

Czytelnicy indywidualni zamieszkali w miastach mogą zamawiać prenumeratę w macierzystym zakładzie pracy albo w oddziale kolportażowym RSW. Na wsi prenumeratę od instytucji, zakładów pracy i czytelników indywidualnych przyjmują urzędy pocztowe i listonosze.

Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę, która jest droższa od prenumeraty krajowej o 50% dla zleceniodawców indywidualnych i o 100% dla instytucji i zakładów pracy, przyjmuje RSW „Prasa—Książka—Ruch” Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, Warszawa ul. Towarowa 28, konto XV O/M Warszawa nr 1153-201045-139-11.

Sprzedż numerów bieżących i uprzednich

Institucje państwowe i społeczne, zakłady pracy, szkoły i czytelnicy indywidualni mogą nabywać „DELTE”:

— w Księgarni Ośrodka Wydawnictw Naukowych PAN, Warszawa — Pałac Kultury,

— w Głównej Księgarni Naukowej, Warszawa — ul. Krakowskie Przedmieście 7,

— w Księgarni Ossolineum, Wrocław — Rynek 8,

— w Księgarni Naukowej, Kraków — Podwale 6,

Orders for this periodical from abroad can be placed with „Ars Polona” Krakowskie

Przedmieście 7, 00-068 Warszawa, Poland or with

— Kubon & Sagner, Inhaber Otto Sagner, D8 Munchen 34, Postfach 68, Bundesrepublik

Deutschland,

— Earlcourt Publications Ltd., 130 Shepard Bush Centre, London W12, Great Britain,

— Licosa Commissionaria Sansoni, Via Lamarmora 45, 50 121 Firenze, Italia.

Cena 1 egzemplarza zł 20,—

nr indeksu 35723/35550

W poszukiwaniu strzałki

czasu

Mgr Maciej JĘDRZEJCZAK

Łatwo jest odróżnić przeszłość od przyszłości — przeszłość zapisana jest w pamięci, a przyszłość można jedynie przewidywać. Właśnie ta różnica daje wrażenie upływu czasu. Czas fizyczny jednak ani nie płynie, ani też nie ma wewnętrznej orientacji, czyli strzałki. W pustej przestrzeni nie ma nawet sensu mówić o czasie. Czas jest parametrem porządkującym zdarzenia zachodzące w Przyrodzie i tylko asymetria zjawisk względem tego parametru pozwala czas zorientować — nadać mu pewien kierunek.

Czasowa symetria fundamentalnych praw fizyki

W mikroświecie zaciera się niemal całkowicie (patrz artykuł „Ekstremalne czasy”) różnica między kierunkami czasu „w przeszłość” i „w przyszłość”. Powodem jest odwracalność w czasie podstawowych praw fizyki.

Rozważmy ruch cząstki naładowanej w jednorodnym polu magnetycznym. Tor cząstki ma np. kształt śruby prawoskrętnej względem kierunku pola. Jeżeli zmienimy kierunek czasu (puścimy film od końca) tor będzie miał skrętność przeciwną względem niezmiennego kierunku pola, co jest niezgodne z prawami fizyki. Pole magnetyczne jest jednak zawsze wywołane ruchem ładunków i przy zmianie zwrotu czasu zmienia się także kierunek tego pola, a więc tor ma właściwą skrętność. I tak jest zawsze — zjawiska z pozoru nieodwracalne po uwzględnieniu całego układu i opisaniu w języku fundamentalnych praw okazują się być odwracalne. Odwracalność ta jest wynikiem niezmienności zjawisk mechanicznych i elektrodynamicznych przy zmianie kierunku czasu (co odpowiada zmianie t na $-t$ w równaniach). Okazuje się, że niezmiennicze są także oddziaływania silne oraz słabe, a i przejście do opisu w języku mechaniki kwantowej czy teorii względności niczego nie zmienia.

Nieodwracalność

W makroświecie wiele jest zjawisk, które z dobrym przybliżeniem są odwracalne. Gdyby Ziemia krążyła wokół Słońca w przeciwnym kierunku, uznalibyśmy to za całkowicie dopuszczalne z punktu widzenia praw fizyki, choć trzeba byłoby się przyzwyczaić, że Zachód oznacza zupełnie co innego niż w obecnej sytuacji. Na ogół jednak zjawiska makroskopowe nie są odwracalne. Każde wahadło na skutek procesów dyssypacyjnych przechodzi po pewnym czasie w stan spoczynku, nigdy nie obserwujemy jednak procesu odwrotnego. Nieodwracalne są również wszystkie przejawy życia, na przykład ewolucja.

Każdy z procesów nieodwracalnych może posłużyć do zorientowania czasu; stąd tak wiele różnych strzałek czasu: „biologiczna”, „historyczna”, „elektromagnetyczna” czy „termodynamiczna”.

Dlaczego jednak świat nie jest czasowo symetryczny? Co jest przyczyną nieodwracalności? Mogłaby nią być na przykład niewielka asymetria procesów mikroskopowych. Jeden z kilku dopuszczalnych rozpadów neutralnego mezonu K , zgodnie z ogólnie przyjętą interpretacją, nie jest dokładnie symetryczny w czasie. To naruszenie symetrii jest jednak bardzo słabe, a poza tym mezony K nie są składnikami zwykłej materii i nie odgrywają żadnej roli w procesach makroskopowych, w których pojawiają się wyżej wymienione strzałki czasu. Przyczyn nieodwracalności musimy więc szukać gdzie indziej.

Termodynamiczna strzałka czasu

Jednym z praw, które mogą posłużyć do zorientowania czasu jest druga zasada termodynamiki, czyli prawo wzrostu entropii. Wyprowadzenie tego makroskopowego prawa z praw mikroskopowych pozwala zrozumieć przyczynę powszechnej nieodwracalności zjawisk w makroświecie. Dla przykładu rozważmy naczynie z przegrodą o ściankach utrzymywanych w stałej temperaturze T . Lewą połowę naczynia wypełnia N cząsteczek gazu, prawa jest pusta. Procesowi rozprężania gazu towarzyszy wzrost entropii termodynamicznej o $N \cdot k \cdot \ln 2$, gdzie k jest stałą Boltzmana. Jest to oczywiście zjawisko nieodwracalne i nawet gdybyśmy zarejestrowali proces odwrotny, uznalibyśmy to najprawdopodobniej za błąd w pomiarach.

Przejdźmy teraz do statystycznego modelu tego zjawiska.

Wystarczy opis bardzo „gruboziarnisty” (patrz artykuł „Prosty model...”), interesuje nas bowiem tylko liczba cząsteczek (m), na przykład w prawej połowie naczynia. Liczba ta jednoznacznie określa makrostan. Waga statystyczna makrostanu $W(m)$ jest równa liczbie możliwych rozkładów cząsteczek między prawą i lewą połowę naczynia (mikrostanów) realizujących ten makrostan (patrz artykuł B. Cichockiego, *Delta* 8/1982). W rozważanym przez nas procesie dla stanu

początkowego $W(0) = 1$, a dla końcowego $W\left(\frac{N}{2}\right) = \binom{N}{N/2} \approx 2^N$.

Nieodwracalność jest więc wywołana dążeniem układu do makrostanów o największej wadze, czyli przechodzeniem, z dużym prawdopodobieństwem, od stanu uporządkowanego do bezładnego. Zasadę tę można też sformułować bez użycia czasu:

Jeśli makrostan odpowiadający równowadze ma wagę znacznie większą niż inne makrostany, to układ z odpowiednio dużym prawdopodobieństwem znajduje się w stanie równowagi. Entropia jest proporcjonalna (współczynnik k) do logarytmu wagi, jest więc podobnie jak waga miarą „nieporządku”. Łatwo sprawdzić, że przyrost entropii statystycznej jest identyczny jak, obliczony poprzednio, przyrost entropii termodynamicznej. Jeśli teraz stanom o większym prawdopodobieństwie (wadze) przypiszemy większe wartości czasu, to z powyższej zasady wyniknie zasada wzrostu entropii.

Kosmologiczna strzałka czasu

Tak więc termodynamika jest nieodwracalna, bo z prawdopodobieństwem bliskim jedności „porządek” przechodzi w „chaos”. Stwierdzenie to jednak niczego nie wyjaśnia, dopóki nie wskażemy źródła „porządku” we Wszechświecie. Problem strzałki czasu sprowadza się w ten sposób do problemu warunków początkowych. Prawa fizyki i warunki początkowe (brzegowe) to dwa uzupełniające się aspekty opisu zjawisk. Rozważmy dla przykładu ruch planet w Układzie Słonecznym. Prawo grawitacji wyjaśnia, dlaczego Ziemia krąży po orbicie eliptycznej, w której ognisku jest Słońce, i dlaczego wektor wodzący planety w równych czasach zakreśla równe pola. Żadne prawo nie tłumaczy jednak, dlaczego orbity planet są prawie kołowe i wszystkie one krążą w jednym kierunku. Do wyjaśnienia tych regularności konieczna jest znajomość warunków początkowych. Teoria powstawania układów planetarnych wyjaśni te regularności, ale będzie również wymagała zadania warunków początkowych. Taki ciąg teorii, z których każda musi mieć coraz ogólniejsze warunki początkowe, wymaga w końcu zadania warunków początkowych dla całego Wszechświata. Warunki te są właśnie źródłem „porządku” prowadzącego do przewagi w Przyrodzie procesów nieodwracalnych (patrz artykuł „Kosmologiczna strzałka czasu”).

Mgr Bronisław RUDAK

... można dyskutować, czy jakiegokolwiek procesy fizyczne są odpowiedzialne za czasową kierunkowość Wszechświata.

Jednak w świetle współczesnej nauki nie ulega wątpliwości, że Wszechświat posiada cechę czasowej orientowalności.... Cechę tę określa się ściśle, bez odwoływania się do właściwości ludzkiego umysłu.

Michał Heller

Nim rozpoczniemy dyskusję zagadnień kosmologicznej strzałki czasu oraz konsekwencji jej istnienia, zatrzymajmy się przez chwilę na pojęciu samego czasu. Musimy przede wszystkim zdać sobie sprawę, że błędnym byłoby bezkrytyczne transformowanie własności czasu ze sfery makrokosmosu (w której to sferze przyszło nam żyć) do sfery o randze globalnej — kosmologicznej. Podobnie nie jest wskazane, choć z fizycznie innych powodów, rozprawianie o czasie potocznie rozumianym na poziomie kwantowym — mikrokosmicznym.

Zacznijmy od rzeczy elementarnej: czy jest w ogóle zasadne mówienie o wyróżnionym czasie odpowiadającym zjawiskom zachodzącym w skali kosmologicznej? Żyjemy przecież we Wszechświecie wypełnionym materią, która determinuje jego strukturę czasoprzestrzenną. W takiej przestrzeni naturalnym niezmiennikiem przy transformacjach do różnych inercjalnych układów odniesienia jest interwał czasoprzestrzenny, a nie interwał czasowy i interwał przestrzenny. W ogólności zatem nie jest możliwe wyluskanie ze struktury Wszechświata niezależnej składowej czasowej — czasu uniwersalnego. Taka operacja udaje się jedynie w przypadku, gdy rozkład przestrzenny materii jest izotropowy (dopuszczalne obroty przestrzennego układu odniesienia) i jednocześnie jednorodny (dopuszczalne translacje tego układu). Bezpośrednie obserwacje wskazują, że rozkład taki jest prawdopodobnie faktem, ale na bardzo dużych skalach odległości, obejmujących gromady gromad galaktyk (ok. 300 mln lat świetlnych). Jeżeli jesteśmy wygodni i chcemy operować pojęciem czasu uniwersalnego, który z racji swych własności jest dla nas czymś „namacalnym”, powinniśmy pamiętać, że pojęcie to jest sensowne z taką dokładnością, z jaką jednorodny i izotropowy rozkład materii oddaje to, co widać na niebie przez teleskop.

Musimy również zdać sobie sprawę, że pojęcie czasu uniwersalnego (kosmicznego) nie zawiera w sobie przepisu, jak go mierzyć. Zatrzymajmy się na chwilę przy tym problemie.

W ogólnej teorii względności przyjmuje się, że każdy zegar — niezależnie od tego, czy oparty na zjawiskach atomowych, dynamicznych, czy jeszcze innych — jest dobry w tym sensie, iż stosunki interwałów odmierzanych przez te zegary pozostają zawsze stałe. Jednak takie założenie nie jest a priori oczywiste. Równie dobrze można przyjąć, że te stosunki zmieniają się w sposób monotoniczny. Tak właśnie postąpił E. Milne konstruując swoją kinematyczną teorię względności — jedną z nielicznych do tej pory teorii o charakterze dedukcyjnym. Tę rażąca na pozór hipotezę łatwiej uznamy za dopuszczalną, gdy rozpatrzmy samą koncepcję Milne'a upływu czasu. Istotą tej koncepcji jest żądanie, aby obserwator był w stanie stworzyć z zachodzących w pobliżu niego zjawisk uporządkowany ciąg, taki że zjawisko późniejsze jest poprzedzone zjawiskiem

wcześniejszym. Tak rozumiana świadomość upływu czasu dla obserwatora umożliwia mu przypisanie temu ciągowi uporządkowanego ciągu dowolnych liczb rzeczywistych. Przypuśćmy, że obserwator zarejestrował trzy zjawiska: A , B i C . Stwierdził przy tym, że najpierw zaszło zjawisko B , następnie C , a na samym końcu A . Otrzymał więc uporządkowany ciąg zjawisk: $\{B, C, A\}$. Może teraz stworzyć zegar tych zjawisk — przypisując im uporządkowany ciąg liczb rzeczywistych według dowolnej recepty, np: $\{2, 3, \sqrt{78}, 522\}$. Używając tego zegara odczytamy, iż A nastąpiło w chwili czasu $t = 522$. Można jednak skonstruować nowy zegar przeskaliowując stary. W tym celu wystarczy podzielić na powyższe liczby dowolną, monotonicznie rosnącą funkcją f . Według nowego zegara A nastąpiło w chwili czasu $\tau = f(522)$. Na tym etapie nie jesteśmy w stanie powiedzieć, czy np. odstęp czasu między zjawiskiem B i C był taki sam, jak między C i A .

Możliwość przeskaliowywania zegarów to bardzo ważny element teorii kinematycznej. Przede wszystkim dlatego, że od niego zależy obraz rozkładu przestrzennego obiektów we Wszechświecie Milne'a. Milne zastąpił metodę pomiaru odległości „sztywną linijką” einsteinowską przez metodę odbicia sygnałów świetlnych. Żeby zmierzyć odległość między O_1 i O_2 , wysyłamy z O_1 sygnał światła w chwili t_1 . Sygnał odbija się od O_2 i wraca do O_1 w chwili t_2 . Wtedy odległością O_2 od O_1 w chwili $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ jest liczba $\frac{1}{2}(t_2 - t_1) \cdot c$. Widać zatem, że przeskaliowanie zegara w O_1 spowoduje przeskaliowanie wszystkich odległości mierzonych z tego punktu.

Milne zwrócił uwagę na dwie szczególne skale czasowe, jakie może wybrać sobie każdy obserwator fundamentalny (obserwatorów fundamentalnych utożsamiamy z gromadami galaktyk). Pierwsza z nich (oznaczymy ją jako skalę czasu t) jest tak dobrana, że wszyscy obserwatorzy fundamentalni poruszają się ruchem jednostajnym względem siebie. Dlatego też odległość między dwoma obserwatorami jest proporcjonalna do t . Druga ze skal (oznaczymy ją jako skalę czasu τ) sprawia, że fundamentalni obserwatorzy nie poruszają się względem siebie. Jest oczywiste, że w skali czasu τ dwaj rozdzieleni obserwatorzy fundamentalni potrzebują nieskończenie wiele czasu, aby znaleźć się w jednym miejscu. Obserwowane poczerwienienie promieniowania galaktyk tłumaczy się wtedy nie ich oddalaniem od nas (prawo Hubble'a), ale starzeniem się fotonów w czasie τ . Przeskaliowanie zegara chodzącego w czasie t tak, aby wskazywał czas τ jest proste: $\tau \sim \ln t$. Jeżeli chcemy, aby w pewnej chwili $t = t_0$ wartość liczbowa τ też wynosiła t_0 ($[\tau]_{t=t_0} = t_0$) oraz aby w tym momencie szybkość upływu τ i t była ta sama ($\left[\frac{d\tau}{dt}\right]_{t=t_0} = \frac{d\tau}{dt} \equiv 1$), to przeskaliowanie powinno mieć postać $\tau = t_0 \ln\left(\frac{t}{t_0}\right) + t_0$.

Posługując się tymi dwiema skalami czasowymi Milne i inni badacze doszli do zadziwiających wyników. Wydedukowane przez nich prawo ruchu cząstki swobodnej wyrażone przy pomocy skali czasu τ okazało się być po prostu pierwszym prawem ruchu Newtona. Ale na tym nie koniec. Okazało się, że można też otrzymać w tej skali (dla pewnych ograniczających warunków) prawo ciężenia powszechnego. Te rezultaty stanowiły podstawę do postulatu, iż zjawiska dynamiczne we Wszechświecie podlegają czasowi τ .

Natomiast czas t okazał się być odpowiedni dla opisu zjawisk elektromagnetycznych. Dlatego też został nazwany czasem atomowym. Bliższa dyskusja — dlaczego tak jest — wykracza jednak poza ramy tego artykułu i nie będziemy jej prowadzić. I tak dygresja o związku między czasem atomowym i dynamicznym obowiązującym w kinetycznej teorii względności stała się nieco zbyt długa.

Jeżeli zatem rozumiemy wpływ czasu tak, jak rozumiał to Milne, to na pytanie — czy od Wielkiego Wybuchu minął skończony czas? — odpowiemy: to zależy od tego, czym tę ilość mierzymy. Używając w tym celu oscylacji fotonu stwierdzimy, że od Wielkiego Wybuchu foton zaoscylował skończoną ilość razy. W czasie atomowym wiek naszego Wszechświata jest skończony. Natomiast w czasie dynamicznym, odmierzającym np. przez oscylacje zwykłego wahadła, wiek ten jest nieskończony. Od momentu Wielkiego Wybuchu wahadło dynamiczne zaoscyloowało nieskończenie wiele razy.

W ogólnej teorii względności, nie dopuszczającej przeskalowania czasu, odpowiedź na powyższe pytanie będzie zawsze twierdząca.

Pozostawmy jeszcze chwilę przy obserwacjach. Mają one wartość bezcenną w sytuacji, gdy ilość modeli kosmologicznych (w tym pokaźna część nieprawdopodobnie egzotycznych) będących ścisłymi rozwiązaniami równań Einsteina rośnie ponad miarę i wypadałoby jakoś interweniować.

Oto dwa fakty najwyższej wagi:

- *Wszechświat znajduje się w stanie ekspansji,*
- *przestrzeń wypełniona jest izotropowym promieniowaniem o temperaturze 2,7 K.*

W tym miejscu można by wturcić, że ten pierwszy to właśnie to, o czym mówi tytuł. Wróćmy do tego, ale na razie przedstawimy w telegraficznym skrócie konsekwencje obu faktów. Pozwoli to na pobieżne wejrzenie we właściwości uniwersalnego czasu.

W przeszłości Wszechświat musiał znajdować się w stanie osobliwości.

Twierdzenie to zostało sformułowane (w innej formie) i udowodnione przez S. W. Hawkinga i R. Penrose'a.

Często mówimy, że w stanie osobliwym podstawowe parametry fizyczne (gęstość, temperatura, ...) osiągają wartości nieskończone. Prawdę mówiąc, zdanie to jest raczej eleganckim sposobem stwierdzenia, że nie mamy pojęcia, co dzieje się w środku. Już przy skończonych, ale patologicznie dużych wartościach gęstości materii załamuje się nasza wiedza. Nie wiedząc, czy jeszcze „wcześniej” obowiązują jakieś prawa fizyczne, czy w ogóle ma sens pojęcie prawa fizycznego, pozostaje nam uznać, że stan osobliwości jest z natury swej aczasowy. Jest to zatem stan wyróżniający zakres tolerancji pojęcia czasu. Mówiąc więc, że w pewnym momencie nastąpił Wielki Wybuch, dajemy świadectwo bezradności naszego języka. Zwykle dodajemy wtedy: „tego nie da się opisać”. Możemy jednak bezpiecznie mówić o wyłanianiu się czasu z Wszechświata. W większości modeli kosmologicznych punktem startowym rachunków ewolucyjnych jest stan, w którym horyzont zdarzeń osiąga rozmiar fali de Broglie'a dla średniej cząstki. Gdy taki stan zaistnieje, czas jest od biedy dobrze określony.

Zajmijmy się teraz strzałką czasu. Naturalnie, jej najważniejszym atrybutem jest grot, ale na razie popatrzymy na drzewce i jego

właściwości. Czy to drzewce jest w każdym miejscu takie same, czy brak w nim sęków? Innymi słowy, czy można mówić o jednorodności czasu kosmicznego, rozumiejąc to jako równouprawnienie kolejnych chwil względem obowiązujących praw fizyki. Odpowiedź jest negatywna, właśnie z uwagi na konieczność zaistnienia w historii Wszechświata przynajmniej jednego stanu osobliwego. Takim sękiem — wyróżnionym momentem będzie chwila, w której zaczynają obowiązywać prawa fizyki (tuż po osobliwości początkowej), lub chwila, w której przestają te prawa obowiązywać (tuż przed osobliwością, która może kiedyś nastąpić). Natomiast kres drzewca strzałki wyznaczony jest przez samo zaistnienie tychże osobliwości. Czas ma swój względny początek, bo Wielki Wybuch nastąpił z osobliwości. Jeśli po obecnym etapie ekspansji nastąpi kontrakcja do następnej osobliwości, czas osiągnie swój względny koniec. I to jest długość drzewca. A jeśli ekspansja będzie trwała wiecznie, drzewce strzałki upodobni się do półprostej.

Jeżeli nowo powstała osobliwość będzie raczyła wybuchnąć ponownie, dając początek następnemu Wszechświatowi, to jego strzałka czasowa nie będzie miała z naszą nic wspólnego — będą od siebie odseparowane. Ścisłej mówiąc, czas rozumiany jako zbiór czasowych historii (strzałek) kolejnych Wszechświatów jest niespójny.

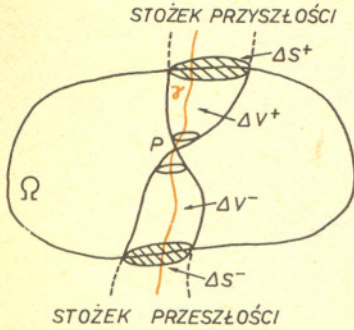
Spójrzmy teraz na sam czubek strzały. Od tego momentu zaczniemy utożsamiać strzałkę czasu z jej grotem.

Zmiermy średnią gęstość ρ materii we Wszechświecie w dwóch różnych momentach czasowych: t_A i t_B . Jeżeli $\rho(t_A) > \rho(t_B)$, chwilę t_A nazwiemy wcześniejszą, a chwilę t_B późniejszą. Ekspansja Wszechświata wytworzyła w sposób nieoczekiwany prosty kosmologiczny strzałkę czasu. Czas został zorientowany.

Czy tak banalna rzecz jak ciągłe malenie gęstości jest jedynym rodzajem manifestacji istnienia strzałki czasu? Wielu kosmologów odpowie, że niestety — tak, że cały problem jest pozorny i nie wnosi nic nowego do zagadnienia nieodwracalności zjawisk fizycznych. Jednak istnieją przesłanki do stwierdzenia, że sprawa ta nie jest oczywista. Można mianowicie skonstruować modele kosmologiczne, w których ta niepozorna strzałka czasu jest bezpośrednią przyczyną występowania strzałki termodynamicznej, elektromagnetycznej, grawitacyjnej etc. Rachunki prowadzące do takich wniosków są niesłychanie skomplikowane. Dlatego też nie ma mowy, aby sprawdzić, czy dla modelu najlepiej opisującego nasz Wszechświat wynik będzie właśnie taki.

Żeby zobaczyć, jak można pogodzić symetrię czasową fundamentalnych praw fizyki z obserwowaną przewagą zjawisk nieodwracalnych, przy istnieniu ekspansji Wszechświata, posłużymy się jako przykładem procesami promieniowania. Różwamy w tym celu pewną ograniczoną czasoprzestrzeń Ω , w której rozmieszczone są źródła promieniowania elektromagnetycznego. Będziemy badać potencjał A wytworzony przez te źródła w punkcie $P \in \Omega$. $A(P)$ jako formalne rozwiązanie równań opisujących zachowanie i propagację fal elektromagnetycznych w czasoprzestrzeni (równań Maxwella) jest sumą dwu członów. Pierwszy z nich zawiera przyczynki do potencjału od źródeł leżących w stożku przeszłości P . W sensie jednokierunkowego czasu istnienie tych przyczynków jest logiczne: najpierw przyczyna — emisja promieniowania z odległych źródeł w kierunku P , a potem skutek — dotarcie

tych sygnałów do P . Z tego powodu nazywamy ten człon składową opóźnioną potencjału w $A(P)$. Czy jest sens traktować jako fizyczny drugi człon — przyczynki od źródeł umieszczonych w stożku przyszłości P ? Naturalnie — tak, i wcale nie kłóci się to z naszym pojęciem determinizmu. Ta wątpliwość jest jedynie skutkiem niefortunnej terminologii. W istocie, skoro podstawowe prawa fizyki są odwracalne względem czasu, promieniowanie wysyłane w kierunku źródeł zawartych w stożku przyszłości punktu P powinno w nich znaleźć swój ściek (foton wysyłany przez gwiazdę powinien zgodnie z powyższym zostać zaabsorbowany przez inną gwiazdę).



Taki właśnie ściek jest reprezentowany przez drugi człon, potocznie nazywany potencjałem przyspieszonym (najpierw „skutek”, a potem „przyczyna”).

$$A(P) = \{pot. opóźniony\} + \{pot. przyspieszony\}.$$

Ponieważ w naszym Wszechświecie wartość potencjału opóźnionego dominuje nad potencjałem przyspieszonym, stajemy przed faktem istnienia promienistej strzałki czasu. Jednym z powodów tego stanu rzeczy może być ekspansja Wszechświata.

Każdy z wyrazów prawej strony równania można rozbić na dwie części. Dla ustalenia uwagi zrobmy to dla wyrazu pierwszego mając do pomocy rysunek.

Wkład do potencjału opóźnionego w P mają źródła rozmieszczone wewnątrz objętości stożka przeszłości ΔV^- . Zsumujmy te przyczynki i sumę zapiszmy symbolicznie jako $\sum_{\Delta V^-} [\ominus]$. Znak $[\]$ ma oszczędzić nam widoku jawnej postaci funkcji, którą należałoby tu operować. Znak \ominus wskazuje, że rozważamy źródła ze stożka przeszłości. Ale to jeszcze nie cały potencjał opóźniony. Przecież Ω jest tylko podzbiorem całej różnorodności czasoprzestrzennej. Źródła leżące poza Ω powodują, że podstawa ΔS^- stożka przeszłości również „oświetla” punkt P . Sumę przyczynków do potencjału opóźnionego od wszystkich elementów podstawy ΔS^- zapiszemy jako $\sum_{\Delta S^-} \langle \ominus \rangle$. Nowy znak $\langle \rangle$ ma wskazywać, że postać funkcji, którą reprezentuje, jest inna niż $[\]$.

Zatem

$$\{pot. opóźniony\} = \sum_{\Delta V^-} [\ominus] + \sum_{\Delta S^-} \langle \ominus \rangle.$$

Podobnie postępujemy ze stożkiem przyszłości. W rezultacie otrzymamy relację

$$A(P) = \left\{ \sum_{\Delta V^-} [\ominus] + \sum_{\Delta S^-} \langle \ominus \rangle \right\} + \left\{ \sum_{\Delta V^+} [\oplus] + \sum_{\Delta S^+} \langle \oplus \rangle \right\}.$$

Ponieważ okazuje się, że funkcja $[\]$ jest symetryczna względem czasu, obie sumy objętościowe są jednakowo uprzywilejowane. W takim razie nasuwa się myśl, że istota występowania

promienistej strzałki czasu leży w różnym zachowaniu się sum powierzchniowych w obu stożkach świetlnych. Do tej pory nie zakładaliśmy niczego wyjątkowego o Ω . Nie ma więc powodu, by ta przestrzeń grała zasadniczą rolę w rozstrzygnięciu obu sum powierzchniowych. Jedyną wyróżnioną przestrzenią jest cała możliwa różnorodność czasoprzestrzenna. Dopiero gdy Ω zaczyna dążyć do tej granicznej przestrzeni, sumy powierzchniowe nie powinny zachowywać się tak samo. Najprostszym byłby taki przypadek, gdzie w granicy obie sumy $\sum_{\Delta S^+} \langle \oplus \rangle$ i $\sum_{\Delta V^+} [\oplus]$

kompensują się, a $\sum_{\Delta S^-} \langle \ominus \rangle$ osiąga wartość zero. To skrajnie

różne zachowanie się sum $\sum_{\Delta S^+} \langle \oplus \rangle$ i $\sum_{\Delta S^-} \langle \ominus \rangle$ byłoby właśnie

odbiciem faktu powszechnej ekspansji naszego Wszechświata. Jak rzeczywiście zachowują się obie sumy — nie wiadomo.

Rachunki stają się prostsze (i były wykonywane), gdy zrezygnujemy z rozwiązywania równań Maxwella i zadowolimy się przybliżeniem optyki geometrycznej. Tracimy wówczas informacje o relacjach fazowych i operujemy tylko amplitudą (a więc i energią); poprawniej jest teraz mówić o strzałce termodynamicznej. Zyskujemy to, że problem staje się strawniejszy technicznie. Rozważmy promieniowanie docierające do P ze źródeł umieszczonych wzdłuż pewnej zerowej linii geodezyjnej (linii światła fotonu) — γ . Rozważmy też sytuację czasowo symetryczną: promieniowanie emitowane w P zasila te źródła. Możemy wyrazić to inaczej: przeszłość nagrzewa P , przyszłość działa jako ściek ciepła. Tezę o naruszeniu symetrii wypowiadamy teraz następująco: ekspansja Wszechświata powoduje, że pierwszy proces staje się bardziej prawdopodobny.

Według przedstawionych wyżej idei zatrzymanie ekspansji spowodowałoby zatarcie różnic między skutkiem propagacji sygnałów elektromagnetycznych z przeszłości i w przyszłość. Nie potrzeba nawet tak drastycznych wymagań. Wystarczy, aby skala czasowa oddziaływań promieniowania z materią była na tyle krótka, iż zachodząca w międzyczasie ekspansję można zaniedbać. Ten warunek był spełniony w przeszłości naszego Wszechświata. Wszechświat przeszedł przez stadium tzw. ery promieniowania, w której promieniowanie bardzo chętnie oddziaływało z materią (w tym okresie materia nie tworzyła jeszcze struktur takich jak gwiazdy czy galaktyki) dzięki swojej dostatecznie dużej temperaturze. Innymi słowy — promieniowanie i materia były ze sobą w równowadze. W takich warunkach droga swobodna pojedynczego fotonu maleje niemal do zera, a zatem czas między jego emisją i absorpcją jest zaniedbywalnie krótki w porównaniu z dynamiczną skalą czasową Wszechświata. O dowolnie wybranym elemencie promieniowania możemy wtedy powiedzieć, że został właśnie przez jakieś źródło wyemitowany oraz że za chwilę zostanie zaabsorbowany (czyli „wyemitowany w przeszłość”). Układ staje się odwracalny. Nie ma ani elektromagnetycznej, ani termodynamicznej strzałki czasu.

Jednak ekspansja doprowadza z czasem do spadku temperatury promieniowania poniżej dziesięciu tysięcy kelwinów (obecnie 2,7 K). Elektrony i protony mogą wreszcie bez przeszkód połączyć się na stałe — powstaje neutralny wodór. Niskoenergetyczne fotony nie są już w stanie zjonizować tego wodoru. Ich średnia droga swobodna wzrasta niepomniernie. Mówimy wtedy, że materia rozpręga się z promieniowaniem. Dlatego też procesy promieniste stają się jednokierunkowe. Są przesłanki, aby sądzić, iż w analogiczny sposób reaguje na ekspansję Wszechświata promieniowanie grawitacyjne. Czy rzeczywiście występowanie tu wymienionych strzałek czasu jest zjawiskiem natury globalnej, a nie wynikiem procesów na poziomie mikroświata, pozostaje dotąd sprawą nierozstrzygniętą.

Prosty model ilustrujący problem termodynamicznej strzałki czasu

Doc. dr Antoni KUSZELL

Co najmniej od czasów Boltzmana wciąż żywa jest dyskusja na temat sprzeczności pomiędzy odwracalnością w czasie dynamiki klasycznej, a nieodwracalnością zjawisk w fizyce statystycznej. Poznanie źródła nieodwracalności pozwala głębiej wniknąć w istotę termodynamicznej strzałki czasu, tj. strzałki zdefiniowanej przez zasadę wzrostu entropii.

Znamy w fizyce kilka mechanizmów wprowadzających nieodwracalność. Zajmiemy się tutaj jednym, najprostszym zwanym mechanizmem mieszania faz. Mimo że podlega mu dążenie do równowagi termodynamicznej jedynie w pewnej podprzestrzeni przestrzeni fazowej, to ilustruje on najistotniejsze elementy teorii procesów nieodwracalnych. Dla prostoty rozważymy mechanizm mieszania faz w modelu, dla którego można znaleźć pełne deterministyczne rozwiązanie.

Rozważmy kulkę o masie $m = 1$, poruszającą się po prostej. Zależność jej energii potencjalnej od położenia opisana jest funkcją $U(x)$; rys. 1. Jeżeli pominiemy tarcie, energia kulki wyrażona wzorem

$$E = T + U(x) = \frac{v^2}{2} + U(x)$$

będzie podczas ruchu wielkością stałą.

Wyznamy punkty $\pm x_0(E)$ spełniające warunek:

$$E = U(x_0(E)).$$

Równanie to w naszym przypadku ma oczywiście rozwiązania jedynie dla energii z przedziału $U_{min} \leq E < 0$.

Przedstawiając energię kinetyczną w postaci

$$T = E - U$$

widzimy, że będzie ona nieujemna jedynie w przedziale $|x| < x_0(E)$. Jest to obszar fizycznie dopuszczalny dla ruchu kulki. Obszar $|x| > x_0(E)$ jest zabroniony dla kulki o energii E . Tak więc podczas ruchu będzie ona oscylowała pomiędzy $-x_0(E)$ a $x_0(E)$. Dla energii nieujemnych nie wystąpią oscylacje. Kulka będzie się poruszała w ustalonym kierunku ruchem niejednostajnym. W dalszym ciągu ograniczymy się jedynie do przypadku oscylacyjnego.

Okres oscylacji τ jest, ogólnie rzecz biorąc, funkcją energii kulki. Postać tej funkcji jest różna dla różnych kształtów zależności energii potencjalnej od położenia. Wybierzmy taką zależność, by w pewnym przedziale energii (E_{min} , E_0) okres był liniową funkcją energii

$$\tau(E) = \alpha \cdot (E - E_{min}).$$

Dla dalszej analizy wygodnie jest wprowadzić nową zmienną opisującą położenie kulki. Nazywać ją będziemy fazą oscylacji:

$$x = x_0(E) \cos \Phi(t).$$

Dla dowolnych energii E faza zmienia się w przedziale $(-\pi, \pi)$.

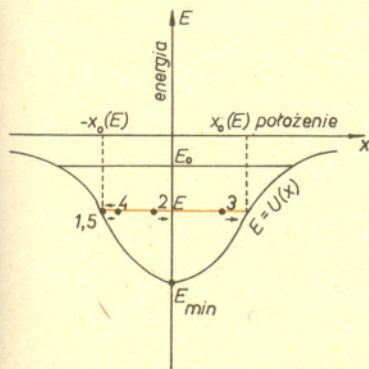
Ruch kulki w przestrzeni (Φ, E) odbywać się będzie po torze $E = \text{const.}$ z okresem $\tau(E)$, patrz rys. 2.

Rozważmy teraz jednoczesny ruch układu kilku kulek, poruszających się niezależnie, określonych współzrędnymi fazowymi (Φ_n, E_n) , gdzie n oznacza numer kolejny kulki. Jeśli przyjmijemy, że każda kulka ma inną energię, to okresy oscylacji

$$\tau_n = \alpha(E_n - E_{min})$$

będą różne dla różnych kulek. Dla prostoty możemy tak dobrać energie poszczególnych kulek, by okresy spełniały relację

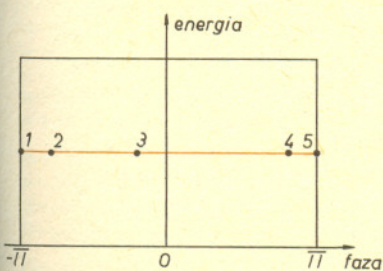
$$\tau_n = n\tau_1.$$



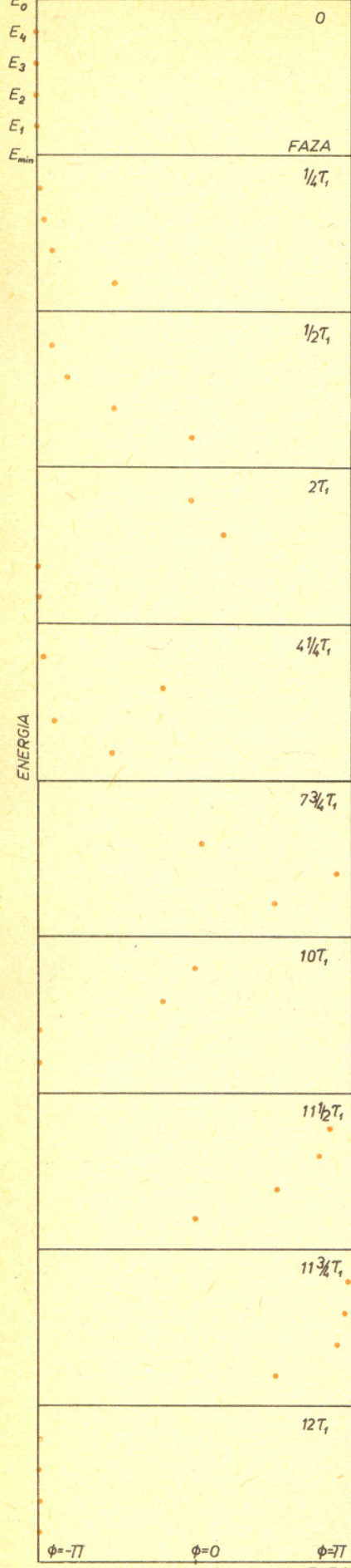
Rys. 1

Gęstość cząstek w punkcie określana jest jako stosunek liczby cząstek w niewielkim otoczeniu punktu do objętości tego otoczenia. Gdy średnica otoczenia (L) jest dużo większa niż średnia odległość między cząstkami (l) zawiera ono wiele cząstek i prawdopodobieństwo wystąpienia dużej fluktuacji gęstości jest niewielkie. Kiedy L jest bliskie l fluktuacje rosną, bo porównywalne stają się prawdopodobieństwa, że w rozważanym obszarze są cząstki i że ich nie ma. Obszary, w których średnie wielkości silnie fluktuują w czasie, nazywamy obszarami mikroskopowymi. Opis układu za pomocą wartości średnich w takich obszarach na ogół nie ma sensu.

Istotną różnicą między omawianymi mechanizmami relaksacji jest to, że dla różnych stanów początkowych czasy relaksacji zderzeniowej są w przybliżeniu równe, natomiast czasy relaksacji przez mieszanie faz mogą się znacznie różnić.



Rys. 2



Wybermy też bardzo szczególne warunki początkowe — takie, by dla $t = 0$ wszystkie fazy $\Phi_n(0) = -\pi$.

Na rysunku 3 przedstawiliśmy rozwój w czasie układu czterech kulek. Można łatwo zauważyć, że po czasie równym najmniejszej wspólnej wielokrotności okresów τ_n układ dokładnie powróci do sytuacji wyjściowej. Czas ten, który możemy interpretować jako czas Poincarégo powrotu układu do warunków początkowych, wynosi $12\tau_1$. W przypadku ogólnym zależy on silnie od ilości kulek oraz od stosunku ich okresów. W przypadku okresów niewspółmiernych nie ma mowy o dokładnym zreprodukowaniu warunków początkowych. Jednakże możemy zauważyć, że dla dowolnego $\epsilon > 0$, oraz dowolnych okresów można znaleźć takie liczby całkowite p i q , że zachodzi związek:

$$\left| \frac{p\tau_n}{q\tau_m} - 1 \right| < \epsilon.$$

Możemy więc wprowadzić „przybliżoną” wspólną wielokrotność N . Po czasie $T_p = N\tau_1$ układ zreprodukuje warunki początkowe z dużą dokładnością. Widać stąd też, że czas powrotu będzie na ogół szybko rósł ze wzrostem liczby kulek.

W skali czasu długiej w porównaniu z czasem Poincarégo układ nie przejawia zachowania nieodwracalnego, powraca bowiem cyklicznie do stanów bardzo bliskich stanowi początkowemu. W takiej skali czasowej nie widać więc wyróżnienia strzałki czasu. Jednakże dla układów o dostatecznie dużej liczbie stopni swobody w przedziale czasów

$$\tau_n \ll t \ll T_p$$

gdzie τ_n oznacza typowy okres oscylacji cząstki z naszego układu, zaś T_p jest czasem powrotu układu, dla większości warunków początkowych rozkład faz będzie bardzo chaotyczny. Wyjątek stanowią takie konfiguracje początkowe, które w czasie ewolucji zdążają się uporządkować. Te wyróżnione konfiguracje można skonstruować następująco: weźmy stan uporządkowany, następnie poczekajmy, by ewoluował przez czas t należący do naszego przedziału, a potem zmieńmy wszystkie prędkości v na $-v$. Tak przygotowane stany po czasie t znów powrócą do uporządkowanej postaci początkowej. Widać jednak, że stany te są bardzo specjalne i przypuszczamy, że jest ich stosunkowo mało. Tak więc mówiąc o rozkładach cząstek będziemy te stany pomijać.

Rozważmy teraz układ składający się z tak dużej ilości kulek, że można mówić o ciągłym rozkładzie kulek w przestrzeni fazowej. Przejście od układu skończonego do rozkładu ciągłego jest sprawą delikatną i wiąże się z pojęciami obszarów mikroskopowych i makroskopowych. Za obszar mikroskopowy uważamy obszar przestrzeni fazowej, w którym średnio znajduje się tak mało kulek, że wszystkie szczegóły ich dynamiki są istotne. Obszarem makroskopowym natomiast będzie obszar, w którym znajduje się tak dużo kulek, że dla liczenia wartości średnich, np. gęstości, nie jest konieczna szczegółowa znajomość ruchu każdej z nich.

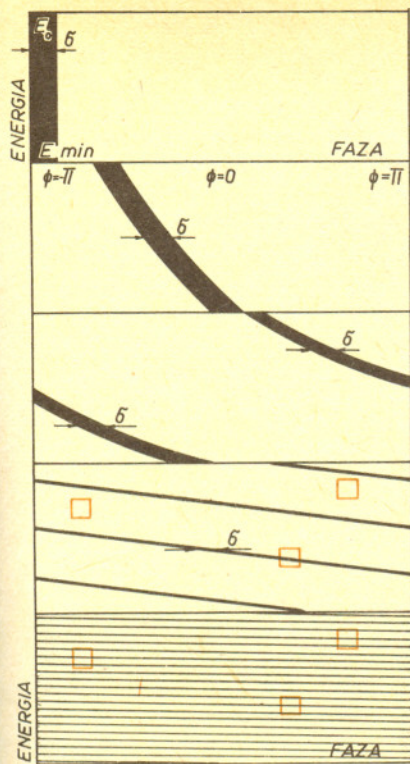
W przypadku, gdy najmniejsze obserwowalne obszary (ich wielkość jest ograniczona np. zdolnością rozdzielczą aparatury pomiarowej) są makroskopowe, uzasadniony jest opis ciągły.

Wróćmy teraz do naszego problemu. Założmy, że ilość kulek jest tak duża, że interesujące nas obszary przestrzeni fazowej są makroskopowe. W takim przypadku czas powrotu może być niezwykle długi. Rozważmy teraz sytuację taką, że w chwili $t = 0$ wszystkie kulki są rozłożone ze stałą gęstością w pasku $E \in (E_{min}, E_0)$, $\Phi \in (-\pi, -\pi + \delta)$, co zostało zilustrowane na rys. 4.

Na kolejnych rysunkach widzimy ewolucję takiego układu. Po czasie długim w porównaniu z najdłuższym okresem oscylacji w pobliżu każdego punktu przestrzeni fazowej będą się znajdować punkty należące do stanów ewolucyjnych układu w dowolnej chwili z przedziału $\tau_{max} \ll t \ll T_p$. Te stany ewolucyjne mają charakterystyczną strukturę w postaci równoległych paseczków, których grubość i wzajemne oddalenie maleją w czasie ewolucji.

W pewnym momencie ta subtelna struktura stanie się mniejsza od rozmiarów obszarów makroskopowych. Od tego momentu będziemy mogli mówić, że kulki wypełniają całą przestrzeń fazową. Dokładniejsza analiza dynamiki modelu wykazuje, że tak uśredniona gęstość będzie stała w przestrzeni fazowej. Jest to wynikiem założenia jednorodnego rozkładu gęstości w początkowym pasku, oraz faktu, że podczas ewolucji każda kulka z osobna zachowuje swoją energię.

Rys. 3



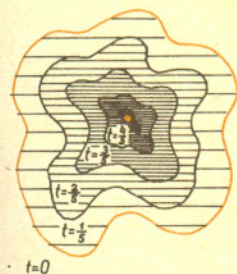
Z powyższego wyniku już, że stany charakteryzujące się jednorodnym rozkładem gęstości są wyróżnione i układ prawie przez cały czas będzie znajdował się w takich stanach. Odnosi się to nie tylko do rozważanego przez nas specyficznego rozkładu początkowego. Cechę tę mają wszystkie rozkłady, dla których całkowita liczba cząstek o określonej energii jest taka sama dla wszystkich energii. Jest to istotny warunek, ponieważ brak jest w naszym modelu mechanizmu wyrównującego energię.

Stan odpowiadający jednorodnej gęstości w przestrzeni fazowej nazywa się stanem równowagi. Proces dążenia do stanu równowagi nazywamy relaksacją układu. W omawianym przypadku jest to relaksacja przez mechanizm mieszania faz.

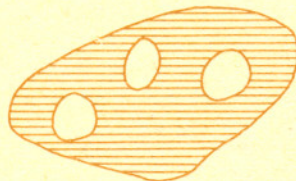
W układach cząstek oddziałujących ze sobą poza mechanizmem mieszania faz istnieje drugi, w wielu przypadkach dominujący, mechanizm relaksacji zderzeniowej. Mechanizm ten prowadzi także do relaksacji energii, ponieważ podczas oddziaływania dwu cząstek następuje przekazanie energii i pędu. Zmiany energii i pędu podczas zderzenia mogą być przy tym bardzo gwałtowne, jak np. w zderzeniach kul bilardowych. Zauważmy, że wartość przekazu silnie zależy od parametru zderzenia. Z tego powodu kula bilardowa po niewielu zderzeniach „zapomina” o swoim stanie początkowym, co oznacza, że układ osiągnął stan równowagi. W gazie składającym się z atomów helu w warunkach normalnych czas relaksacji zderzeniowej wynosi około 10^{-9} s. Tak więc praktycznie rzecz biorąc mamy zawsze do czynienia z gazem zrelaksowanym, znajdującym się (lokalnie) w stanie równowagi termodynamicznej.

Relaksacja przez mieszanie faz odgrywa decydującą rolę w procesie relaksacji tzw. gromad kulistych gwiazd, a także w niektórych procesach zachodzących w plamie.

Rys. 4



Przestrzeń ściągalna



Przestrzeń nieściągalna

Zadania, których nie umiemy rozwiązać

Z wyznaczników 2×2 , których wyrazami są tylko 0 i 1, największą wartość ma $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$ (oraz $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$ i $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$). Wyznaczniki 3×3 złożone z zer i jedynek mogą przyjmować różne wartości, z których największą jest 2.

I oto proste zadanie: jaka jest największa wartość wyznacznika $n \times n$, którego wyrazami są tylko 0 i 1? „Proste” nie znaczy „łatwe”. Dla $n = 4$ można jeszcze wszystko wylczyć i odpowiedź brzmi: 3, dla $n = 5$ jest 5, dla $n = 6$ jest 9, dla $n = 7$ — 32, ale odpowiedź ogólna nie jest znana, choć problem jest stary. W 1893 roku Hadamard próbował go rozwiązać w wersji ogólniejszej: znaleźć największą wartość wyznacznika $n \times n$, którego elementami są liczby o module nie większym niż 1. W 1942 roku Wilkinson wykazał, że oba te zadania są równoważne. Obszerną literaturę do problemu można znaleźć w pracy K. Florka w *Colloquium Mathematicum* z 1963 roku.

Zadanie ma przejrzystą treść geometryczną. Z $n+1$ wierzchołków n -wymiarowej kostki (kwadratu, sześcianu, ...) tworzymy sympleks (trójkąt, czworościan, ...). Jak wielka może być jego n -wymiarowa miara (pole, objętość, ...)?

Odnotujemy, że w 1980 roku rozwiązano pięćdziesięcioletni problem van der Waerdena o permanentach. *Permanent* (brak polskiego terminu)

Ściąganie przestrzeni

W topologii badane są przestrzenie ściągalne. Oto ich definicja.

Mówimy, że X jest zbiorem ściągłym (dokładniej: przestrzenią ściągłą), gdy jest takie przekształcenie ciągłe

$$F: X \times [0, 1] \rightarrow X,$$

że dla każdego $x \in X$ mamy

$$F(x, 0) = x$$

$$F(x, 1) = x_0 = \text{const.}$$

Czy to można zrozumieć? Oczywiście że tak, ale chyba tylko w ten sposób: Interpretujemy parametr $t \in [0, 1]$ jako czas. Wówczas możemy powiedzieć, że przestrzeń jest ściągła, gdy istnieje ciągłe przejście w czasie od przekształcenia tożsamościowego (w chwili $t = 0$) do przekształcenia „wszystko w jeden punkt” (w chwili $t = 1$).

określamy podobnie jak wyznacznik, z tym tylko, że wszystkie iloczyny odpowiednich wyrazów brane są ze znakiem + nie zaś, jak przy wyznaczniku, ze znakiem zależnym od permutacji numerów wierszy. I tak

$$\begin{vmatrix} a_0 & a_1 \\ a_2 & a_3 \end{vmatrix} = a_0 a_3 + a_1 a_2,$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} a_{33} + a_{12} a_{23} a_{31} + a_{21} a_{32} a_{13} + a_{21} a_{12} a_{33} + a_{13} a_{22} a_{31} + a_{11} a_{32} a_{23},$$

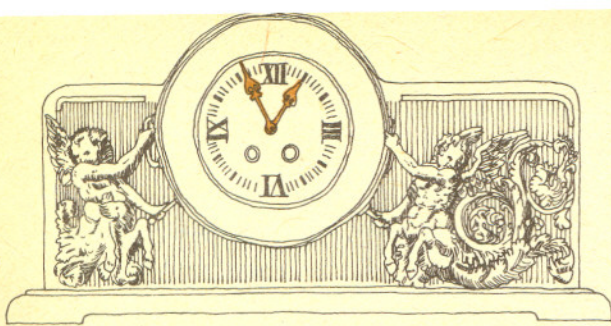
itd.

Hipoteza van der Waerdena mówiła, że

$$\text{per } A \geq n! / n^n$$

dla dowolnej macierzy o nieujemnych wyrazach i mającej tę własność, że suma elementów każdego wiersza i każdej kolumny wynosi 1. Ponadto, że równość zachodzi tylko wtedy, gdy wszystkie wyrazy są równe $1/n$.

Permanentów używa się w kombinatoryce, a poza matematyką np. w chemii fizycznej. Rozwiązanie problemu van der Waerdena przyszło właśnie ze strony fizyków. Przeglądając stare prace Aleksandrowa fizyk radziecki G. P. Jegoryczew natknął się na nierówność związaną z permanentami stanowiącą kluczowy krok w późniejszym dowodzie. Gdyby nie to, że napisana po rosyjsku praca Aleksandrowa była nieznaną szerszemu kręgowi odbiorców, hipoteza van der Waerdena zostałaby z pewnością udowodniona znacznie wcześniej.



Ekstremalne czasy

Doc. dr Michał ŚWIĘCKI

Mówiąc o czasie wyobrażamy sobie zwykle pewną sekwencję zjawisk wcześniejszych i późniejszych. Pojawienie się jednak przedziałów czasowych o długości 10^{80} czy też 10^{-30} lat powoduje, że nasza wyobraźnia staje się zupełnie bezradna. Dlatego zanim opiszemy „zachowanie się” czasu w świecie cząstek elementarnych, musimy spróbować odpowiedzieć na pytanie, co to jest czas w ogóle. Nasuwają się tu dwie możliwe koncepcje.

1. Czas prymitywny, czyli redukcjonizm

Obserwacja świata, a nawet bardzo dokładne pomiary przekonują nas o tym, że wszystkie ruchy i zmiany w Przyrodzie mogą być opisane przy pomocy pojedynczego, czyli uniwersalnego parametru i to tak, że zawsze przyczyna odpowiada mniejszym jego wartościom niż skutek. Dodatkowo ten parametr czasu ma własność odwracalności — każdy ruch ma realizowalną w Przyrodzie, dokładną, tyle że antychronologiczną, kopię (patrz *Delta* 3/1981). Nasuwa się więc koncepcja jednorodnego czasu uniwersalnego, w którym zegary działające według różnych praw fizyki umieszczone w jednym miejscu są ze sobą synchroniczne i którego upływ jest zgodny zarówno z naszymi odczuciami, jak i ze wskazaniami naszych przyrządów. Istnienie takiego kontinuum czasowego jest podstawowym postulatem fizyki od czasów Galileusza i zawiera w sobie nie tylko możliwości mierzenia dowolnie krótkich i dowolnie długich odstępów czasowych (przez ekstrapolację, przynajmniej w wyobraźni), ale także możliwości na tyle dokładnego ustalenia warunków każdego ruchu, by po skończonym, choć poza tym dowolnym czasie, ruch ten doprowadził do zadanego stanu końcowego.

Wyobraźmy sobie gaz wypełniający połowę naczynia, którego ścianki utrzymujemy w stałej temperaturze z dokładnością powiedzmy do 10^{-100} K. Otwieramy przegrodę przedzielającą naczynie. Wtedy zgodnie z prawami fizyki (patrz także artykuł A. Kuszla), po ogromnym czasie, wielokrotnie przewyższającym wszelkie skale kosmologiczne, gaz zgromadzi się ponownie w tej samej połowie naczynia. Otrzymamy zegar termodynamiczny o niesłychanie długim okresie. Podobnie moglibyśmy wyobrazić sobie zegar wewnątrzprotonowy o nadzwyczaj krótkim okresie drgań. Wszystkie zegary musiałyby być synchroniczne z dowolną dokładnością. Oczywiście ustalenie temperatury naczynia z tak wielką precyzją nie może być fizycznie zrealizowane. Plamy, nie tylko na Słońcu, ale także na Syriuszu, mają znacznie większy wpływ na gaz w naczyniu niż zmiany temperatury o 10^{-100} K. Dlatego warunki w naczyniu zawsze

są nieco nieokreślone i to *nieważne* jest wystarczająco duże na to, by właściwą idealizacją stanu gazu było pojęcie zespołu statystycznego.

Innym powodem wprowadzania zespołów statystycznych jest niedokładna, „gruboziarnista” (patrz artykuł A. Kuszla), obserwacja gazu.

Koncepcja idealnego czasu uniwersalnego daje się jednak utrzymać, jeśli zauważymy, że układem izolowanym z natury rzeczy jest cały Wszechświat, który w całości może tworzyć jakiś zegar (termodynamiczno-grawitacyjny) o ogromnym okresie drgań. Wewnątrz takiego całkowicie zdeterminowanego Wszechświata mogą pojawiać się lokalne strzałki czasowe: lokalne przestrzenne np. obrót planet dookoła Słońca w jednym tylko kierunku, czy też lokalne czasowo np. prawo wzrostu entropii, które może obowiązywać nawet w całym Wszechświecie przez powiedzmy 10^{20} lat. Może występować także strzałka globalna np. prawo nieograniczonego rozszerzania się Wszechświata (gdyby Wszechświat był otwarty). Zwróćmy jednak uwagę, że lokalne strzałki czasowe, a więc i zjawiska określające je, mogą być całkowicie niezauważalne dla obserwatora wszechkosmicznego, którego „sekunda” (charakterystyczna skala czasowa) trwa np. 10^{80} lat. Układ Słoneczny będzie dla niego niezmienną w czasie chmurą. Badając ją, obserwator będzie od czasu do czasu wydobywał z niej różne dziwne obiekty w rodzaju np. Saturna i to w zupełnie przypadkowych z punktu widzenia samego Saturna chwilach czasu. Nie ulega wątpliwości, że opisze on nasz układ jako obiekt stacjonarny. A wyniki pomiarów przeprowadzonych na nim będą miały charakter statystyczny. Wedle koncepcji czasu uniwersalnego będzie to jedynie prymitywna idealizacja. Podobnie jak statystyczny charakter naszych praw termodynamiki.

Zupełnie tak samo ziemskie przyrządy pomiarowe o działaniu opartym na wahadłowej sekundzie i zwykłej termodynamicznej strzałce czasu (wyrównywanie się ciśnień i temperatur w układach „izolowanych”) „obserwują” świat wewnątrz atomu, jądra atomowego czy też protonu. Nic więc dziwnego, że opisujemy atom jako obiekt zupełnie statystyczny, a wyniki pomiarów przeprowadzonych na nim — za pomocą statystycznej mechaniki kwantowej. Bez względu na to, jak różnorodne zjawiska zachodzą wewnątrz atomu we właściwej dla nich niesłychanie krótkiej skali czasowej. Z punktu widzenia „prawdziwego” czasu jest to niedopuszczalna, choć być może konieczna idealizacja. Wydedukowane w ten sposób z doświadczeń własności czasowe cząstek elementarnych wydają się często wręcz absurdalne. Podobnie jak własności Saturna dla kogoś przyzwyczajonego do gromad galaktyk.

2. Czas fizyczny, czyli subiektywny

Koncepcja czasu uniwersalnego wymaga stopniowego i nieograniczonego ulepszania definicji czasu w miarę rozwoju naszej wiedzy. Wydaje się więc w pełni naturalna. Koncepcja ta zawiera jednak pewną istotną niedogodność. Wszechświat jest tu nie tylko całkowicie zdeterminowany (gdzie w nim miejsce na życie i świadomość nie bardzo poddające się nie tylko prawom, ale i metodologii fizyki), ale i istniejący na jeden tylko możliwy sposób.

Prócz tego współczesna teoria grawitacji oraz fizyka cząstek elementarnych zmuszają nas do operowania różnymi czasami lokalnymi, których skala może zmieniać się w zależności od

miejsca nawet jakościowo. W praktyce wybieramy zwykle skalę najwygodniejszą. I tak, czas lotu rakiety do czarnej dziury mierzony w skali synchronicznej z naszymi ziemskimi zegarami jest nieskończony, podczas gdy czas mierzony przez takie same zegary umieszczone w rakiecie okazuje się skończony. Podobnie najwygodniejszy z punktu widzenia naszych przyrządów opis czasu przelotu fotonu przez proton daje wartość 10^{-24} s, podczas gdy dla uwięzionych wewnątrz protonu kwarków czas ten może wydawać się nieskończonością (czas przelotu przez cały wszechświat kwarkowy).

Pojawia się w ten sposób koncepcja czasu jako najwygodniejszej parametryzacji zmian i ruchów obserwowanych przez nasze przyrządy pomiarowe. A ponieważ przyrządów kwarkowych ani kosmicznych nie mamy i mieć nie będziemy, więc mówienie na przykład o historii Wszechświata jest jedynie wygodną ekstrapolacją dzisiejszego wyglądu nieba, a z rzeczywistą historią (o ile wolno o niej w ogóle mówić) może nie mieć żadnego związku. W tej koncepcji czasu wyznaczanym przez ziemskie zegary jedyną rzeczywistą strzałką czasu jest strzałka termodynamiczna, zaś własności czasowe cząstek elementarnych, podobnie jak i Wszechświata, nie bez powodu okazują się raczej dziwne.

Istnieje prosty związek między wspomnianymi dwiema koncepcjami czasu: tego dzisiejszego i tutaj oraz tego zawsze i wszędzie. Związek ten pojawia się przez zapostulowanie *zasady kosmologicznej* (zawsze i wszędzie jest tak samo), która pozwala na zajmowanie się niesprawdzalną doświadczalnie kosmologią oraz *mechaniki kwantowej* (wszystko, czego możemy się dowiedzieć, to zbiór prawdopodobieństw), która każe twierdzić, że tam gdzie badania doświadczalne wykluczone są przez zasadę nieoznaczoności, nic ciekawego po prostu nie ma.

3. Czas w mikroświecie

Wspominaliśmy o tym, że trudno oczekiwać normalnego przebiegu zjawisk, których czas trwania wynosi 10^{-10} s, czy nawet 10^{-24} s. A oto niektóre anomalie czasowe świata cząstek elementarnych:

a. *Zasada nieoznaczoności czas-energia*. Głosi ona, że dla cząstki o energii określonej z dokładnością ΔE występuje istotna niemożność zaobserwowania jakichkolwiek zmian cząstki w czasie krótszym niż $\Delta t = \frac{\hbar}{\Delta E}$. W tym czasie cząstka może wyprawić najróżniejsze brewerie — mieć niefizyczną masę, wysyłać i pochłaniać inne cząstki, a nawet pochłaniać cząstkę przed jej wysłaniem. Żadne takie dziwactwo nie może i tak być bezpośrednio zauważone. Dla cząstek nietrwałych zasada nieoznaczoności ustala związek między tzw. szerokością połówkową (nieokreślonością masy) i czasem życia cząstki: $\Gamma \cdot \tau = \hbar$. W ciągu całego swojego czasu życia cząstka swobodna jest wciąż taka sama lub, jak kto woli, nikt nie może zauważyć zachodzących w niej zmian.

b. *Antycząstki*. Według koncepcji Diraca każda cząstka występuje w dwóch stanach; o dodatniej i ujemnej (równej co do modułu) energii. Stany o energii ujemnej są przy tym

Relatywistyczny związek między energią i pędem $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$ prowadzi formalnie do dwu wartości energii: albo $E = +c\sqrt{p^2 + m^2c^2}$, albo $E = -c\sqrt{p^2 + m^2c^2}$.

całkowicie zapełnione tak, że nie można ich obserwować. Można natomiast obserwować braki (dziury) w tym tzw. morzu diracowskim. Będą one oczywiście zachowywały się tak, jak cząstki o energii dodatniej i przeciwnym znaku ładunku elektrycznego. Można na nich rozpraszać fotony, mogą też anihilować wraz z cząstkami tworząc fotony (np. $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$, czyli elektron o dodatniej energii spada na niezajęty poziom — dziurę — o energii ujemnej). Takie dziury w morzu diracowskim to tzw. antycząstki.

Skłamałiśmy jednak mówiąc, że foton rozprasza się na antycząstkach. Antycząstki to przecież tylko dziury, a rozpraszanie zachodzi jedynie na naładowanych cząstkach o energii ujemnej. Foton wybija taką cząstkę (powstaje nowa dziura) i przenosi ją na miejsce istniejącej już dziury. Najpierw więc powstaje dziura końcowa, a potem ginie początkowa. Żeby to wszystko miało sens i antycząstki laboratoryjne (dziury) poruszały się normalnie w czasie, musimy przyjąć, że cząstki o energii ujemnej poruszają się w czasie wstecz. W kwantowej teorii pola diracowskie morze nie występuje, ale powyższa własność zostaje: antycząstki o dodatniej energii i ładunku np. $+e$ to równie dobrze cząstki o energii ujemnej i ładunku $-e$ poruszające się wstecz w czasie.

Widać teraz na czym polega odwracalność czasowa takiej teorii. Po prostu cząstki i antycząstki muszą mieć takie same własności (masy, moduły ładunków, czasy życia). Odwracalność ta wymaga również spełnienia tzw. prawa równowagi szczegółowej — prawdopodobieństwo zajścia jakiejś reakcji (np. $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$) równa się prawdopodobieństwu zajścia reakcji odwrotnej (odpowiednio $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-$). Jeśli jednak w Przyrodzie obowiązuje tak idealna symetria, to gdzie podział się Antywszechświat?!

c. *Elementarna strzałka czasowa*. Okazuje się, że czasowa odwracalność oddziaływań elementarnych nie jest ścisłym prawem Przyrody. Odkryto bowiem procesy (patrz *Delta* 3/1981), które naruszają, choć bardzo słabo, tę symetrię. A naruszenie to ma aż dwie konsekwencje, obie prowadzące do pojawienia się wyróżnionej strzałki czasowej w pierwszych chwilach istnienia Wszechświata.

Po pierwsze czas życia protonu (produktem rozpadu są pozytony, $p \rightarrow e^+$) jest nieco dłuższy niż czas życia antyprotonu ($\bar{p} \rightarrow e^-$)

Przewiduje się, że czas życia protonu wynosi obecnie około 10^{30} lat, ale w pierwszych chwilach był znacznie krótszy.

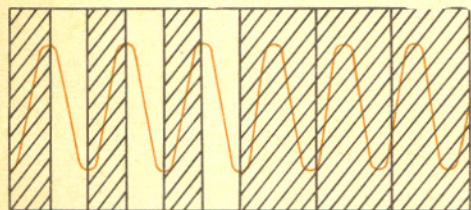
i po pewnym czasie pojawia się niewielka nadwyżka protonów i elektronów nad antyprotonami i pozytonami (np. $10^9 + 1$ protonów na 10^9 antyprotonów). Systematyczny wzrost nadwyżki protonów we Wszechświecie determinuje oczywiście pewną strzałkę czasu. Wzrost ten trwał do czasu, gdy nastąpiła anihilacja protonów i antyprotonów, w wyniku której pozostała już sama tylko nadwyżka (obecnie 1 proton na 10^9 fotonów). Prócz tego naruszenie symetrii względem odwrócenia czasu prowadzi także do naruszenia prawa równowagi szczegółowej. I tak na przykład reakcja $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ zachodzi nieco częściej niż $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-$, co w stanie równowagi między fotonami i elektronami prowadzi do systematycznego zwiększania się liczby fotonów i do nowej strzałki czasowej.

Oba te nieodwracalne zjawiska zdarzają się obecnie bardzo rzadko. Tak więc we współczesnym Wszechświecie słaba nieodwracalność czasowa mikroświata nie ma po prostu żadnego znaczenia.

Doc. dr Bronisław CYMBOROWSKI

W ostatnim trzydziestoleciu obserwuje się niezwykle duże zainteresowanie biologów zjawiskiem „mierzenia” czasu przez organizmy żywe — zegarem biologicznym. Powstała nowa dziedzina nauk przyrodniczych — chronobiologia. Najogólniej rzecz ujmując zajmuje się ona strukturą czasu biologicznego, w którego zakres wchodzi najróżniejsze adaptacje organizmów do warunków środowiskowych z uwzględnieniem czynnika czasowego.

Ludzie niewątpliwie dawno zadawali sobie pytanie, jak to się dzieje, że na przykład różne gatunki kwiatów nie tylko zakwitają w określonych porach roku, ale także o różnych porach dnia? Po raz pierwszy zjawisko to zostało praktycznie wykorzystane w latach trzydziestych XVIII wieku do „zbudowania” przez Linneusza w Uppsali zegara kwiatowego. To samo odnosiło się do świata zwierzęcego. Obserwowano przecież cykliczne zmiany ich zachowania się, w tym przede wszystkim snu i aktywności. Oczywiście uważano, że ludzie i zwierzęta dlatego po pewnym czasie pragną spoczynku, że zapada ciemność. Tymczasem późniejsze doświadczenia przeprowadzone na roślinach i zwierzętach trzymanyh w tak zwanych warunkach stałych, a więc stałego oświetlenia lub stałej ciemności, stałej temperaturze i wilgotności dowiodły, że dobowy rytmika np. ruchów liści lub aktywności lokomotorycznej zwierząt ciągle istnieje (rys. 1). Oczywiście różni się nieco od rytmiki, jaką wykazują te organizmy



Rys. 1. Wykres dobowych ruchów liści fasoli. Przez pierwsze trzy dni ruchy liści rejestrowano w warunkach 12 godz. światła i 12 godz. ciemności. Po zastosowaniu stałej ciemności rytm ciągle istnieje, z tym że jego szczyty ulegają przesunięciu (ujawnia się rytm okołodobowy).

w warunkach zmieniającego się dnia i nocy, a więc w obecności wskaźnika czasu (Zeitgeber). Różnice te dotyczą długości okresu rytmu, który w stałych warunkach jest krótszy lub dłuższy od 24 godzin (stąd rytmy te nazywają się rytmami okołodobowymi) oraz jego relacji w stosunku do czasu lokalnego. Doskonale to ilustruje zapis aktywności lokomotorycznej świerszcza domowego (rys. 2). Przez pierwsze 6 dni aktywność ruchową tego owada rejestrowano w warunkach 12 godzin dnia i 12 godzin nocy (wyłączanie światła następowało o godz. 18.00).

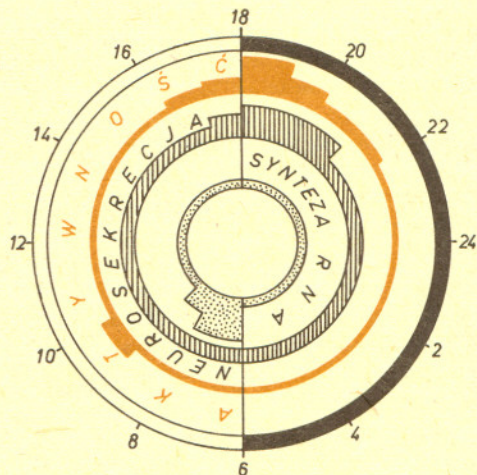


Rys. 2. Zapis aktywności lokomotorycznej świerszcza domowego. Przez pierwsze 6 dni aktywności rejestrowano w warunkach 12 godz. światła i 12 godz. ciemności (LD 12:12) w pozostałym okresie stosowano stałą ciemność (DD).

W takich warunkach owad ten rozpoczynał wzmoczoną aktywność lokomotoryczną wkrótce po nastaniu ciemności (pionowe kreski to poszczególne ruchy owada). Siódmego dnia zastosowano stałą ciemność. Mimo tego owad nie utracił swego rytmu, z tym że jego okres był nieco krótszy od 24 godzin i z dnia na dzień zaznaczała się coraz większa zmiana początku aktywności ruchowej.

Zdaniem chronobiologów taki przebieg rytmiki dobowej w warunkach stałych świadczy niewątpliwie o fakcie istnienia wewnętrznego (endogennego) mechanizmu odmierzającego czas. Chociaż należy tutaj zaznaczyć, że zdaniem innych badaczy (np. Browna) może to świadczyć o reakcji organizmu na rytmicznie zmieniające się czynniki geofizyczne, takie jak: promieniowanie kosmiczne, pole magnetyczne, elektromagnetyczne itp. Przy braku bardzo silnego synchronizatora rytmiki, jakim jest rytmiczna zmiana światła i ciemności, działanie słabych czynników geofizycznych miałyby się właśnie tak objawiać, jak to przedstawia rys. 2. Jednakże teza ta ma nielicznych zwolenników, a jej udowodnienie nastęrcza wiele problemów — dowody są zwykle natury pośredniej.

W przeciwieństwie do egzogennej koncepcji zegara biologicznego jego charakter endogeny wydaje się być w pełni udowodniony. Zilustruję to wynikami badań, które przeprowadziłem na owadach. Otóż udało się stwierdzić, że w mózgu owadów (np. wspomnianych już świerszczy, karaluchów czy muszek owocowych) istnieje ośrodek, w którym prawdopodobnie jest zlokalizowany zegar biologiczny kontrolujący przynajmniej okołodobową rytmikę aktywności lokomotorycznej. Ośrodkiem tym jest tzw. międzymózgowie (*pars intercerebralis*), w którym są zlokalizowane komórki neurosekrecyjne. Wiele procesów biochemicznych tych komórek odbywa się w rytmie 24-godzinny.



Rys. 3 Rytm dobowy syntezy RNA oraz gromadzenia i uwalniania neurosekrety w komórkach neurosekrecyjnych mózgu świerszczy domowych hodowanych w warunkach 12 godz. światła i 12 godz. ciemności (pierścień zewnętrzny). Uwagę zwraca fakt zahamowania aktywności ruchowej po uwolnieniu neurosekrety do hemolimfy owada.

RNA — kwas rybonukleinowy — niezbędny przy syntezie białek (hormonów). Przenosi on i tłumaczy informację genetyczną zawartą w DNA na język aminokwasów (podstawowych jednostek białka). Wzmoczona produkcja białka (w tym przypadku hormonu wydzielanego przez komórki układu nerwowego — proces neurosekrecji) musi być poprzedzona silną syntezą RNA.

Hemolimfa — ciecz krążąca w jamie owadów, składająca się z płynnego osocza i zawieszonych w nim komórek. W odróżnieniu od „normalnej” krwi nie zawiera ona nośników tlenu (barwników oddechowych) i nie uczestniczy zatem w transporcie O_2 w organizmie (pełniąc poza tym inne funkcje krwi — integracja biochemiczna tkanek, procesy odpornościowe itd.).

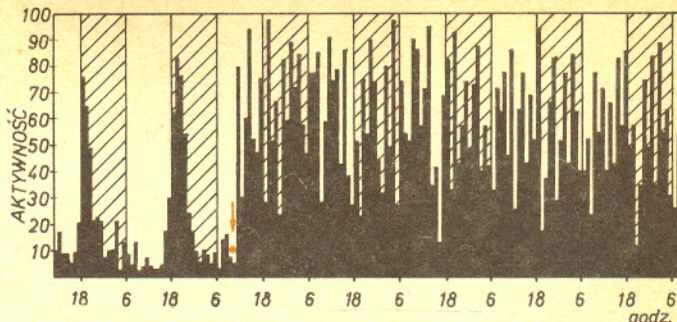
Na przykład u świerszczy hodowanych w warunkach 12 godz. światła i 12 godz. ciemności na dobę obserwuje się rytmiczną syntezę RNA oraz gromadzenia i uwalniania do hemolimfy substancji białkowej zwanej neurosekretem (patrz rys. 3). Moment zapalenia światła (godz. 6.00) stymuluje syntezę RNA włączając tym samym cały cykl przemian biochemicznych prowadzących do nagromadzenia, a następnie uwolnienia neurosekretu z tych komórek.

Oczywiście wykazanie, że w jakimś ośrodku układu nerwowego obserwuje się procesy rytmiczne, nie jest jednoznaczne ze stwierdzeniem, że tam właśnie znajduje się zegar biologiczny kontrolujący rytmikę aktywności lokomotorycznej. Ale dowodem takim może już być fakt, że zniszczenie tych komórek w mózgu świerszczy prowadzi do utraty dobowej rytmiki aktywności ruchowej; co istotnie stwierdziłem na podstawie wielu tego typu doświadczeń (rys. 4). Oprócz utraty rytmu owady takie wykazują wzmózoną aktywność lokomotoryczną. Można więc przypuszczać, że rytm aktywności ciągle istnieje, tylko jest on niejako maskowany.

Dalsze doświadczenia obalają i tę wątpliwość. A mianowicie, jeżeli owadom, którym uprzednio zniszczono wspomniane komórki neurosekrecyjne, i które są hyperaktywne, implantuje się mózg z nienaruszonymi komórkami od dawców rytmicznych, to przestają one być hyperaktywne i przez kilka dni są rytmiczne. Wyniki tych doświadczeń zamieszczone są w tabeli. Przy czym dla uzyskania pełniejszych dowodów dawcami mózgow były dwie grupy owadów: takie, które w warunkach stałych wykazywały rytmikę o okresie krótszym od 24 godzin (K—R) lub dłuższym (D—R).

Aktywność ruchowa świerszczy nierytmicznych po implantacji mózgu od dwóch typów dawców: K—R i D—R

Dawca mózgu	Liczba doświadczeń	Liczba rytmicznych biorców	Okres rytmu w godz.
K—R	12	7	$23 \pm 0,8$
D—R	8	5	$25 \pm 0,6$
kontrola	9	0	—



Rys. 4 Wpływ usunięcia komórek neurosekrecyjnych mózgu (strzałka) na aktywność lokomotoryczną świerszczy. Zwraca uwagę utrata rytmu oraz hyperaktywność. Pola zakreskowane to okresy ciemności.

Kontrolę stanowiły owady, którym implantowano mózg po uprzednim zniszczeniu jego komórek neurosekrecyjnych. W żadnym z tych przypadków nie stwierdzono po takiej implantacji powrotu do rytmu dobowej aktywności lokomotorycznej.

I tak krok po kroku udaje się precyzować pojęcie zegara biologicznego. Przynajmniej w odniesieniu do niektórych owadów nie jest to już mgliste pojęcie zakładające właściwość całego organizmu, ale istnieje on realnie w określonych komórkach mózgu dających się nawet przetransplantować z jednego organizmu do drugiego. Pozwala to oczywiście badać mechanizm jego oddziaływania na inne komórki ustroju. Już te pierwsze doświadczenia sugerują, że funkcjonuje on na zasadzie rytmicznego uwalniania do hemolimfy owada neurosekretu, który wywiera hamujące działanie na aktywność lokomotoryczną. Oczywiście powstaje natychmiast wiele nowych pytań. Chociażby takie, czy jest to działanie bezpośrednie na połączenia nerwowo-mięśniowe (płytki motoryczne), czy też neurosekret działa na jakieś inne ośrodki występujące w układzie nerwowym owada, a te z kolei na te właśnie połączenia. Zresztą podobnych pytań powstaje znacznie więcej. Niewątpliwie dalsze intensywne badania w tym zakresie dostarczą na nie odpowiedzi.

Geometria ruchu, czyli metoda figur podobnych

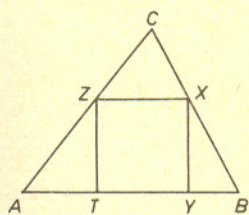
Zadanie: w trójkąt wpisać kwadrat (rys. 1) najlepiej rozwiązać tak. Narysować kwadrat mniejszy, jak na rys. 2 i wyobrazić sobie, że powiększa się on w ten sposób, że podstawa ślizga się po podstawie danego trójkąta, a wierzchołek po ramieniu (rys. 3). W pewnym momencie czwarty wierzchołek kwadratu dotknie trzeciego boku trójkąta i zadanie prawie rozwiązane.

„Prawie”, bo jeszcze trzeba wyznaczyć ów moment. Ale to proste. Opisane powiększanie kwadratu, to zbiór jednokładności o środku w wierzchołku A trójkąta i zmiennym współczynniku. Dla jakiego współczynnika t wierzchołek padnie na BC? Oczywiście dla $t = \frac{AX}{AX_0}$. Możemy teraz wyznaczyć t rachunkowo lub konstrukcyjnie, zależnie od polecenia w zadaniu. Zresztą teraz widoczne już jest, że szukany kwadrat otrzymamy rysując ZX równoległe, a ZT oraz XY prostopadłe do podstawy AB.

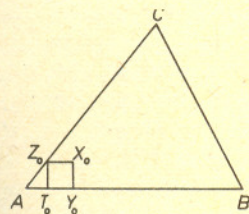
A oto jeszcze dwa zadania, które łatwo rozwiązuje się metodą figur podobnych (a trudno jakkolwiek inną):

1. W dany trójkąt wpisać dwa okręgi styczne o równych promieniach styczne do boków trójkąta jak na rysunku 4. Do rozwiązania wystarczy zauważyć, że trzeba tylko wpisać prostokąt 2×1 w trójkąt utworzony przez podstawę i dwie dwusieczne.

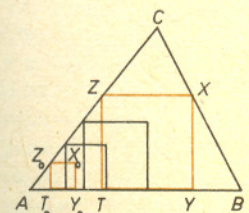
2. Skonstruować okrąg przechodzący przez dwa dane punkty i styczny do danej prostej (rys. 5).



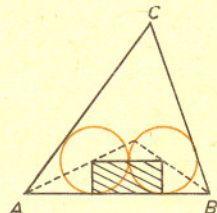
Rys. 1



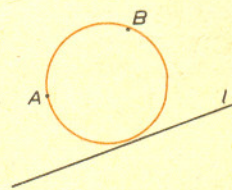
Rys. 2



Rys. 3



Rys. 4



Rys. 5

Dr Marcin KUBIAK

Przysłowiowa niemal niezmiennosc gwiazd jest w rzeczywistości tylko pozorna. W ciągu swego życia gwiazdy doznają wielu istotnych zmian w swej budowie i przechodzą przez różne, wyraźnie odmienne, fazy ewolucyjne. Ich odtworzenie jest zadaniem teorii budowy i ewolucji gwiazd. Ten ważny dział dzisiejszej astrofizyki jest oczywiście zbyt obszerny, by można go było przedstawić wyczerpująco w krótkim artykule. Jednak u podstaw naszej wiedzy o gwiazdach leżą pewne ogólne, a zarazem proste zasady, pozwalające na uzyskanie wielu istotnych wniosków bez odwoływania się do jakichkolwiek rozważań szczegółowych.

Pierwszym pojęciem, nad którym warto jest zastanowić się nieco głębiej, jest pojęcie równowagi gwiazdy. Pomijając w tej chwili pytanie jak powstają gwiazdy i jakie procesy doprowadziły do ich obecnej postaci, ograniczmy się do oczywistego faktu obserwacyjnego, że zdecydowana większość znanych nam gwiazd znajduje się w stanie równowagi. Podanie warunku, którego spełnienie jest konieczne, aby gwiazda mogła w sposób trwały zachowywać swe rozmiary, jest stosunkowo proste i wynika z następującego rozumowania. Materia tworząca gwiazdę znajduje się we własnym polu grawitacyjnym. Inaczej mówiąc, na każdy element materii gwiazdy działa siła ciężenia pochodząca od innych jej części i skierowana ku środkowi gwiazdy. Wyobraźmy sobie teraz słup materii rozciągający się od pewnej głębokości aż do powierzchni gwiazdy. Ponieważ na każdą cząstkę materii tego słupa działa przyspieszenie grawitacyjne, ma on pewną wagę, a tym samym wywiera pewne ciśnienie na materię znajdującą się pod nim. Warunek równowagi wymaga, by słup ten ani nie tonął, ani nie był wypierany ku górze. Będzie on spełniony, jeżeli ciśnienie materii u podstawy słupa dokładnie zrównoważy ciśnienie wywierane przez słup. Nasze rozumowanie możemy posunąć dalej, przyjmując teraz umowną dolną granicę słupa na nieco większej głębokości. Dzięki tej myślowej operacji słup przybrał nieco na wadze, co jednocześnie oznacza, że dla jej zrównoważenia konieczne jest nieco większe ciśnienie. Wykonując jeszcze jeden taki krok w głąb stwierdzimy, że ciśnienie w warstwach jeszcze głębszych musi być jeszcze większe itd. aż do środka gwiazdy, gdzie ciśnienie musi być największe, ponieważ musi zrównoważyć ciężar największego słupa.

W tak prosty sposób doszliśmy do ważnego, a zarazem ogólnego stwierdzenia, że kula gazowa, jaką jest gwiazda, może znajdować się w stanie równowagi, zwanej dokładniej równowagą hydrostatyczną, jeżeli ciśnienie gazu wzrasta w odpowiedni sposób od powierzchni do środka, czyli mówiąc inaczej — jeżeli istnieje w niej odpowiedni gradient ciśnienia. Istnienie gradientu ciśnienia musi pociągać za sobą wytworzenie się jednocześnie gradientu temperatury. Jest to konsekwencją praw termodynamicznych rządzących przemianami gazowymi. Nie będziemy ich tu omawiać dokładnie, lecz odwołamy się do pewnej prostej analogii znanej z życia codziennego. Każdy, kto kiedykolwiek pompował oponę samochodową lub rowerową, wie, że sprężaniu gazu przez tłok towarzyszy zawsze wzrost temperatury gazu i dopiero straty ciepła w wyniku przewodnictwa powodują stopniowe zrównanie się jego temperatury z otoczeniem. Ponieważ przewodnictwo cieplne materii gwiazdowej jest do zaniedbania, z dobrym przybliżeniem

możemy przyjąć, że gazowa materia doznaje przemian bez strat energii (przemiany takie nazywamy adiabatycznymi).

Żeby analogię naszą uczynić jeszcze bliższą warunków panujących w gwieździe, wyobraźmy sobie, że z jakichś powodów materia znajdująca się u podstawy rozważanego poprzednio słupa obniżyła nieco swoją temperaturę (bez zmiany gęstości materii). Zgodnie z równaniem stanu gazu doskonałego oznacza to niewielkie zmniejszenie się ciśnienia. Znajdujący się nad tą warstwą słup materii gwiazdowej opadnie więc nieco pod wpływem swego ciężaru i odegra dokładnie taką samą rolę, jak przesuwany przez nas tłok pompki rowerowej.

Widzimy więc, że układ gazowy (gwiazda) będzie pozostawał w stanie równowagi hydrostatycznej, jeżeli ciśnienie i temperatura będą odpowiednio wzrastać od powierzchni do środka. Istnienie gradientu temperatury w obszarze gwiazdy pociągnie za sobą zjawisko przepływu promieniowania. Dlaczego tak się dzieje, łatwo zrozumiemy przypominając sobie, że materia o temperaturze wyższej od zera bezwzględnej jest zawsze źródłem promieniowania (które w związku z tym nazywamy promieniowaniem termicznym). Łączna energia tego promieniowania jest w przypadku tzw. ciała doskonale czarnego (jakim w przybliżeniu jest materia gwiazdy) proporcjonalna do czwartej potęgi temperatury. Ciało o wyższej temperaturze wysyła więc w jednostce czasu odpowiednio więcej promieniowania niż ciało o temperaturze niższej. Podobnie w gwieździe warstwa leżąca bliżej środka i mająca większą temperaturę wysyła w jednostce czasu nieco więcej kwantów promieniowania niż warstwa chłodniejsza, leżąca bardziej na zewnątrz. Ponieważ kwanty poruszają się swobodnie we wszystkich kierunkach, z warstwy gorętszej przepływa do warstwy chłodniejszej więcej kwantów niż w kierunku przeciwnym. Ponieważ wskutek istnienia gradientu temperatury gwiazda składa się z wielu warstw o temperaturach malejących od środka ku powierzchni, z gwiazdy wypływa bezustannie pewien strumień promieniowania, bezpowrotnie tracony na powierzchni.

Zasadniczym problemem, stojącym przed gwiazdą w ciągu całej jej ewolucji, jest znalezienie źródła energii, które pozwalałoby na uzupełnienie strat wywołanych przez promieniowanie. Wydajność źródła, z którego gwiazda w danym momencie korzysta, jest głównym czynnikiem określającym szybkość zachodzących w niej zmian, czyli tzw. skalę czasową ewolucji w danej fazie. W zasadzie gwiazda ma do dyspozycji dwa źródła energii: energię grawitacyjną i energię przemian jądrowych. Sposób, w jaki wykorzystywana jest energia grawitacyjna, jest zrozumiałą już w świetle tego, co mówiliśmy wyżej o materii gwiazdowej ściskanej przez znajdujący się nad nią słup warstw wyższych. Utrata energii przez promieniowanie oznacza niewielkie ochłodzenie się materii, a tym samym obniżenie się ciśnienia. Nie podtrzymywany teraz z dostateczną siłą słup natychmiast przesuwa się niżej wykonując pewną pracę konieczną do ponownego ściśnięcia i ogrzania gazu. Praca ta jest oczywiście wykonywana na koszt energii potencjalnej słupa znajdującego się w polu przyciągania gwiazdy, czyli mówiąc inaczej, na koszt energii potencjalnej materii gwiazdy. Bezustanne straty promieniste gwiazdy będą więc powodować powolne jej kurczenie się.

Czas, przez który gwiazda może dysponować tym źródłem energii, można — przynajmniej co do rzędu wielkości — ocenić stosunkowo prosto. Przyjmując dla uproszczenia,

że materia gwiazdy znajduje się w potencjale GM/R , gdzie G — jest stałą grawitacji ($G = 6 \cdot 10^{-8}$ w jednostkach cgs), M — masą (w g) i R — promieniem (w cm), całkowita energia potencjalna będzie równa $(GM/R) \cdot M = GM^2/R$. Oznaczając przez L ilość energii wysyłanej przez gwiazdę w jednostce czasu, czas świecenia na koszt energii grawitacyjnej otrzymamy dzieląc poprzednią wartość przez L , czyli GM^2/RL . Podstawiając do tego wzoru np. odpowiednie wartości dla Słońca ($M = 2 \cdot 10^{33}$ g, $R = 7 \cdot 10^{10}$ cm i $L = 4 \cdot 10^{33}$ ergów/s) dostajemy 30 milionów lat. Inaczej mówiąc, gdyby Słońce, tak jak je widzimy obecnie, pokrywało swoje straty promieniste z zapasów zawartych w polu grawitacyjnym, wówczas czas jego życia w takiej fazie ewolucyjnej byłby mierzony w dziesiątkach milionów lat. Skalę czasową, określoną przez procesy zamiany energii potencjalnej na energię termiczną materii gwiazdy (która to energia jest następnie źródłem energii promienistej) nazywamy termiczną skalą ewolucji.

Zwróćmy uwagę, że za korzystanie z omawianego źródła energii gwiazda płaci ustawną zmianą swej struktury: materia skupia się coraz bardziej w pobliżu środka. Ponieważ całkowita masa nie ulega zmianie, przyspieszenie grawitacyjne wzrasta, a tym samym wzrasta ciężar warstw zewnętrznych. Ich utrzymanie wymaga coraz większych gradientów ciśnienia i temperatury, co w rezultacie prowadzi do wzrostu temperatury w środku gwiazdy. Zazwyczaj zjawisko to jest z punktu widzenia gwiazdy okolicznością korzystną, ponieważ pozwala jej na uzyskanie dostępu do nowego źródła energii, jakim są reakcje jądrowe.

Z fizyki jądrowej wiemy, że wydajnym źródłem energii są wszystkie reakcje jądrowe polegające na tworzeniu drogą syntezy pierwiastków coraz to cięższych, aż do wytworzenia żelaza (synteza pierwiastków cięższych od żelaza wymaga dostarczenia energii z zewnątrz i w związku z tym byłaby energetycznie niekorzystna). Reakcje takie mogą jednak przebiegać tylko w bardzo wysokich temperaturach, w których energia ruchu poszczególnych jąder jest wystarczająca do przezwyciężenia elektrostatycznego odpychania się ich ładunków dodatnich. Na przykład wydajna przemiana wodoru w hel zaczyna zachodzić przy temperaturach rzędu kilku milionów stopni, zaś przemiana helu w węgiel — przy temperaturach około stu milionów stopni. W reakcjach syntezy, o których mowa, energia jest wydzielana kosztem tzw. ubytku masy reagujących cząstek. Fizyka jądrowa ponownie przychodzi nam z pomocą określając łączny ubytek masy związany ze stopniową przemianą wodoru w hel, węgla itd. aż do żelaza, na 0,008. Znaczący to, że podczas zamiany początkowej masy M wodoru w żelazo wydzieli się $0,008 Mc^2$ energii (rozpoznajemy tu znany wzór Einsteina stwierdzający równoważność masy i energii). Podobnie jak poprzednio, skalę czasową ewolucji w fazach, gdy gwiazda czerpie swą energię ze źródeł jądrowych, otrzymamy dzieląc tę wartość przez L . Wstawiając dla przykładu odpowiednie wartości dla Słońca dostajemy około 100 miliardów lat. Tak określony czas nazywamy skalą jądrową.

Uzyskanej liczby nie należy jednak traktować zbyt dosłownie. Oczywiście gwiazda ma małą szansę zamienić się całkowicie w gwiazdę żelazną. W przypadku Słońca i innych gwiazd o masach mniejszych od kilkudziesięciu mas Słońca reakcje najprawdopodobniej nigdy nie zajdą tak daleko. Nawet pierwsza z reakcji, przemiana wodoru w hel, nie zdoła wyczerpać całego zapasu wodoru. Również korzystanie z reakcji jądrowych wywoła we wnętrzu gwiazdy istotne zmiany

budowy, związane chociażby ze stopniową zmianą składu chemicznego. Nie zmienia to jednak naszego zasadniczego wniosku, że korzystanie ze źródeł jądrowych jest dla gwiazdy tysiące razy efektywniejsze niż odwoływanie się do zapasów energii grawitacyjnej. W przypadku gwiazd znajdujących się w tych fazach ewolucji upływające miliardy lat wywołują w ich budowie mniejsze zmiany niż zaledwie setki tysięcy lat w fazach kurczenia się grawitacyjnego.

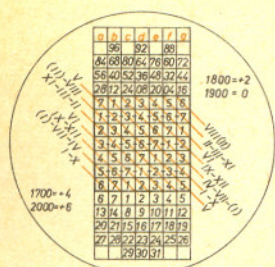
W życiu gwiazd zdarzają się jednak okresy bardzo szybkiej ewolucji. Dzieje się tak wówczas, gdy z pewnych powodów żadne z wymienionych wyżej źródeł energii nie może zostać w pełni wykorzystane. Przez fazę taką praktycznie wszystkie gwiazdy przechodzą w trakcie swych narodzin z kurczących się obłoków materii międzygwiazdowej. Obłok, który wskutek pewnych nie wyjaśnionych jeszcze do końca procesów zaczyna zagęszczać się w przyszłą gwiazdę, ma stosunkowo niską temperaturę i składa się głównie z wodoru w postaci atomów i cząsteczek oraz z pyłu. Towarzystwo kurczeniu się obłoku wydzielenie energii grawitacyjnej powoduje wzrost temperatury materii i jej ciśnienia. Zanim jednak ciśnienie zdoła zahamować skuteczną tendencję do zmniejszania rozmiarów, temperatura może wzrosnąć powyżej tysiąca kelwinów. W tej temperaturze cząsteczki wodoru zaczynają ulegać rozdzieleniu na poszczególne atomy, co wymaga pochłonięcia z zewnątrz energii równej energii wiązania. W materii obłoku pojawia się „zlew” energii, który bardzo skutecznie odprowadza wydzielną energię grawitacyjną. Ściskanie obłoku w niewielkim tylko stopniu podnosi jego temperaturę, a foszące powoli ciśnienie nie jest w stanie utrzymać opadających warstw zewnętrznych. W dużym przybliżeniu możemy przyjąć, że warstwy te spadają swobodnie we własnym polu grawitacyjnym. Tempo ewolucji obłoku jest praktycznie określone przez czas swobodnego spadku materii. Czas ten definiuje tzw. dynamiczną skalę ewolucji. Jej ocena jest nieco bardziej skomplikowana, ze względu na niedokładną znajomość parametrów (przyspieszenia grawitacyjnego i rozmiarów) kurczącego się obłoku. Pewne oceny prowadzą jednak do wniosku, że np. dla obłoku, z którego powstało niegdyś Słońce, czas ten był rzędu zaledwie 100 lat.

Innym przykładem takiej fazy ewolucyjnej może być wybuch supernowej. Jak mówiliśmy, źródła jądrowe energii wyczerpują się ostatecznie wraz z wytworzeniem żelaza. Gwiazdy o bardzo dużych masach, które zdołały wytworzyć w swych wnętrzach jądra żelazne, stają w obliczu energetycznego bankructwa. Odwołanie się na krótki czas do energii grawitacyjnej prowadzi do niezwykłego wzrostu gęstości materii żelaznej. Po osiągnięciu pewnego progu ciśnienia i temperatury materia zaczyna wykorzystywać posiadaną energię termiczną do ponownego rozbijania jąder żelaza na cząstki elementarne. Znowu pojawia się „zlew” energii i znowu zaczyna jej brakować do podtrzymania warstw zewnętrznych. Gwiazda zapada się. Ponieważ jednak jądro skupia w sobie stosunkowo dużą masę i ma stosunkowo małe rozmiary, przyspieszenie grawitacyjne jest ogromne i proces zapadania się przebiega w skali ułamków sekundy. W tak krótkim czasie obiekt, który był dość zwyczajną gwiazdą, może zmienić się w twór tak osobliwy, jak gwiazda neutronowa lub czarna dziura.

Na zakończenie wypada jeszcze raz podkreślić, że przytoczone liczby nie mają charakteru „dokładnego”. Ich znaczenie polega nie na dokładności. Stanowią one jednak znakomitą ilustrację często stosowanej w astrofizyce metody uzyskiwania w sposób zasadniczo bardzo prosty znaczących informacji o zjawiskach, których dokładne prześledzenie jest jednym z trudniejszych zadań współczesnej astronomii.

Pan Roman Szymański z Bydgoszczy kolekcjonuje wieczne kalendarze. Z jego bogatego zbioru wybraliśmy

Najmniejszy wieczny kalendarz



pomysłu inż. Leonarda Webera z Wrocławia, opublikowany w *Problemach* nr 5/1950. Kalendarz ten (ważny od 15 X 1582 r.) mógłby się zmieścić wewnątrz koperty zegarka. Tarcza kalendarza podzielona jest na siedem pionowych kolumn *a, b, c, d, e, f, g*, te zaś na trzy pola.

Pole górne zawiera wszystkie lata przestępne w całym stuleciu (04, 08, 12, ...); lata nieprzestępne nie są uwidocznione tylko dla uzyskania miejsca, ale łatwo odszukać kolumny dla nich; w tym celu należy dla danego roku nieprzestępnego (np. r. 91) wyszukać najbliższy wstecz rok przestępny (w tym przypadku w kolumnie *f* rok 88), od którego trzy następne kolejne kolumny należą do lat nieprzestępnych, a więc w kolumnie *g* — rok 89, w kolumnie *a* — rok 90, zaś w kolumnie *b* — rok 91.

Pole środkowe zawiera dni tygodnia wyrażone cyframi arabskimi (1 — poniedziałek, 2 — wtorek, 3 — środa, itd.).

Pole dolne zawiera dni miesiąca od 1 do 31.

Cyfry rzymskie z lewej i z prawej strony pola środkowego oznaczają miesiące (I — styczeń, II — luty, III — marzec, itd.); cyfry rzymskie w nawiasach (I) i (II), tj. miesiące styczeń i luty odnoszą się tylko do lat przestępnych.

Patrz w niebo

Prawie dwa lata temu, w styczniu 1981 r. opisywaliśmy w tym miejscu rekordzistów wśród gwiazd pod względem ich mas. „Najcięższe” wśród nich nie przekraczały ok. 100 M_{\odot} (mas Słońca) i pisaliśmy wtedy, że „kondensacje większe (...) najprawdopodobniej nie mogą utworzyć gwiazd, bo rozpadają się szybko na drobniejsze składniki”. Tyle mówi współczesna teoria budowy gwiazd. Jednak już wcześniej, w kwietniu 1980 r. w jednym z czasopism astronomicznych ukazało się doniesienie o przedziwnym obiekcie o nazwie *R 136* zanurzonym w ogromnej mgławicy Tarantula (bardziej naukowo *30 Doradus*) w naszej sąsiedniej galaktyce Wielkim Obłoku Magellana. Najjaśniejszy składnik — *R 136a* o średnicy na pewno mniejszej niż 1 rok świetlny przewyższa swą jasnością jakikolwiek inny obiekt w kilkudziesięciu najbliższych galaktykach. Jedyną alternatywą przyjęcia, że jest to pojedyncza supermasywna gwiazda, było założenie, że jest to bardzo ciasna gromada ok. 30 bardzo gorących gwiazd. Jednak szybko tę hipotezę musiano odrzucić. Na polu bitwy pozostał na razie jedynie model (co najwyżej podwójnej) gwiazdy o masie 3000 M_{\odot} , jasności 100 milionów razy większej niż Słońce, promieniu $\approx 100 R_{\odot}$ i temperaturze powierzchniowej ≈ 60 tys. K.

Liczby 1700, 1800, 1900, 2000 oznaczają odnośne stulecia, przy których cyfry 2, 4, 6 i 0 oznaczają, że wyszukany dzień tygodnia należy posunąć naprzód o odnośną liczbę (np. czwartek plus dwa równa się sobota, środa plus sześć równa się wtorek, itd.).

Sposób użycia kalendarza

Chcąc dowiedzieć się jaki dzień tygodnia był jakiejś daty, np. 22 października 1889 r., należy odszukać pionową kolumnę, w której górnym polu znajduje się rok 89; w tym celu wyszukujemy kolumnę, w której znajduje się najbliższy wstecz rok przestępny, tj. 88 (kolumna *f*); następna kolumna *g* należy do roku 89. Teraz posuwamy się w dół tą kolumną póty, aż natrafimy na skośną kreskę biegnącą ku miesiącowi październikowi (X); kreska ta przecina w tejże kolumnie *g* cyfrę 4 i należy sobie zapamiętać linię poziomą, na której ta cyfra leży. Następnie wyszukujemy w dolnym polu dzień miesiąca, tj. 22, a miejsce przecięcia tejże kolumny pionowej z poprzednio wyszukaną linią poziomą pada na cyfrę 7, tj. niedzielę. Ponieważ dla stulecia 1800 należy wyszukaną datę przesunąć o 2, przeto dzień 22 X 1889 roku przypada na wtorek.

Chcąc wyszukać datę stycznia lub lutego roku przestępnego, np. 8 I 1948 r., należy wyszukać liczbę 48 znajdującą się w kolumnie *e*, w polu środkowym skośna kreska dla stycznia w nawiasach (I) — VII — IV przechodzi przez cyfrę 6 i tę linię poziomą zapamiętamy. Dzień miesiąca 8 znajduje się w polu dolnym w kolumnie pionowej *c*; kolumna ta przecina się z poprzednio wyszukaną linią poziomą w miejscu, gdzie jest cyfra 4, tj. czwartek. A więc dzień 8 stycznia 1948 r. przypada na czwartek.

Uwaga! Lata 1600, 2000, 2400, itd. co 400 lat są przestępnymi i leżą w pierwszej kolumnie pionowej *a*.

W polu środkowym, zawierającym dni tygodnia, dla łatwiejszego zapamiętania linii poziomych i uniknięcia pomyłki, cyfry w co drugiej linii są połączone kreską poziomą, a wówczas odczytywanie daty idzie szybko; wystarczy przećwiczyć kilka przykładów, aby zaznajomić się ze sposobem posługiwania się tym najmniejszym znanym nam kalendarzykiem.

Gwiazda ta wyrzuca z siebie materię w postaci wiatru gwiazdowego w tempie ok. 1 masy Ziemi na 4 dni z prędkością ≈ 3500 km/s (1,2% prędkości światła!).

Taka gwiazda jest nie do wyobrażenia sobie z teoretycznego punktu widzenia, przede wszystkim ze względu na to, że w czasie tworzenia się wszystko, co chciałoby spaść na zapadającą się gwiazdę, która już osiągnęła ok. 100 M_{\odot} , będzie „wydmuchane” w przestrzeń przez ogromne ciśnienie promieniowania już bardzo jasno świecącego jądra. Nawet jeśli założymy, że gwiazda o masie 3000 M_{\odot} w jakiś przedziwny sposób utworzyła się i osiągnęła ciąg główny, to i tak nie może tam długo istnieć: już po ok. 100—1000 latach gwiazda ta rozpadnie się pod wpływem silnie narastających niestabilności.

W tym miejscu teoria wydaje się być bezradna, a obserwatorzy coraz głośniejszymi głosami mówią, że obiekt *R 136a* jest supermasywną gwiazdą o masie 3000 M_{\odot} . Ciekawe, kto się wycofa ze swoich pozycji.

mgr Tomasz CHLEBOWSKI



Rozwiązanie zadania F 123.

Droga kątowna dowolnego punktu tarczy (liczona przykładowo zgodnie z ruchem wskazówek zegara) zależy od czasu wg wzoru:

$$\Phi = 2\pi ft, \quad f \text{ — częstotliwość ruchu obrotowego.}$$

W czasie pomiędzy kolejnymi błyskami urządzenia oświetlającego wzrasta ona o

$$\Delta\Phi = 2\pi f T_0 = 2\pi \frac{f}{f_0}, \quad f_0 = 50 \text{ Hz}, \quad T_0 = 1/f_0 = 0,02 \text{ s.}$$

Przy $f_1 = 750 \text{ obr./min} = 12,5 \text{ Hz}$

$$\Delta\Phi_1 = 2\pi \frac{f_1}{f_0} = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

Zatem po czterech błyskach sektor wraca do pierwotnego położenia. Do oka obserwatora docierają w tym czasie cztery różne obrazy — kolejne położenia sektora. Okres ekspozycji T_0 jest mniejszy niż wynikający z bezwładności zmysłu wzroku czas zachowywania wrażeń wzrokowych (przyjmuje się zwykle $0,04 \div 0,16 \text{ s}$), obrazy widziane są więc jednocześnie. W trakcie błysku trwającego $\Delta t = 0,002 \text{ s}$ tarcza przemieszcza się o kąt

$$\alpha = 2\pi f_1 \Delta t = 2\pi \cdot 12,5 \frac{1}{8} \cdot 0,002 \text{ s} = 9^\circ.$$

Różne obszary obrazów sektora będą różnie odbierane. Najciemniejszy będzie środek objęty kątem środkowym $30^\circ - 9^\circ = 21^\circ$. Obraz całego wycinka zawiera się w obrębie ok. $30^\circ + 9^\circ = 39^\circ$. Przy danej częstotliwości obserwuje się więc nieruchomy obraz w kształcie „krzyża”, którego ramiona są ciemniejsze na środku i jaśnieją ku brzegowi (rysunek). Od czego zależy usytuowanie obrazu?

Przy częstotliwościach $f_2 = 780 \text{ obr./min} = 13 \text{ Hz}$ i $f_3 = 720 \text{ obr./min} = 12 \text{ Hz}$ obrazy ciemnego sektora pojawiają się w coraz to nowych położeniach, co sprawia wrażenie pozornego ruchu obrotowego tarczy. Subiektywne odczucie położenia tarczy może być określone kątem φ , który definiujemy:

$$\varphi = 4\Delta\Phi - 2\pi, \quad \varphi \in [-\pi, \pi].$$

Gdy $\varphi > 0$ — tarcza wydaje się obrócona zgodnie z ruchem rzeczywistym, gdy $\varphi < 0$ — przeciwnie niż ruch rzeczywisty. Częstotliwość pozornego ruchu obrotowego f_p wynosi

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \frac{|\varphi|}{4T_0} = \left| f - \frac{1}{4} f_0 \right|.$$

Przyjmując umowę, że $\varphi > 0$ odpowiada $f_p > 0$, $\varphi < 0$ — $f_p < 0$, mamy

$$f_p = f - \frac{1}{4} f_0.$$

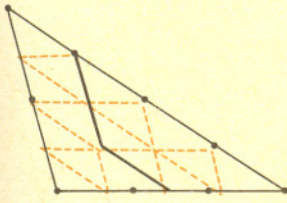
Podstawiając wartości liczbowe f_2 i f_3 otrzymujemy odpowiednio

$$f_{p2} = \left(13 - \frac{1}{4} 50 \right) \text{ Hz} = 0,5 \text{ Hz}, \quad f_{p3} = \left(12 - \frac{1}{4} 50 \right) \text{ Hz} = -0,5 \text{ Hz}.$$

Częstotliwości tych ruchów pozornych są dostatecznie małe, aby wzrok mógł je śledzić (za graniczną częstotliwość nadążania wzroku uznaje się zazwyczaj $2 \div 3 \text{ Hz}$), więc powyższych częstotliwościach widzimy powolny obrót „krzyża” zgodnie z ruchem tarczy (przy f_2) bądź przeciwnie (przy f_3).

Niektórzy z obserwatorów w takich przypadkach twierdzą, iż obraz porusza się na rozmytym tle — dlaczego?

Rozwiązanie zadania M 310.



1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20

Rozwiązanie zadania M 311.

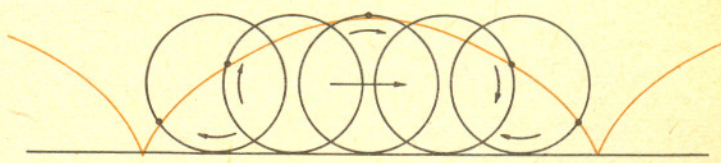
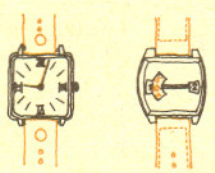
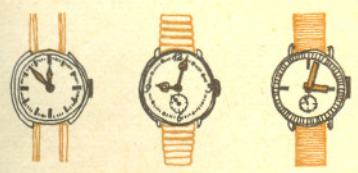
Przy numeracji pól, jak na rysunku, należy grać np. tak

Białe	Czarne	9.	10—4	11—17
1. 18—15	3—6	10.	20—10	1—11
2. 17—8	4—13	11.	3—9	18—12
3. 19—14	2—7	12.	10—13	11—8
4. 15—5	6—16	13.	19—16	2—5
5. 8—3	13—18	14.	16—1	5—20
6. 14—9	7—12	15.	9—6	12—15
7. 5—10	16—11	16.	13—7	8—14
8. 9—19	12—2	17.	6—3	15—18
		18.	7—2	14—19

Rozwiązanie zadania M 312.



Tak kiedyś liczone



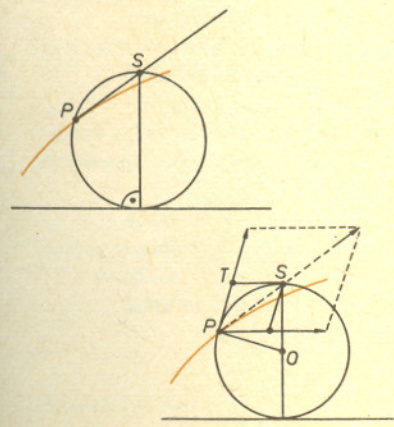
Znalezienie stycznej do cycloidy (krzywej jaką zakreśla punkt okręgu toczącego się po prostej) metodami geometrii różniczkowej jest zabiegiem, na który składa się:

- 1° Znalezienie przedstawienia parametrycznego cycloidy $r(\varphi)$,
- 2° zróżniczkowanie $r(\varphi)$,
- 3° zamiana $r(\varphi_0) + tr'(\varphi_0)$ na równanie $Ax + By + C = 0$,
- 4° wykreślenie prostej opisanej przez to równanie.

Można jednak zrobić tak:

- 1° Narysować okrąg o średnicy równej wysokości cycloidy, przechodzący przez jej dany punkt i styczny do prostej przechodzącej przez jej wierzchołki,
- 2° narysować prostą przez dany punkt i „najwyższy” punkt okręgu.

Dlaczego druga z metod jest dobra? Punkt cycloidy porusza się równocześnie jednostajnie wzdłuż prostej oraz jednostajnie po okręgu, przy czym prędkości (liniowe) obu ruchów są równe, aby było to toczenie się okręgu po prostej, a nie ślizganie. Dodając dwa równej długości wektory o stosownych kierunkach otrzymujemy sumaryczną prędkość mającą oczywiście kierunek stycznej do cycloidy. Rzutując „najwyższy” punkt S okręgu na składowe prędkości otrzymujemy równoległobok będący, wobec $OPT \equiv OST$, rombem jednokładnym względem P z rombem utworzonym przez te składowe.



Co to jest funkcja? Każdy umie sformułować jakąś definicję, a obecnie w szkołach podaje się następującą:

Funkcją nazywamy przyporządkowanie elementom zbioru argumentów X elementów zbioru wartości Y w ten sposób, że danemu $x \in X$ odpowiada dokładnie jeden $y \in Y$.

Czasami mówi się o sformalizowanej do końca wersji powyższego określenia:

(*) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Funkcja o zbiorze argumentów (dziedzinie) } X \text{ i} \\ \text{przeciwdziedzinie } Y \text{ to zbiór } F \text{ złożony z takich par } (x, y), \\ x \in X, y \in Y, \text{ że dla każdego } x \in X \text{ istnieje dokładnie} \\ \text{jeden } y \in Y \text{ taki, że } (x, y) \in F. \end{array} \right.$

Mimo tych wysiłków teoretyków nie udało się chyba (z wyjątkiem niektórych klas w szkole im. Gottwalda w Warszawie) zabić zdrowego pojmowania funkcji: Funkcja (jednej zmiennej) to *zależność*, najlepiej wyrażona wzorem takim jak $f(x) = x^5 + 4x^3 + 34x^2 + 1001$, albo $f(x) = \sin x$; rozumie się, że argument (zmienna niezależna) x powinien określać wartość funkcji jednoznacznie. I właśnie tradycyjnie x nazywa się *zmienną niezależną*, y — *zależną* i w ogóle patrzy się na to wszystko „dynamicznie”: oś x to oś czasu. To wygodne i bardziej efektywne: możemy badać funkcję wyobrazić sobie i badać w „ruchu”. Przykładowo, łatwo tłumaczyć się pojęcie stycznej — to graniczne położenie siecznej. Gdy płynie czas, to sieczna przechodzi w styczną. Właśnie z tego nieprecyzyjnego określenia łatwo zrozumieć, dlaczego funkcje takie jak $y = |x|$, $y = |\sin x|$ nie mają pochodnej w zerze: graniczne położenie siecznych różnią się w zależności od sposobu przechodzenia do granicy.

Dynamiczne, lub raczej *kinematyczne*, spojrzenie na funkcje leży u podstaw newtonowskiego podejścia do rachunku różniczkowego. U Newtona zmienne zależały od czasu; zarówno zmienna zależna y jak i niezależna x były *fluentami*, tzn. wielkościami zależnymi od czasu. Prędkość zmian fluenty nazywał Newton *fluksją* i oznaczał przez dodanie kropki nad symbolem fluenty.

Newton podał sposób obliczania fluksji, czyli mówiąc dzisiejszym językiem, obliczania pochodnej danej funkcji. Sposób ten daje się zastosować do szerokiej klasy przypadków i przedstawimy (czy raczej przypomnimy) go dla funkcji $y = x^3/3$. Założymy, że $\dot{x} = 1$, tzn. że fluenta x zmienia się jednostajnie w czasie. Oznaczmy przez o mały przedział czasu. Przyrost fluenty x w tym czasie wynosi o ; natomiast fluenta y wzrasta o

$$\frac{(x+o)^3}{3} - \frac{x^3}{3} = x^2o + xo^2 + o^3/3$$

i po podzieleniu przez czas o otrzymujemy prędkość z jaką dokonała się zmiana wartości fluenty y :

$$x^2 + xo + o^2/3.$$

Teraz następuje najdziwniejsza rzecz. Podstawiamy $o = 0$ i otrzymujemy

$$\dot{y} = x^2$$

a więc, jak wiemy prawidłowy wynik.

Krytycy Newtona wiele razy zwracali uwagę na niekonsekwencje i wręcz błędy logiczne w takich obliczeniach.

Czy o jest zerem? Jeśli tak, to nie można dzielić przez o , jeśli nie, to dlaczego przyjmujemy w końcu, że jest równe zeru? Czyżby wyniki były tylko przybliżone? Dziś wiemy, że wyniki są dobre, a metoda jest zupełnie ścisła, trzeba tylko zadbać o precyzję definicji. Wystarczy powiedzieć: przechodzimy do granicy z o .

Inaczej spojrzal na różniczkowanie funkcji Leibniz. Wprowadził on dość niejasne symbole dx i dy , tłumacząc je mniej więcej tak: dx to *przyrost czasu*, założmy, że od x do $x+dx$ prędkość zmian funkcji nie zmienia się — ten hipotetyczny przyrost funkcji od x do $x+dx$ to właśnie dy . Stosunek różniczek dy/dx to pochodna funkcji. Na „ułamek” dy/dx patrzył Leibniz dwojako: raz interpretował go jako stosunek przyrostów, a innym razem jako prędkość chwilową (czyli Newtonowską fluksję \dot{y}). Obliczenie różniczki funkcji $y = x^3/3$ wyglądałoby według Leibniza tak:

$$dy = (x+dx)^3/3 - x^3/3 = x^2dx + x(dx)^2 - (dx)^3/3,$$

następnie zaniedbałoby się różniczki wyższych potęg, ostatecznie:

$$dy = x^2dx.$$

Jeśli teraz nie przywiązywać znaczenia do tego, czym naprawdę są *monady* dx i dy , to można z powodzeniem zapomnieć o całej interpretacji kinematycznej. Podejście to jest praktyczne, pozwala bowiem na szybkie wyprowadzenie podstawowych wzorów (różniczkowanie sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu) i przy konkretnych obliczeniach możemy rzeczywiście nie mieć pojęcia o tym, czym są naprawdę dx i dy (przykład: proszę różniczkować funkcję $y = \frac{x \sin(x^2 + 5x + 6) + e^x}{7x^5 + 19 \cos 3x + 1/x}$; nie sposób inaczej niż mechanicznie).

„Naprawdę” różniczki dx i dy są elementami przestrzeni kostkowej do wykresu funkcji: dokładna formalizacja nie jest zresztą skomplikowana i być może usuwa filozoficzne wątpliwości, ale dość skutecznie zabija intuicję. Formalizacja w matematyce musi być zawsze wtórna, dlatego niezbędne jest chyba kinematyczne podejście do podstaw rachunku różniczkowego i dopiero późniejsza jego algebraizacja.

Widzenie funkcji w ruchu ujawnia swoje wady, gdy zaczynamy rozpatrywać *przestrzenie funkcyjne*, tzn. których elementami są funkcje. Przekształcenia takich przestrzeni przyporządkowują funkcjom inne funkcje i obraz kinematyczny jest już dość skomplikowany. Jeszcze panujemy nad nim, nadając zwyczajowo nazwę *operatora* dla przekształceń funkcji w funkcje. Potem mamy jednak przekształcenia operatorów w operatory itd.; algebra wypiera wyobraźnię.

Eksperyment polegający na tym, by uczniów wyuczyć posługiwania się pojęciem funkcji wyłącznie według przytoczonej na wstępie definicji (*), nie dopuszczając jakichkolwiek wzmianek o tym, że w gruncie rzeczy funkcja to prosta zależność od czasu, przyniosłby ciekawe rezultaty. Jeden wynik wszakże wydaje się bezsporny: zepsulibyśmy nie do naprawienia młode umysły (jak owce w *Animal Farm*). Powyższe rozważania nie są może zbyt głębokie: każdy mechanizm, którym się chcemy posługiwać, powinniśmy poznać w bezruchu i w działaniu. Tak jest i z matematyką: często „dynamiczne” spojrzenie na problem pozwala go lepiej zrozumieć, a co za tym idzie — rozwiązać.

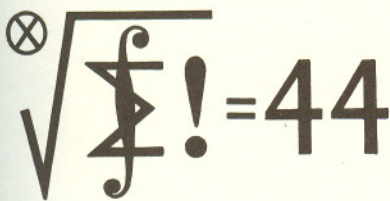
Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału
Matematyki, Informatyki
i Mechaniki
Uniwersytetu
Warszawskiego
i Redakcji „Delta”

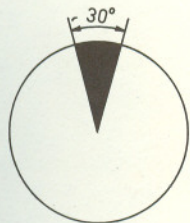
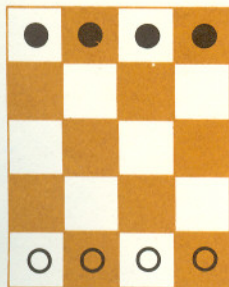
Zadania nr 34, 35, 36

Termin nadsyłania rozwiązań

31 XII 1982



Zadania



Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w nr. $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez

$$4 - 3 \cdot \frac{\text{suma ocen za rozwiązania danego zadania}}{\text{liczba osób, które nadesłały choć jedno rozwiązanie z numeru}}$$

i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów (w dowolnym czasie) zostaje on członkiem Klubu, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo — to tytuł Weterana.

Ligę organizuje Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego, oraz nasza Redakcja.

Szczegółowy regulamin został wydrukowany w nr 9/1981.

Redaguje dr Marcin KUCZMA

34. Udowodnić elementarnie (tj. nie korzystając z różniczkowego kryterium dotyczącego pierwiastków wielokrotnych ani z innych metod analitycznych opartych na przejściach

granicznych), że wielomian $s_n(x) = \sum_{k=0}^n x^k/k!$ nie ma pierwiastków wielokrotnych.

35. Scharakteryzować wszystkie skończone nie zawarte w prostej zbiory Z na płaszczyźnie mające następującą własność: jeśli dwie proste, z których każda przechodzi przez co najmniej dwa punkty zbioru Z , mają dokładnie jeden punkt wspólny, to punkt ten należy do Z .

36. Liczby całkowite z przedziału $\langle 0, 999 \rangle$ zapisano jako liczby trzycyfrowe (liczbom < 100 dopisując na początku zero lub zera; np. siedem = 007, dwanaście = 012, zero = 000). Wszystkie te liczby napisano jedna za drugą, w dowolnej kolejności. Powstała liczba N mająca 3000 cyfr (być może zaczynająca się od zera). Udowodnić, że N dzieli się przez 37.

(Zadanie 34 przysłał nasz Czytelnik, Mariusz Skalba, uczeń klasy czwartej Liceum Ogólnokształcącego w Krośnie).

Redaguje mgr Krzysztof S. NOWIŃSKI

M 310. Z dziewięciu zapalek ułożyliśmy trójkąt o bokach 2, 3, 4. Czy można podzielić go na dwa obszary o równych polach, kładąc jeszcze dwie zapaliki? Dodatkowe zapaliki nie mogą nakładać się, ani wystawać poza trójkąt.

Rozwiązanie na str. 15

M 311. Na szachownicy o rozmiarach 5×4 stoją cztery białe gońce i cztery czarne (rys.). Należy zamienić je miejscami tak, by w trakcie przemieszczania ani razu żaden gońiec nie atakował gońca przeciwnego koloru. Gońce ruszają się na zmianę: raz biały, raz czarny.

Rozwiązanie na str. 15

M 312. — Tadek, Tadek! Pożycz cyrkiel!

— Przecież masz swój. A po co ci?

— Mam narysować trójkąt równoboczny o boku 2 cm.

Narysowałem jeden bok, ale potem cyrkiel mi spadł i tak się skrzywił, że nie mogę go złożyć. Ma rozwartość ze 4 albo 5 cm.

— A linijkę masz?

— Mam.

— No to możesz narysować swój trójkąt!

— Jak mogę narysować trójkąt równoboczny o boku 2 cm, gdy cyrkiem mogę zataczać tylko łuki cztero- czy pięciocentymetrowe?

— Możesz, możesz!

Rozwiązanie na str. 15

Redaguje mgr Tomasz TRATKIEWICZ

F 123. Tarcza z czarnym sektorem o kącie środkowym 30° (patrz rysunek) obraca się z częstotliwością 750 obr./min wokół osi przechodzącej przez środek tarczy prostopadle do jej powierzchni. Co zobaczymy na tarczy, jeżeli będziemy ją oświetlać w ciemnym pomieszczeniu światłem migającym 50 razy na sekundę? Czas trwania błysku 0,002 s. Jaka będzie odpowiedź, gdy częstotliwości obrotów wyniosą 780 obr./min i 720 obr./min?

Rozwiązanie na str. 15