

W numerze wykorzystano reprodukcje prac M. Abakanowicz, T. Brzozowskiego, J. Chważyka, S. Drózdza, J. Gielniaka, W. Golakowskiej, T. Kantora, I. Lipskiej-Zworskiej, S. Skury, A. Szapocznikow, R. Winlarskiego, I. Witza, M. Zdanowicza.

# SPIS TREŚCI

## NUMERU 4(136)

O osiągnięciach nauki po II wojnie światowej piszą:

<i>mgr Stanisław Bajtik</i> Kosmologia po wojnie	str. 3
<i>prof. dr Andrzej Białynicki-Birula</i> Teoria kategorii	str. 7
<i>mgr Jacek Choloniewski</i> Wszeczeństwo w dużej skali	str. 16
<i>doc. dr Krzysztof Ernst</i> Rewolucja laserowa	str. 4
<i>prof. dr Marian Grynberg</i> Tranzystor	str. 5
Dwuwymiarowy gaz elektronowy	str. 14
Supersieci	str. 14
<i>doc. dr Wojciech Guzicki</i> Hipoteza continuum	str. 13
<i>mgr Maciej Jędrzejczak</i> Struktura protonu	str. 10
<i>dr Tomasz Kwast</i> Człowiek na Księżycu	str. 16
Automatyczne sondy badają planety	str. 16
<i>mgr Andrzej Majhofer</i> Energia jądrowa	str. 15
<i>doc. dr Sławomir Nowak</i> Teoria kształtu	str. 5
<i>dr Krzysztof Nowiński</i> Teoria katastrof	str. 2
<i>prof. dr Stanisław Penczek</i> Polimery	str. 6
<i>prof. dr Andrzej Schinzel</i> Teoria rozmieszczenia liczb pierwszych	str. 12
<i>dr Andrzej Soltan</i> Kwazary	str. 13
<i>prof. dr Władysław Turski</i> Skutki wynalezienia komputerów	str. 1
<i>mgr Julian L. Zdunik</i> Pulsary i gwiazdy neutronowe	str. 15

ponadto  
 Mała Delta  
 Klub 44  
 Zadania  
 Patrz w niebo

„Delta”  
 matematyczno-fizyczno-astronomiczny  
 miesięcznik popularny  
 Polskiego Towarzystwa  
 Matematycznego, Polskiego  
 Towarzystwa Fizycznego i Polskiego  
 Towarzystwa Astronomicznego  
 wydawany przy poparciu  
 Ministerstwa Oświaty i Wychowania

Komitet Redakcyjny  
 dr Jerzy Brojan  
 dr Maciej Bryński  
 dr Bogdan Cichoński  
 dr Alicja Derkowska  
 doc. dr Jan A. Gaj  
 doc. dr Bolesław Gleichgewicht  
 doc. dr Tadeusz Jarzębowski  
 doc. dr Marcin Kubiak  
 mgr Andrzej Mąkowski  
 dr Zbigniew Płochocki — v-przewodniczący  
 dr Jan Rempala  
 prof. dr Konrad Rudnicki  
 prof. dr Grzegorz Sitarski  
 prof. dr Józef I. Smak  
 prof. dr Kazimierz Stępień  
 prof. dr Mieczysław Subotowicz  
 dr Michał Szurek  
 doc. dr Andrzej Szymacha  
 doc. dr Aniela Wolska  
 prof. dr Andrzej Woszczyk —  
 prof. dr Wojciech Zakowski —  
 przewodniczący

Redaguje kolegium w składzie:  
 mgr inż. Krzysztof Biesaga  
 mgr Maciej Jędrzejczak — z-ca red. nac.  
 mgr Krystyna Kordos — sekr. red.  
 dr Marek Kordos — red. nac.  
 dr Tomasz Kwast — z-ca red. nac.  
 mgr Andrzej Majhofer  
 mgr Anna Rudnik  
 mgr Ewa Ryllowa  
 dr Jerzy Ryll  
 mgr Joanna Udalska  
 mgr Jan Zalewski

Adres Redakcji  
 ul. Koszykowa 6a  
 00-564 Warszawa  
 tel. 21-19-85

Krajowe Wydawnictwo Czasopism  
 RSW „Prasa—Książka—Ruch”  
 ul. Noakowskiego 14  
 00-666 Warszawa  
 tel. centr. 25-72-91 do 93  
 Biuro Reklam i Propagandy  
 tel. 25-56-26  
 Nakład 30 000 egz. Objętość 2 ark. wyd;  
 2,50 ark. druk;  
 papier offsetowy V kl. 70 g.  
 Wydrukowano w drukarni  
 im. Rewolucji Październikowej  
 Warszawa, ul. Mińska 65.  
 Nr zam. 67/85. N-57

### WARUNKI PRENUMERATY

Cena prenumeraty rocznej zł 240,— cena prenumeraty półrocznej zł 120,—

- dla osób prawnych — instytucji i zakładów pracy:  
 — instytucje i zakłady pracy zlokalizowane w miastach wojewódzkich i pozostałych miastach, w których znajdują się siedziby oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch”, zamawiają prenumeratę w tych oddziałach,  
 — instytucje i zakłady pracy zlokalizowane w miejscowościach, gdzie nie ma oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch” i na terenach wiejskich opłacają prenumeratę w urzędach pocztowych i u doręczycieli.
- dla osób fizycznych — indywidualnych prenumeratorów:  
 — osoby fizyczne zamieszkałe na wsi i w miejscowościach, gdzie nie ma oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch”, opłacają prenumeratę w urzędach pocztowych i u doręczycieli,  
 — osoby fizyczne zamieszkałe w miastach — siedzibach oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch” opłacają prenumeratę wyłącznie w urzędach pocztowych nadawczo-oddawczych właściwych dla miejsca zamieszkania prenumeratora. Wpłaty dokonują używając „blankietu wpłaty” na rachunek bankowy miejscowego oddziału RSW „Prasa-Książka-Ruch”.
- Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę przyjmuje RSW „Prasa-Książka-Ruch”, Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto NBP XV Oddział w W-wie Nr 1153-201045-139-11. Prenumerata ze zleceniem wysyłki za granicę pocztą zwykłą jest droższa od prenumeraty krajowej o 50% dla zleceńców indywidualnych i o 100% dla zlecających instytucji i zakładów pracy.

Terminy przyjmowania prenumeraty na kraj i za granicę:  
 — do dnia 10 listopada na I kwartał, I półrocze roku następnego oraz cały rok następný,  
 — do dnia 1-go każdego miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty roku bieżącego,

### Sprzedaż numerów bieżących i uprzednich

Instytucje państwowe i społeczne, zakłady pracy, szkoły i czytelnicy indywidualni mogą nabywać „DELTE”:  
 — w Księgarni Ośrodka Wydawnictw Naukowych PAN, Warszawa — Pałac Kultury,  
 — w Głównej Księgarni Naukowej, Warszawa — ul. Krakowskie Przedmieście 7,  
 — w Księgarni Ossolineum, Wrocław — Rynek 8,  
 — w Księgarni Naukowej, Kraków — Podwale 6.

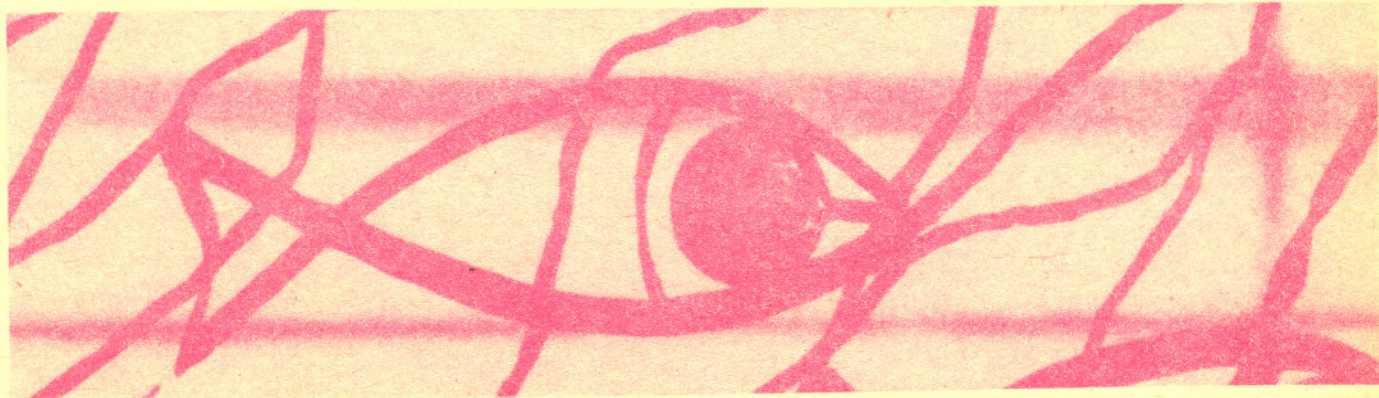
Orders for this periodical from abroad can be placed with „Ars Polona” Krakowskie Przedmieście 7, 00-068 Warszawa, Poland or with  
 — Kubon & Sagner, Inhaber Otto Sagner, D8 München 34, Postfach 68, Bundesrepublik Deutschland,  
 — Earlcourt Publications Ltd., 130 Shepard Bush Centre, London W12, Great Britain,  
 — Licosa Commissionaria Sansoni, Via Lamarmora 45, 50 121 Firenze. Italia.

Cena 1 egzemplarza zł 20,—

W następnym numerze:  
**Elipsy**

Wojny światowe do tego stopnia różniły się od innych wojen, że skłonni jesteśmy okres ostatnich czterdziestu lat zwać okresem pokoju, choć nie było przecież dnia, by nie toczyła się gdzieś przynajmniej jedna wojna.

Pytanie, co z tym pokojem zrobiliśmy, jest niesłychanie szerokie. Jeśli zawęzić je tylko do pytania, jak zostało powojenne czterdziestolecie wykorzystane przez naukę światową, odpowiedzi nasuwają się od razu. Biologowie odkryli spiralę DNA (Watson, Crick, Wilkins — Nobel 1962). Lekarze skonstruowali sztuczną nerkę (Kolff — 1945) i sztuczne płuco-serce (pierwsza operacja z jego użyciem: Gibbon — 1955), przeprowadzili transplantację serca (Barnard — 1967). A czego dokonano w najbliższych *Delcie* jej macierzystych naukach? Ten numer stara się przedstawić to, co naszym zdaniem było najistotniejsze.



## Skutki wynalezienia komputerów

Wynalazek programowanych urządzeń przetwarzania informacji — popularnie zwanych komputerami — należy do niewielu, którym przyszli dziejopisarze zapewne jednomyślnie będą nadawać miano epokowego. Prawie wszystkie inne wynalazki tej rangi są bezimienne i dokonane zostały bardzo dawno. Ujarzmienie ognia, maszyny proste, uprawa roli, pismo, wytop metali, motor zasilany energią, której dopływ człowiek potrafi dozować — to przykłady innych wynalazków tej samej klasy. (Nie wiem, czy potrafiłbym wyliczyć wiele więcej!) Każdy wynalazek tej rangi ulegał w toku dziejów licznym usprawnieniom, czasem bardzo istotnym, powstawały ich różne warianty i pochodne. Konkretnie urządzenia techniczne i powołane do ich eksploatacji urządzenia społeczne, oparte na takich epokowych wynalazkach, kształtowały się przez wieki, a przynajmniej — przez dziesięciolecia. Rzadko kiedy między skonstruowaniem urządzenia a jego pełną społeczną akceptacją i przysposobieniem upływało mniej niż dwa-trzy pokolenia. Nawet stosunkowo nowe wynalazki techniczne: radio, telewizja, samolot rozpowszechniły się dopiero po 20—30 latach od skonstruowania udanych prototypów.

Tymczasem komputery w ciągu 40 lat swego istnienia nie tylko przebyły drogę od udanych prototypów do masowego rozpowszechnienia (mniej więcej co drugie brytyjskie dziecko w wieku 12—15 lat ma w domu komputer, wielokrotnie wydajniejszy od eksperymentalnych maszyn cyfrowych z lat czterdziestych i pięćdziesiątych), lecz także przekroczyły wszelkie granice zastosowań, jakie im zakreślali twórcy prototypów, wielokrotnie przy tym zmieniając dziedzinę swej użyteczności (tym właśnie komputer różni się bardzo np. od samolotu, który mimo wielu ważnych udoskonaleń ciągle służy do tego samego). Na dobrą sprawę, komputery już dawno wymknęły się ludzkiej kontroli, w tym sensie, że nie ma dziś nikogo, kto by ośmielił się określić granice ich zastosowań.

Nie miejsce tu na przedstawianie jałowego zresztą — moim zdaniem — sporu o to, czy komputery mogą myśleć (jałowość tego sporu wynika z braku ostrej definicji „myślenia”, która byłaby niezależna od istoty kwestii: argumentacja zazwyczaj sprowadza się do dłuższego czy krótszego cyklu *idem per idem*). W każdym razie sam fakt, że oto dysponujemy urządzeniami do przetwarzania informacji, prowokuje człowieka do przedstawiania coraz to nowych obszarów działalności uważanej uprzednio za „umysłową” w postaci nadającej się do stosowania komputerów. Uznać, że proces ten napotka nieprzekraczalną bariery, to nie to samo, co stwierdzić, że „komputery nie potrafią myśleć”. Przeciwnie, to raczej stwierdzić, że zdolności intelektualne człowieka są ograniczone. Z drugiej strony, uznając, że zakres wprowadzania komputerów do działalności uprzednio uznawanej za umysłową jest nieograniczony, wcale nie czuję się zmuszony przyznać, że „komputery myślą”, bo — przynajmniej

dotychczas — każde udane zastosowanie komputerów poprzedzone jest bardzo wyteżoną pracą twórczą człowieka przygotowującego to zastosowanie.

Istota rewolucji komputerowej polega na tym, że człowiek zyskał możliwość uwolnienia się od dobrze opanowanych — zrutynizowanych — czynności przetwarzania informacji, a tym samym powstała silna motywacja dogłębnego poznawania (a niekiedy — tworzenia) zasad rządzących przetwarzaniem informacji. Proces myślenia, uprzednio będący przedmiotem dociekań filozofów, traktujących go zresztą w nader ogólnych kategoriach, psychologów, poszukujących jego ogólnych „mechanizmów” i neurofizjologów, próbujących utożsamić „myślenie” z tymi czy innymi zjawiskami fizyko-chemicznymi zachodzącymi w mózgu i jego składowych, ten więc najbardziej ludzki proces stał się przedmiotem badań praktycznych, przynoszących bezpośrednie, realne korzyści.

Ściśle powiedziawszy, rzetelny informatyk nie będzie twierdził, że bada procesy myślowe jako takie. Informatyk konstruuje zasady rachunku, który może być wykonywany automatycznie, dając wyniki zgodne z tym, czego w danych okolicznościach można by się spodziewać po pracy umysłowej. To zaś, czy i w jakim stopniu sam rachunek przebiega podobnie do postępu procesu myślowego, jest pytaniem spoza zakresu kompetencji informatyka.

Pytanie o to, co komputery potrafią robić dziś, jest więc *de facto* pytaniem o to, dla jakich klas problemów przetwarzania informacji dysponujemy już skutecznymi procedurami rachunkowymi. Odpowiedź na to pytanie jest dość zaskakująca, gdyż za pomocą komputerów rozwiązuje się wiele problemów, które bez użycia maszyn cyfrowych byłyby nie do rozwiązania. Oto garść przykładów: sterowanie raketami w czasie lotu, bieżąca analiza i rekonstrukcja obrazu tomograficznego, bieżąca rejestracja i ewidencja rezerwacji miejsc w samolotach pasażerskich na całym świecie, empiryczne badanie hipotez dotyczących ewolucji gwiazd i galaktyk, sterowanie łącznością telefoniczną i wystawianie rachunków za telefon, bieżąca — w czasie pisania — kontrola ortograficzna i układanie graficzne setek tysięcy listów i opracowań dziennie, nadzór i sterowanie przepływem energii elektrycznej w sieciach państwowych i kontynentalnych, codzienne saldowanie setek milionów kont bankowych na całym świecie. Gdyby nagle wszystkie komputery na Ziemi zepsuły się, cywilizacja nie przetrwałaby już tego ciosu, nawet jeśli pominiemy konsekwencje chaosu, jaki nieuchronnie zapanowałby w systemach obronnych wielkich mocarstw.

Nigdy jeszcze ludzkość nie zetknęła się z takim zjawiskiem: uzależnienie cywilizacji od urządzeń zupełnie nie znanych jeszcze przed dwoma pokoleniami. A przy tym, będąc uzależnieni od komputerów nie „czujemy” ich dobrze, gdyż pełna akceptacja emocjonalna wymaga znacznie dłuższego czasu niż rozwiązania techniczne.

Naturalnie, podobne uwagi można było zrobić już u zarania epoki komputerowej, powiedzmy, w latach pięćdziesiątych. Filozoficzno-społeczna istota zagadnienia nie uległa pozornie jakościowej zmianie. Zmieniła się natomiast technologia. Dzięki wynalazieniu najpierw tranzystorów, a potem układów scalonych komputery potaniały tak bardzo, że wcale poważne maszyny są kupowane na użytek domowy, a drogie, jednostkowe superkomputery mają niewyobrażalną wprost moc obliczeniową. To zmiany technologiczne właśnie spowodowały zmianę skali problemu: Komputer przestał być li tylko narzędziem specjalisty, stał się sprzętem domowym. „Człowiek” — jako podmiot działań wspomaganych przez komputer — nie oznacza już tylko uczonego czy dyrektora dużej firmy, „człowiek” oznacza w tym kontekście ucznia, sklepikarza, maszynistkę i właściwie każdego obywatela cywilizowanego świata.

Co więcej, już dziś wiemy na pewno, że ekspansja komputerów nie kończy się z ich wejściem do naszych mieszkań. Mikroprocesory pojawiają się w roli elementów sterujących i pomiarowych niezliczonych innych urządzeń: aparatów fotograficznych, obrabiarek, samochodów, aparatów radiowych, żelazek, aparatury medycznej, maszyn budowlanych, sprzętu laboratoryjnego, robotów przemysłowych, ba, nawet suwmiarek i kociolków do gotowania jajek na miękko!

Wszystko wskazuje na to, że na oczach dwu-trzech pokoleń od wynalazienia komputerów nastąpiła radykalna zmiana cywilizacyjna. Proces zmian cywilizacyjnych, dostrzegany dotychczas tylko w perspektywie historycznej, uległ gwałtownemu przyspieszeniu, świat dzieci przestaje być podobny do świata rodziców. Wcale nie jestem przekonany, czy ludzkość potrafi sobie z tym poradzić lepiej niż na przykład z energią jądrową.



## Teoria katastrof

U podstaw matematycznej koncepcji teorii katastrof (stworzonej przez R. Thoma) leży analiza wzajemnej zależności między odpowiednio określonymi relacjami „bliskości” i „podobieństwa” obiektów ustalonego typu.

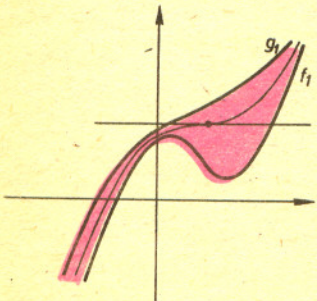
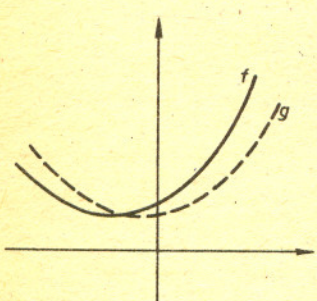
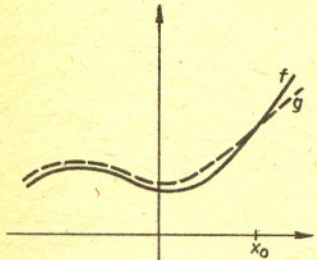
Rozpatrując jako przykład funkcje rzeczywiste na prostej możemy mówić, że funkcje  $f$  i  $g$  są „bliskie”, gdy zarówno  $|f-g|$ , jak i  $|f'-g'|$  oraz  $|f''-g''|$  są ograniczone z góry przez małą liczbę  $\epsilon$ . Z kolei o „podobieństwie”  $f$  i  $g$  w okolicy punktu  $x_0$  możemy mówić, gdy  $g$  można otrzymać z  $f$  odwracalnymi i mało różniącymi się od tożsamości zamianami zmiennych: niezależnej  $x \rightarrow \bar{x}$  i zależnej  $y \rightarrow \bar{y}$ , tzn. gdy  $g(\bar{x}) = f(x)$ . Myśląc o różnicy  $g-f$  jako o „zaburzeniu” funkcji  $f$  możemy zauważyć, że w ważnych przypadkach monotoniczności  $f$  w otoczeniu  $x_0$  oraz w przypadku zwykłego minimum lub maksimum w  $x_0$  ( $f'(x_0) = 0$ ,  $f''(x_0) \neq 0$ ) małe zaburzenie  $f$  prowadzi do funkcji podobnej do pierwowzoru — mówimy, że punkt monotoniczności  $f$  oraz minimum i maksimum są strukturalnie stabilne. Łatwo o dalsze przykłady: strukturalnie stabilne będzie np. przecięcie dwóch krzywych płaskich pod niezerowym kątem lub „siodło” pola wektorowego na płaszczyźnie. Wspaniała trafność powyższego określenia stabilności strukturalnej zaproponowanego przez René Thoma wynika z dwóch prostych faktów. Z jednej strony obiekty strukturalnie niestabilne („wrażliwe na zakłócenia”) tworzą zwykle zbiór bardzo „cienki” — taki, jak krzywa czy powierzchnia w przestrzeni: obiekt wybrany „na chybił-trafił” będzie niemal na pewno stabilny. Z drugiej strony, podobnie jak w przedstawionym wyżej przykładzie, relacja podobieństwa dzieli continuum obiektów strukturalnie stabilnych na dyskretną rodzinę „typów strukturalnych” — u nas będą to: „punkt malenia funkcji”, „punkt rośnięcia”, „maksimum” i „minimum” lokalne.

Wynika stąd, że wprawdzie nie potrafimy opisać w sposób pełny konkretnego obiektu: opis dowolnej funkcji wymagałby dostarczenia nieskończonej ilości informacji, jednak możemy przekazując informację „skończoną” scharakteryzować jego typ podobieństwa.

Teoria katastrof idzie jeszcze o krok dalej: można bowiem badać nie tylko izolowane obiekty danego typu, lecz całe ich rodziny sparametryzowane jednym czy kilkoma parametrami; o ile funkcja, której dwie pierwsze pochodne znikają w pewnym punkcie, jest czymś wyjątkowym, to w rodzinie funkcji sparametryzowanej, np. współczynnikiem rzeczywistym, funkcje takie mogą już się znajdować w sposób stabilny, jak na przykład w przypadku rodziny funkcji zawierającej  $f_1$  i  $g_1$ .

Elementarna teoria katastrof to właśnie teoria opisująca kilku — (jedno- do cztero-) parametrowe rodziny funkcji klasyfikowane ze względu na ich strukturalnie stabilny typ. Funkcje z tych rodzin interpretuje się zwykle jako funkcje energii potencjalnych jakiegoś układu, a „rodzenie się” lub „znikanie” minimów potencjału opisuje gwałtowne, „katastrofalne” zmiany stanu układu przy nieznacznych, gładkich zmianach parametrów.

A modele? Entuzjaści teorii znajdują je wszędzie — od prostych układów mechanicznych przez systemy termodynamiczne, fizjologiczne, aż do językowych i społecznych. Ale to już zupełnie inna historia.



**Rozwiązanie zadania F 170.** Podczas gdy środek ciężkości kuli podnosi się, środek ciężkości cieczy się obniża. Zmiana energii potencjalnej układu kula-ciecz po przejściu przez kulę drogi  $s$  jest równa  $Mgs - mgs$ , gdzie  $m$  masa kuli, a  $M$  masa wypartej przez kulę cieczy.

Z zasady zachowania energii

$$Mgs - mgs = T_1 + T_2,$$

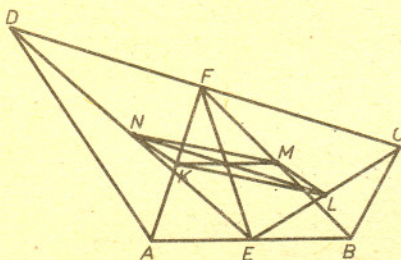
gdzie  $T_1$  — energia kinetyczna uzyskana przez kulę, a  $T_2$  — energia kinetyczna uzyskana przez ciecz.

Jeśli kula porusza się z przyspieszeniem  $a$ , to

$$T_1 = mas \text{ i } a = \frac{Mg - mg}{m} - \frac{T_2}{ms},$$

a więc  $a$  nie jest stałe. Wynika stąd, że siła działająca na wpływającą kulę ze strony nielepkiej cieczy jest mniejsza od siły wyporu.

**Rozwiązanie zadania M 397.** Oznaczmy środki odcinków  $AF$ ,  $CE$ ,  $BF$ ,  $DE$  odpowiednio przez  $K$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $N$ .  $EF$  jest środkową trójkątów  $ELN$  i  $FKM$  i przecina się z każdym z odcinków  $KM$  i  $LN$  w jednym punkcie — środku  $EF$ . Stąd wynika teza (odcinki  $KM$  i  $LN$  mają wspólny środek).



**Rozwiązanie zadania M 395.** Dla  $n = 0$  teza zadania jest oczywista. Przypuśćmy teraz, że spośród dowolnych  $2^{n+1} - 1$  liczb całkowitych można wybrać  $2^n$  liczb o sumie podzielnej przez  $2^n$ . Rozważmy pewien zbiór  $2^{n+2} - 1$  liczb i wybierzmy spośród nich  $2^n$  liczb o sumie podzielnej przez  $2^n$ , spośród pozostałych liczb znów wybierzmy  $2^n$  liczb o tej samej własności; z pozostałych  $2^{n+1} - 1$  liczb możemy dokonać wyboru trzeciego zbioru  $2^n$  liczb o sumie podzielnej przez  $2^n$ . Weźmy teraz dwa spośród tych zbiorów, dla których sumy elementów dają te same reszty przy dzieleniu przez  $2^{n+1}$  (możliwe są tylko dwie reszty: 0 i  $2^n$ ). Suma  $2^{n+1}$  liczb z tych dwóch zbiorów jest podzielna przez  $2^{n+1}$ , co kończy krok indukcyjny.  $2^{n+1} - 2$  elementowym zbiorem, dla którego nie istnieje żądany wybór, jest zbiór złożony z  $2^n - 1$  liczb podzielnych przez  $2^n$  i  $2^n - 1$  liczb dających resztę 1 przy dzieleniu przez  $2^n$ , np.  $2^n - 1$  zer i tyleż jedynek.

Burzliwy rozwój kosmologii rozpoczął się na początku XX wieku, po ogłoszeniu przez Einsteina (w 1916 roku) ogólnej teorii względności. Wkrótce potem znaleziono pierwsze kosmologiczne rozwiązania podanych przez niego równań pola. Prawie w tym samym czasie odkryto galaktyki i stwierdzono, że oddalają się od nas tym szybciej, im dalej się znajdują (prawo Hubble'a). Duża ilość danych obserwacyjnych i prac teoretycznych spowodowała, że w okresie powojennym kosmologia nie tylko stała się nauką w pełnym tego słowa znaczeniu, ale jest jedną z najszybciej rozwijających się.

Pierwsze 20 lat po wojnie to okres, w którym trwały spory o to, czy Wszechświat podlega ewolucji w czasie, czy też jego obserwowane cechy są niezienne. Najprostsze, jednorodne i izotropowe modele kosmologiczne przewidują, że początkowo materia wypełniająca Wszechświat była w stanie osobliwym — o nieskończonej gęstości i temperaturze — a następnie, w miarę rozszerzania stygła i rozrzedzała się. W 1948 roku Alpher, Bethe i Gamow przyjmując model gorącego Wszechświata przewidzieli istnienie relikowego promieniowania tła, o widmie charakterystycznym dla ciała doskonale czarnego. Model gorącego Wielkiego Wybuchu nie został przyjęty od razu. Przewidywany na jego podstawie wiek Wszechświata byłby zbyt krótki w porównaniu z wiekiem izotopów w skorupie Ziemi i meteoritach. Również fakt ewolucji i początkowy stan osobliwy budziły zastrzeżenia. Próbuąc rozszerzyć Zasadę Kosmologiczną (mówiącą, że obserwowane cechy Wszechświata nie zależą od położenia obserwatora) do postaci Doskonałej Zasady Kosmologicznej (mówiącej, że cechy te nie zależą również od czasu) Bondi, Gold i Hoyle w 1948 roku zaproponowali model stanu stacjonarnego, w którym parametry Wszechświata (np. średnia gęstość materii) były niezienne, a efekt ekspansji równoważyła ciągła kreacja materii, w tempie jednej cząstki o masie protonu w jednym litrze objętości na miliard lat.

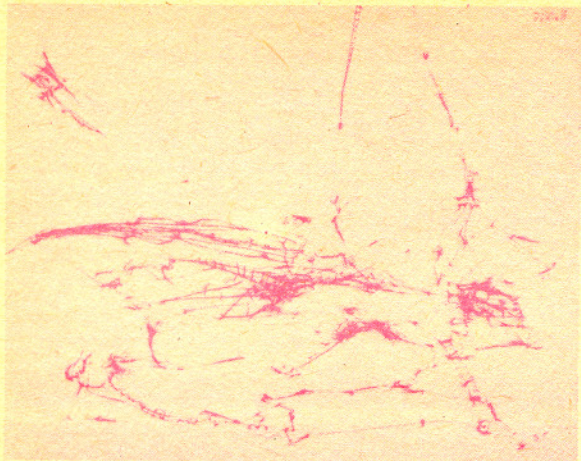
W 1952 r. Baade odkrył, że istnieją dwa typy cefeid o różnych zależnościach okresu od jasności. Doprowadziło to do 2,6-krotnego zwiększenia wyznaczonych odległości do galaktyk i zwiększenia przewidywanego wieku Wszechświata. Problem wieku Wszechświata został całkowicie rozwiązany, gdy w 1958 r. Sandage odkrył, że obiekty uznane przez Hubble'a za galaktyki są obszarami HII — skupiskami gwiazd, otoczonych przez plazmę, leżącymi w naszej Galaktyce. Odkrycie to spowodowało dalsze 2,2-krotne zwiększenie skali odległości i wieku Wszechświata.

Odkrycie przez Penziasa i Wilsona w 1965 r. mikrofalowego promieniowania tła było punktem zwrotnym w rozwoju kosmologii. Zapoczątkowało drugie powojenne dwudziestolecie, w którym kolejne odkrycia obserwatorów i prace teoretyków doprowadziły do niemal powszechnego przyjęcia teorii gorącego Wielkiego Wybuchu. Za swoje odkrycie Penzias i Wilson otrzymali w 1978 r. Nagrodę Nobla. Teoria gorącego Wielkiego Wybuchu oparta jest na trzech faktach obserwacyjnych: ucieczce galaktyk (prawo Hubble'a), składzie chemicznym materii (szczególne znaczenie mają obfitości deuteru,  $^4\text{He}$ ,  $^7\text{Li}$ ), istnieniu i własnościach promieniowania tła. Promieniowanie tła, o temperaturze 3 K, zawiera w sobie informację o rozkładzie materii w chwili, gdy temperatura plazmy wypełniającej Wszechświat wynosiła około trzech tysięcy kelwinów. W 1966 roku opisano, jak w warunkach kosmologicznych w gorącym Wszechświecie powstają lekkie izotopy.

Obawy, że początkowa osobliwość jest konsekwencją założeń o jednorodności i izotropii przestrzeni osłabły, gdy w 1968 r. Hawking, Ellis i Penrose pokazali, że osobliwości pojawiają się w rozwiązaniach równań Einsteina, nawet bez założenia wysokiej symetrii czasoprzestrzeni.

Ostatnie lata przyniosły nowe dane o rozkładzie materii we Wszechświecie w wielkich skalach. Wiadomo było, że galaktyki skupione są w gromadach o rozmiarach kilku megaparseków. Obecnie trójwymiarowa analiza rozkładu galaktyk i gromad pokazuje, że istnieją jeszcze większe struktury (nazywane supergromadami) o rozmiarach kilkudziesięciu megaparseków. Pomiedzy nimi występują ogromne (o podobnych rozmiarach) niemal zupełnie puste obszary. Nie przeczy to założeniom o jednorodności i izotropii Wszechświata, jako że rozmiary obserwowanej przez nas części Wszechświata wynoszą kilka tysięcy megaparseków. Problem pochodzenia i ewolucji obserwowanej wielkoskalowej struktury jest do dzisiaj nie rozwiązany.

Od kilku lat bardzo intensywnie rozwija się współpraca fizyków cząstek elementarnych z kosmologami. Warunki panujące we wczesnych etapach ewolucji Wszechświata dostarczają często jedynych możliwości sprawdzania najnowszych teorii cząstek elementarnych czy teorii unifikujących oddziaływania. Intrygujący problem: dlaczego gwiazdy i galaktyki zbudowane są z materii, a antymaterię spotykamy tylko w warunkach laboratoryjnych — został rozwiązany w ramach teorii unifikującej oddziaływania słabe i elektromagnetyczne.



## Revolucja laserowa w optyce

Revolucja laserowa, jak zwykle się już określać okres eksplozji nowych technik i metod badawczych, otworzyła również nowe i nie wykorzystane jeszcze w pełni możliwości zastosowań w wielu różnych dziedzinach nauki, techniki, a nawet życia codziennego. Zajmijmy się jednak badaniami optycznymi.

One to właśnie doprowadziły do zbudowania pierwszych laserów przez Maimana i Javana. Zasadnicza różnica między konwencjonalnymi i laserowymi źródłami promieniowania polega na tym, że w pierwszych dominują procesy emisji spontanicznej, podczas gdy w drugich procesy emisji wymuszonej przez obecność w układzie promieniowania. Aby uzyskać akcję laserową, musimy zatem z jednej strony przygotować odpowiednio promieniujący ośrodek, z drugiej zaś zapewnić dużą gęstość promieniowania wymuszającego. Pierwszy warunek realizujemy wzbudzając większość atomów ośrodka do stanu o wyższej energii. W tak przygotowanym ośrodku procesy emisji dominują nad procesami absorpcji promieniowania. Drugi warunek osiągamy umieszczając ośrodek wewnątrz rezonatora optycznego, którym w najprostszym przypadku mogą być dwa płaskie i równoległe do siebie zwierciadła. W konsekwencji możemy uzyskać promieniowanie o nieosiągalnych przedtem parametrach.

Wymieńmy tu przykładowo uzyskiwanie bardzo wąskich spektralnie linii gigantycznej mocy, subpikosekundowych impulsów, wiązek o wysokim stopniu spójności czy też możliwości strojenia.

Niezwykle szybki rozwój badań przy zastosowaniu nowych, jakościowo różnych źródeł promieniowania doprowadził do wykształcenia się nowej dziedziny zwanej spektroskopią laserową. Rozwiązała ona szereg bardzo ważnych, a nawet kluczowych zagadnień niemożliwych do rozwiązania metodami spektroskopii klasycznej, a także postawiła nowe, niezwykle atrakcyjne problemy badawcze.

Zacznijmy od sprawy związanej z zasadniczym ograniczeniem spektroskopii klasycznej. Jak wiadomo, atomy (cząsteczki) emitują promieniowanie o określonych częstościach charakterystycznych. Każda z takich emitowanych linii widmowych scharakteryzowana jest ponadto przez wielkość zwaną szerokością naturalną linii związaną z rozkładem wypromieniowanego natężenia w zależności od częstości. Jeśli rozpatrzmy jednak promieniowanie pochodzące od zbioru atomów w fazie gazowej, a tym samym będących w ciągłym ruchu, to częstości zmierzone przez obserwatora, a dokładniej przez przyrząd pomiarowy, będą w wyniku efektu Dopplera różne od częstości emitowanych. Różnica między nimi dla każdego atomu zależy od składowej jego prędkości w kierunku wysłanego promieniowania.

Wszelkie zatem pomiary wykonywane na zbiorze atomów, a rozumowanie powyższe dotyczy również absorpcji, nie mogą wnikać w strukturę badanego widma głębiej, niż pozwala na to poszerzenie linii wynikające z efektu Dopplera. Częstość promieniowania ( $\nu$ ) w obszarze widzialnym jest rzędu  $10^{15}$  Hz, a typowa szerokość dopplerowska ( $\Delta\nu_D$ ) w tym zakresie rzędu  $10^9$  Hz i tym samym czynnik określający dokładność naszych pomiarów  $\nu/\Delta\nu_D$  wyniesie  $10^6$ .

Wykorzystanie laserów pozwala na wybranie do pomiaru tylko tych atomów, których składowa prędkość w kierunku wiązki wynosi zero, a w konsekwencji na zwiększenie czynnika określającego zdolność rozdzielczą do wartości  $10^{10}$ . Co więcej, rozwijające się techniki „chłodzenia” atomów i pułapkowania jonów pozwalają prawie całkowicie zatrzymać badane obiekty. Metoda „chłodzenia” polega na wzbudzeniu laserem o odpowiednio dobranej częstości linii tylko tych atomów, których składowa prędkość wzdłuż wiązki skierowana jest przeciwnie do kierunku jej propagacji. Każdy akt absorpcji związany jest z przekazaniem pędu fotonu atomowi, a wielokrotnie powtórzenie tego procesu związane każdorazowo z szybko następującą po nim emisją prowadzi w efekcie do znacznego spowolnienia atomów. Stanowi to kolejny krok do powiększenia zdolności rozdzielczej.

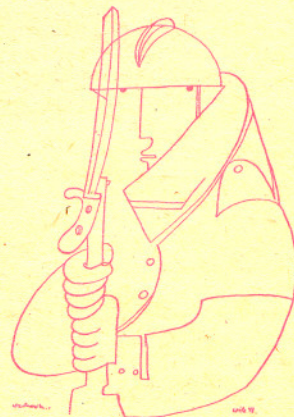
Zastosowanie laserów pozwala również na kolosalną poprawę czułości wynikającą zarówno z selektywności (wąska linia i możliwość strojenia), jak i intensywności (odpowiednia moc) wzbudzenia. Dzięki temu jesteśmy już w stanie wykrywać pojedyncze atomy, a przykładem niech będzie tu eksperyment, w którym stwierdzono obecność jednego atomu cezu w atmosferze  $10^{19}$  atomów argonu.

Spektroskopia laserowa podjęła badania zupełnie nowych obiektów fizycznych. Za takie możemy na przykład uważać atomy wzbudzone do bardzo wysokich stanów energetycznych zwanych stanami rydbergowskimi. Warto tu sobie uświadomić, że atom wzbudzony do stanu o wartości głównej liczby kwantowej  $n=100$  ma rozmiary rzędu 0,01 mm i jest gigantem wobec atomu w stanie podstawowym, jako że stosunek ich wielkości wynosi około  $10^5$ .

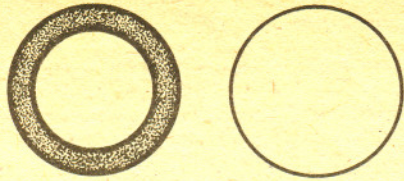
Wykorzystanie olbrzymich gęstości mocy uzyskiwanych przy użyciu laserów impulsowych umożliwiło badanie zjawisk nieliniowych, takich jak np. wzbudzenie wielofotonowe czy też generacja wyższych harmonicznych. Powstała i niezwykle się rozwinęła nowa dziedzina badań zwana optyką nieliniową. O wielkości uzyskiwanych mocy niech świadczy fakt, że istnieją już systemy laserowe wytwarzające w nanosekundowych impulsach moce rzędu setek terawatów ( $1 \text{ TW} = 10^{12} \text{ W}$ ). Dla porównania dodajmy, że moc wytwarzana przez wszystkie elektrownie świata jest rzędu 1 TW.

Wspomnijmy jeszcze o innej właściwości promieniowania laserowego, jaką jest spójność, podając jako przykład jej wykorzystania holografie, zwaną popularnie trójwymiarową fotografią. Pozwala ona na zapis pełnej (nie tylko amplitudowej, ale i fazowej) informacji o złożonym czole fali padającej. Odtworzenie takiej rejestracji (hologramu) przez oświetlenie wiązką światła (już niekoniecznie laserowego) daje pełny trójwymiarowy obraz „holografowanego” obiektu.

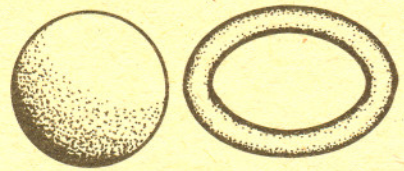
Ten bardzo wrywkowy przegląd możliwości wykorzystania laserów, oczywiście bardzo daleki od wyczerpania zagadnienia, daje pewne wyobrażenie o skali postępu, jaki dzięki nim nastąpił w optyce. Perspektywy zastosowania laserów w wielu dziedzinach nauki i techniki pozostają ciągle olbrzymie. Istnieją również możliwości dalszej poprawy ich parametrów, a także rozciągnięcie na nowe obszary widmowe (np. promienie X). Od konstrukcji pierwszego lasera minęło już ćwierć wieku i optyka z wielką radością powitałaby nowe, tak stymulujące dalsze badania odkrycia.



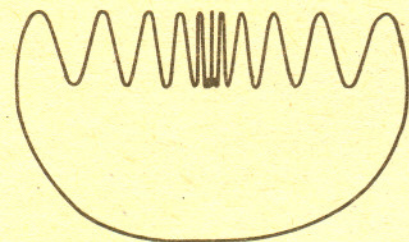
## Teoria kształtu



Okrąg i pierścień kołowy mają te same własności homotopijne i ten sam kształt.



Powierzchnia sfery i torus mają inne kształty niż okrąg.



Tak zwany okrąg warszawski ma inne własności homotopijne niż okrąg, ale ma ten sam kształt.

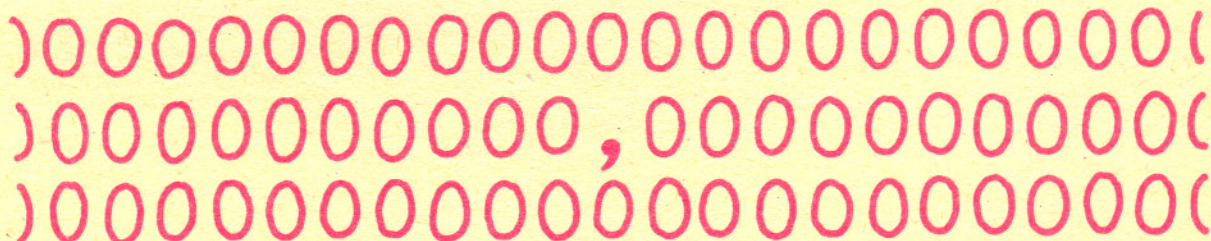
W latach trzydziestych i czterdziestych powstała teoria homotopii. Jej twórcy (m.in. Witold Hurewicz, matematyk amerykański polskiego pochodzenia) zbudowali aparat do badania globalnych własności wielościanów, między innymi do opisu i klasyfikacji rozmaitych typów „dziur” w figurach geometrycznych. Z formalnego punktu widzenia teoria homotopii może badać wszystkie przestrzenie (także dużo gorsze niż wielościany), lecz w przypadku zbiorów o bardziej skomplikowanej budowie wywiązuje się ona z tego zadania nie najlepiej. Coraz potrzebniejsze były w topologii dobre i dostatecznie ogólne metody do badania własności globalnych. Matematycy różnie sobie z tym radzili, stosowali rozmaite wybiegi. Przed ukazaniem się w 1968 roku pracy Karola Borsuka pt. *Homotopy properties of compacta* nikt nie usiłował takiej ogólnej metody stworzyć.

Praca Borsuka była pierwszą publikacją z teorii kształtu. Od tej pory napisano już na ten temat kilkaset prac i trzy monografie, z dużym udziałem polskich matematyków. Teoria kształtu jest działem topologii ściśle związanym z intuicją. Porównujemy w niej dowolny zbiór ze wszystkimi wielościanami. W przypadku podzbiorów przestrzeni  $E^n$  sprowadza się to do badania własności homotopijnych wszystkich wielościanowych otoczeń tego podzbioru. Borsuk pokazał, że domknięte, ograniczone i spójne podzbiory  $E^2$  mają z punktu widzenia teorii kształtu te same własności (mają ten sam kształt) wtedy i tylko wtedy, gdy rozcinają  $E^2$  na tę samą liczbę składowych.

Od pierwszych chwil istnienia teoria kształtu spotkała się z żywym zainteresowaniem topologów na całym świecie. Na szczególne wyróżnienie zasługują twierdzenia udowodnione przez amerykańskiego matematyka Chapmana. Mówią one, że dla zbiorów zwartych  $X$  i  $Y$  dobrze położonych w  $E^n$  równość kształtów  $X$  i  $Y$  jest równoważna istnieniu homeomorfizmu między ich dopełnieniami. Fakty te umożliwiły, chyba po raz pierwszy w historii topologii, stosowanie metod wypracowanych przez teorię homotopii do zagadnień czysto topologicznych (istnienie homeomorfizmu). Nie jest to jedyny przykład wskazujący, że teoria kształtu jest bardzo wygodnym aparatem i językiem do badania oraz opisu pewnych zjawisk w klasycznej topologii i to nawet gdy ograniczamy się do obiektów o bardzo dobrej i prostej budowie.

Okazuje się między innymi, że o tym, czy funkcja ciągła  $f: X \rightarrow Y$  ma dostatecznie dobre własności (np. jest homotopijną równoważnością, czy też daje się aproksymować przez homeomorfizmy) decydują tylko własności przeciwobrazów punktów z  $Y$ , tj.  $f^{-1}(y)$ .

Podobnie podzbiór zwarty  $E^n$  daje się aproksymować przez podzbiory otwarte homeomorficzne z ustalonym podzbiorem otwartym  $E^n$ , jeśli ma dobre własności kształtowe.

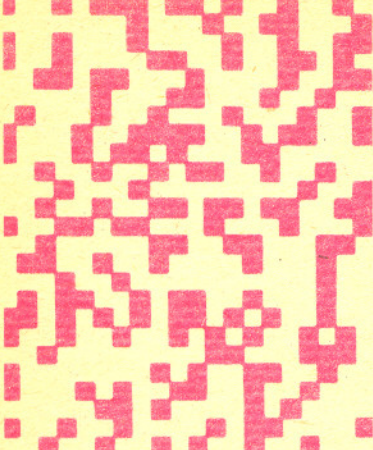


## Tranzystor

Fizyka półprzewodników, podobnie jak szereg innych dziedzin fizyki ciała stałego, swój burzliwy rozwój rozpoczęła na przełomie lat dwudziestych i trzydziestych naszego stulecia. Zawrotną karierę zrobiły w okresie przedwojennym pierwsze na szeroką skalę używane prostowniki półprzewodnikowe, tzw. kryształki galeny (PbS). Były one używane w milionach ówczesnych „radioodbiorników kryształkowych”. Była to zapowiedź prawdziwej rewolucji, która nastąpiła w latach pięćdziesiątych po wynalezieniu tranzystora przez J. Bardeena, W. H. Brattaina i W. B. Shockleya. Domieszkując odpowiednio krystaliczny german wytworzyli oni dwa typy półprzewodnika: typ  $n$  — z nadmiarowymi swobodnymi ładunkami ujemnymi i typ  $p$  — z „dziurami” pełniącymi rolę swobodnych ładunków dodatnich. Połączenie takich półprzewodników daje złącza  $n-p$ , przewodzące prąd tylko w jednym kierunku. Włożenie między dwie warstwy półprzewodnika typu  $p$  (nazywane emiterym i kolektorem) cienkiej warstwy bazy — półprzewodnika typu  $n$ , pozwala na uzyskanie efektu tranzystorowego. Po spolaryzowaniu w kierunku przewodzenia złącza emiter-baza niewielka część elektronów, płynąca od emitera, neutralizuje znajdujące się w bazie swobodne dziury, a reszta, pokonując zmniejszoną w ten sposób barierę potencjału baza-kolektor tworzy, sterowany prądem bazy, prąd

kolektora. Mikroskopijny kryształek z trzema drucikami nie wymagający żarzenia, nieodczownego i kłopotliwego elementu wszystkich lamp elektronowych, jawił się początkowo tylko cudownym następcą triody. Dalszy rozwój technologii półprzewodnikowej wykazał jednak, że umiejętność wytwarzania na krystalicznej płytce obszarów o różnych typach przewodnictwa, pozwalając coraz bardziej rozbudowywać tworzone struktury, umożliwiła powstanie skomplikowanych układów elektronicznych w zminiaturyzowanej skali. Kolejne stopnie coraz gęstszego upakowania elementów elektronicznych na płytce półprzewodnikowej nazywano coraz to wyższymi stopniami integracji, aby osiągnąć w chwili obecnej tzw. skalę VLSI (angielski skrót: bardzo wielka skala integracji). Gęstość upakowania jest tak duża, a rozmiary geometryczne poszczególnych elementów tak małe, że zaczynają dawać znać o sobie efekty fizyczne związane z załamaniem się przybliżenia używanych w fizyce ciała stałego.

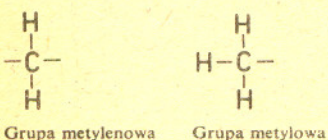
Najbardziej przemawiającym do wyobraźni rezultatem rewolucji zainicjowanej przez tranzystor jest porównanie pierwszych lampowych maszyn cyfrowych, w których pracowało kilka tysięcy lamp elektronowych i które to maszyny szczerle wypełniały ogromne sale, z kieszonkowym komputerem, działającym na scalonych układach półprzewodnikowych, dysponującym znacznie większą pamięcią i możliwościami obliczeniowymi niż jego lampowi przodkowie.



W ostatnim czterdziestoleciu dokonał się prawie cały dotychczasowy postęp w „świadomych” badaniach polimerów. Używam terminu „świadomy”, ponieważ dopiero na przełomie lat dwudziestych i trzydziestych uznano istnienie polimerów jako gigantycznych makrocząstek złożonych z tysięcy, a niekiedy nawet milionów atomów, połączonych w długie łańcuchy. Wcześniej uważano, że własności typowe dla polimerów (duża lepkość roztworów, opór stawiany przy rozciąganiu) są wynikiem oddziaływań fizycznych małych cząsteczek, nie połączonych chemicznymi wiązaniami kowalencyjnymi.

Udowodnienie, że polimery są zbudowane z makrocząstek, nie było łatwe. W latach dwudziestych nie było jeszcze mikroskopów, które umożliwiłyby obserwację pojedynczych makrocząstek. Dzisiaj jest to możliwe, ale tylko dla łańcuchów o szczególnie dużym przekroju (np. kwasów nukleinowych).

Przekonywający dowód na makrocząstkową budowę polimerów dostarczył w latach dwudziestych chemik niemiecki Hermann Staudinger. Ważnym dowodem była obserwacja i pomiar zawartości grup końcowych makrocząstek.

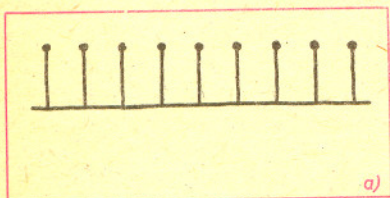


Jeśli makrocząsteczka jest długą nicią złożoną z grup atomów, to wówczas skrajne grupy, na końcach makrocząsteczki, muszą mieć budowę inną niż grupy położone wewnątrz. Na przykład łańcuch polimetylenowy (polimetylen), złożony z grup metylenowych  $\text{CH}_2$ , nie może mieć tej grupy na końcu, bowiem jedna z czterech wartościowości węgla nie byłaby zapełniona. Grupami końcowymi mogą być natomiast grupy metylowe  $\text{CH}_3$ . Cały łańcuch miałby wówczas budowę:  $\text{CH}_3-(\text{CH}_2)_n-\text{CH}_3$ . Z zawartości grup końcowych wynika masa cząsteczkowa całej makrocząsteczki. Masę cząsteczkową można też zmierzyć bezpośrednio. Otrzymanie zbieżnych wyników jest prostym dowodem występowania makrocząstek.

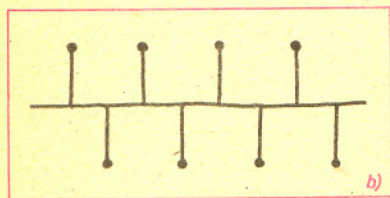
Badania Staudingera, które doprowadziły do ustalenia budowy makrocząstkowej polimerów, zostały wyróżnione Nagrodą Nobla dopiero w 1953 roku.

Równoległe biegły prace nad technicznymi zastosowaniami polimerów. Włókna syntetyczne, kauczuki i tworzywa sztuczne weszły do wszystkich dziedzin techniki, a ich synteza stała się możliwa dzięki przyjęciu koncepcji struktury makrocząstkowej.

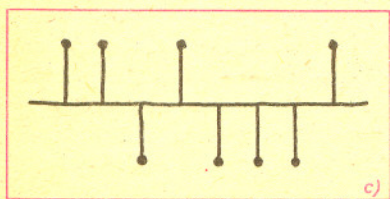
Podstawą większości procesów syntezy polimerów metodą polimeryzacji, a więc łączenia w łańcuchowe makrocząsteczki związków małych cząsteczkowych, zwanych monomerami, była do lat pięćdziesiątych polimeryzacja rodnikowa. Jest to proces, w którym łańcuch przez cały czas wzrostu wyposażony jest w atom z niesparowanym elektronem (centrum aktywne — makrorodnik) umieszczony na końcu rosnącej cząsteczki. Do tego makrorodnika przyłączają się nowe cząsteczki monomeru, odtwarzając strukturę rodnikową w każdym akcie przyłączenia. Ale wolne rodniki łączą się również bardzo chętnie ze sobą i dlatego polimeryzacja taka musi się prędzej czy później zakończyć w wyniku spotkania dwu makrorodników. Inną wadą tego procesu jest bezładne przyłączanie niesymetrycznych cząsteczek monomeru. Wyklucza to na ogół możliwość otrzymania polimerów o uporządkowanej strukturze łańcucha.



Odkrycia z lat pięćdziesiątych stworzyły podstawę otrzymywania rosnących makrocząstek z wyeliminowaniem niszczenia centrów aktywnych (polimery żyjące), jak również podstawę syntezy polimerów regularnych, a nawet optycznie czynnych, z monomerów o niesymetrycznej budowie.



Autorem pierwszego odkrycia jest Michael Szwarc, Amerykanin polskiego pochodzenia, a twórcami metody syntezy polimerów regularnych grupa uczonych włoskich kierowana przez Giulio Nattę.



Odkrycie Szwarcza polegało na zastosowaniu jonów jako aktywnych centrów polimeryzacji. Jednoimienne jony nie reagują ze sobą, co powoduje, że niemożliwe jest połączenie dwóch makrorodników i zatrzymanie wzrostu makrocząsteczki. Chociaż metody jonowej polimeryzacji znane były już wcześniej, to dopiero odkrycie Szwarcza pozwoliło na otrzymanie polimerów żyjących, a w konsekwencji makrocząstek o ściśle wymaganej długości. Historia tego odkrycia była, jak to się często zdarza, połączeniem świadomych poszukiwań, intuicji i przypadku. Otóż Szwarc zauważył w jednym z laboratoriów, że dodanie styrenu (monomer z podwójnym wiązaniem) do auronu tworzy roztwór o trwałym czerwonym zabarwieniu. Uznał, że trwałość barwy roztworu oznacza, iż auron generowany na cząsteczce styrenu jest trwały. Można więc przyłączać kolejne cząsteczki styrenu odtwarzając w każdym akcie przyłączenia trwały auron na końcu rosnącej makrocząsteczki. W ten sposób powstały polimery żyjące; długość makrocząsteczki może być w nich ściśle ustalona i regulowana.



**Rozwiązanie zadania M 396.** Zauważmy, że

$$\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}-\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\right)^3 =$$

$$= \sqrt{5}+2-3\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}\right)^2\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\right)+$$

$$+3\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}\right)\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\right)^2-\sqrt{5}-2 =$$

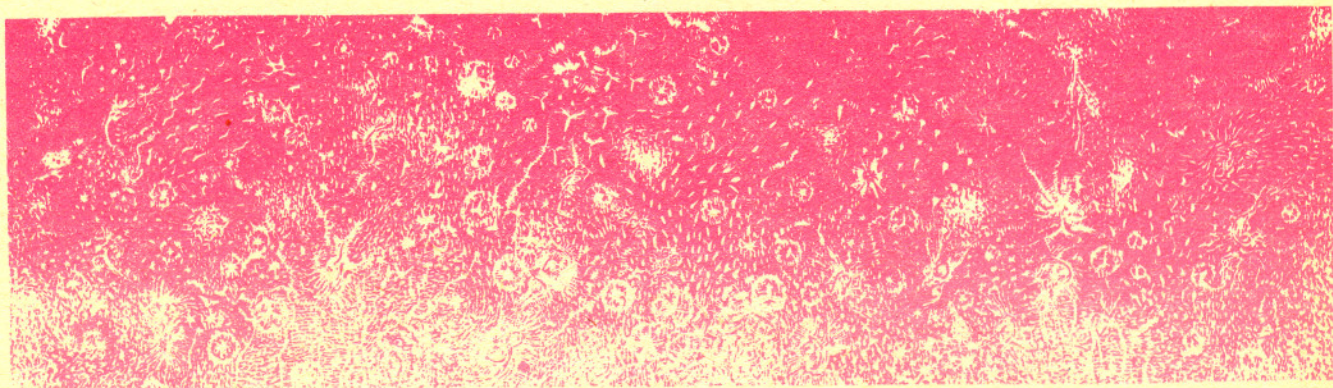
$$= 4-3\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}\right)\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\right)\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}-\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\right),$$

a więc liczba  $\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}-\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$  jest

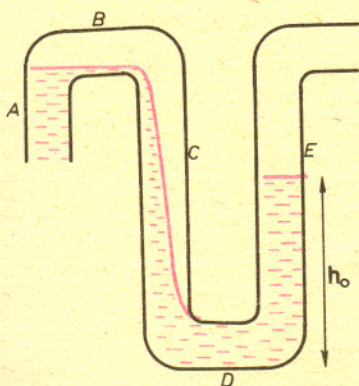
pierwiastkiem równania  $x^3+3x-4=0$ .  
Z drugiej strony  $x^3+3x-4=(x-1)\cdot(x^2+x+4)$ , czyli 1 jest jedynym rzeczywistym rozwiązaniem równania  $x^3+3x-4=0$ , stąd  $\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}-\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}=1$ .

Natta badał polimeryzację propyleny. Powstaje w tym procesie polipropylen — łańcuch z bocznymi grupami metylowymi. Do odkrycia Natty znany był tylko polipropylen o budowie przedstawionej na rysunku c). Zastosowanie nowych katalizatorów, opracowywanych w tym czasie przez Zieglera w RFN, doprowadziło Natte do uzyskania struktury regularnej a). Natta zauważył, że w jednym z otrzymanych polimerów w przezroczystej masie, charakterystycznej dla polimeru o budowie bezładnej, znajdują się nieprzezroczyste wtrącenia w ilości zaledwie kilku procent masy produktu. Okazało się, że jest to krystaliczny polipropylen. Dalsze badania rentgenowskie pozwoliły na ustalenie, że ma on strukturę typu a). Odkrycie to (Nagroda Nobla dla Zieglera i Natty w 1963 roku) otworzyło nowe perspektywy przed chemią polimerów. Udoskonalono pierwotnie zastosowane, mało wydajne katalizatory i przeprowadzono syntezę wielu nowych polimerów o regularnej strukturze.

Współczesna chemia i fizyka polimerów opiera się na trzech omówionych odkryciach. Opracowane w latach pięćdziesiątych metody polimeryzacji stosowane są obecnie nie tylko do syntezy polimerów o znaczeniu technicznym, ale również do syntezy biopolimerów, które zbudowane są z makrocząsteczek o ściśle określonej długości i są optycznie czynne, a więc grupy boczne muszą być w nich uszeregowane w ściśle określony sposób.



**Rozwiązanie zadania F 171.** Po otworzeniu zaworu woda wypełni odcinek A rurki i zacznie przepływać do części D i E. Po wypełnieniu zagięcia D w części B i C pozostanie „korek” powietrza (rysunek) o ciśnieniu przewyższającym o  $h_0 g$  ciśnienie atmosferyczne ( $h_0$  — wysokość wody w części E). W tej sytuacji równowagę w części A zapewniłby poziom wody w naczyniu równy  $h+h_0$ . Tak więc, woda może dotrzeć do zagięcia F, jeśli  $H > 2h$ . Powtarzając to rozumowanie dla następnych ogniw rurki dochodzimy do wniosku, że woda dojdzie do  $n$ -tego ogniwa, jeśli poziom wody w naczyniu  $H > n \cdot h$ . Jak zmieni się ten wynik po uwzględnieniu ściślności powietrza?



## Teoria kategorii

Rozwój matematyki w ostatnich dziesięcioleciach przyniósł wiele trudnych wyników, doprowadził do udowodnienia wielu starych i nowych hipotez: hipotezy Poincarego dla sfer  $S^n (n \geq 4)$ , hipotezy Mordella dotyczącej rozwiązań równań w liczbach całkowitych, hipotezy Weila, klasyfikacji grup prostych. Wymagało to użycia bardzo złożonych środków, narzędzi i metod. Z biegiem czasu matematyka komplikuje się coraz bardziej, nawarstwiają się nowe pojęcia i coraz to skuteczniejsze metody. Posługiwanie się tymi pojęciami i metodami staje się coraz trudniejsze. Konieczne jest wprowadzenie pewnych uproszczeń; nieraz trzeba odrzucić niepotrzebny balast terminologiczny lub pojęciowy. Istotną staje się sprawa doboru zasobu terminów języka matematycznego, którym się posługujemy. W początkach XX wieku w rozwoju matematyki ważną rolę odegrał wprowadzony wtedy język teorii zbiorów, doprowadził on do pewnej unifikacji i uproszczeń terminologii oraz ułatwił wyłonienie się i rozkwit nowych teorii matematycznych. W drugiej połowie XX wieku rolę taką spełnia język teorii kategorii. Wprowadzenie tego języka — a stało się to w latach pięćdziesiątych tego wieku — wywołało rewolucję zwłaszcza w geometrii i algebrze. Wystarczy porównać artykuły pisane obecnie i przed II wojną światową. W wielu artykułach opublikowanych w ostatnich latach roi się od strzałek zestawionych w złożone nieraz konfiguracje — nazywane diagramami. Każda strzałka reprezentuje pewne przekształcenie (lub nawet zbiór pewnych przekształceń).

Zastąpienie przekształcenia przez strzałkę to nie tylko pewien sugestywny sposób oznaczania, ale przede wszystkim oderwanie się od tych cech, które dotyczą wartości przekształcenia na poszczególnych elementach. Ułatwia to skupienie uwagi na tych ogólnych własnościach, które dotyczą wzajemnych powiązań rozpatrywanych przekształceń oraz ich roli i miejsca wśród wszystkich przekształceń. Ten nowy sposób myślenia — oderwanie się od teorii mnogościowej natury przekształcenia i zastąpienie go strzałką — doprowadził do pewnej unifikacji matematyki oraz ułatwił wykrycie i badanie związków łączących różne teorie matematyczne (np. topologii i teorii grup). Bez niego — wydaje się — nie doszłoby do najbardziej charakterystycznych i spektakularnych odkryć współczesnej matematyki. Bez tego uproszczenia — zastąpienia przekształcenia przez strzałkę — analiza i zrozumienie własności skomplikowanych konfiguracji przekształceń byłyby chyba niemożliwe, a wydaje się, że jest to jedyna metoda wielu dowodów twierdzeń współczesnej matematyki. Zdarza się czasem, że prosta na pozór uwaga, banalne — jak by się wydawało — uproszczenie ma daleko idące konsekwencje. Wprowadzenie strzałki zamiast przekształcenia jest doskonałym tego przykładem.



# 5 mała delta

## Wystarczą cztery barwy

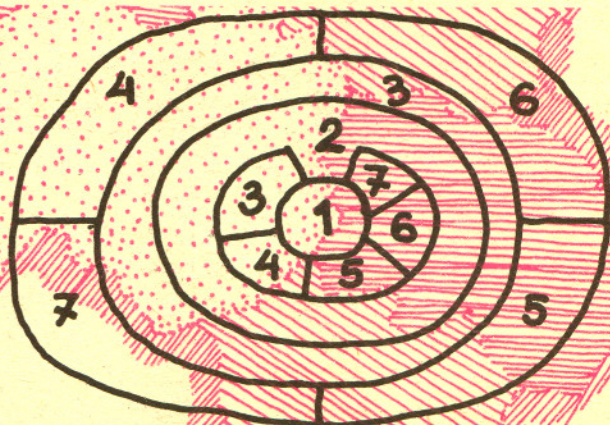
W 1976 roku świat obiegła wieść: problem czterech barw został rozwiązany. Poczta Stanów Zjednoczonych używała z tej okazji specjalnego datownika z napisem „Wystarczą cztery barwy”. Sam problem daje się sformułować bardzo łatwo: jaka najmniejsza liczba kolorów jest potrzebna, aby można było pomalować każdą mapę. Pomalować tak, by sąsiednie kraje były zawsze różnych kolorów. Pytanie to postawiono w połowie XIX w. wraz z hipotezą, że zawsze wystarczą cztery kolory.

Potrzebne są tu pewne założenia o mapach. Za sąsiednie uważamy dwa państwa, które stykają się wzdłuż linii. Każde państwo musi się składać z jednego kawałka. Jeśli chociaż jeden z powyższych warunków nie jest spełniony, to do pomalowania mapy mogą być potrzebne więcej niż 4 kolory (rys. 1 i 2).

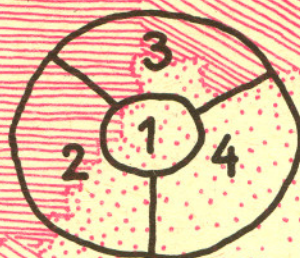
Do pomalowania mapy z rysunku 3 potrzeba 4 kolorów — każde z czterech państw jest sąsiadem każdego innego. Udowodniono, że nie można narysować mapy, na której każde z pięciu państw jest sąsiadem każdego innego. Przemawiało to za prawdziwością hipotezy. Ale mapa z rysunku 4 wymaga 4 kolorów, mimo że nie ma na nich czwórki państw, z których każde jest sąsiadem trzech pozostałych.



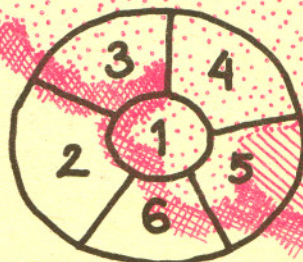
Rys. 1. Jeśli za sąsiednie uważalibyśmy państwa stykające się w jednym punkcie, to do pomalowania tej mapy potrzeba 8 kolorów.



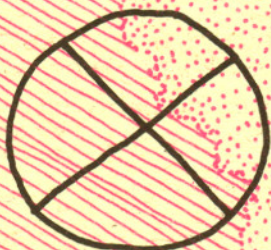
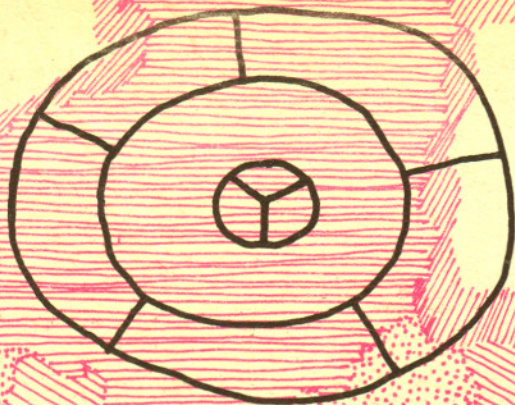
Rys. 2. Jeśli dopuścimy państwa składające się z kilku kawałków, to każde z  $n$  państw byłoby sąsiadem każdego innego (tu  $n = 7$ ), a więc potrzebnych byłoby  $n$  kolorów.



Rys. 3. Każde z czterech państw na tej mapie jest sąsiadem każdego innego.



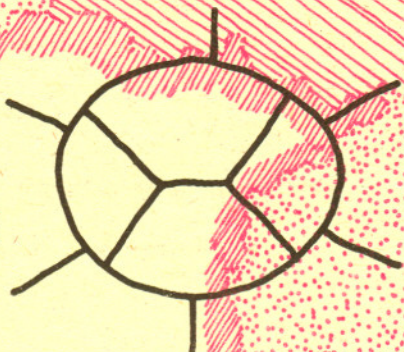
Rys. 4. Do pomalowania każdej czwórki państw z tej mapy wystarczą 3 kolory, ale dla całej mapy potrzeba czterech.



Rys. 5. Te mapy nie są normalne.



Rys. 6. Jeden z powyższych fragmentów musi wystąpić na mapie normalnej.



Rys. 7. Fragment, który nie może wystąpić na mapie minimalnej. Używając tego typu wyników pokazano na początku wieku, że mapa minimalna ma więcej niż 22 państwa. Do roku 1950 zwiększono tę liczbę do 36 państw.

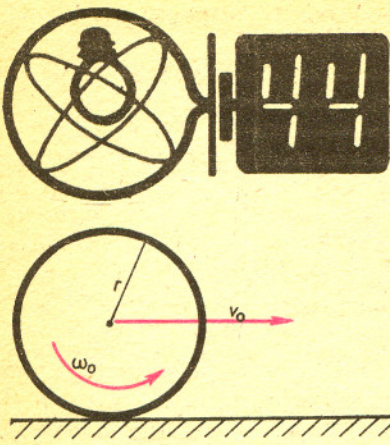
W 1879 roku A. B. Kempe podał błędny dowód hipotezy, za to zawierający idee, dzięki którym w prawie sto lat później rozstrzygnięto zagadnienie 4 barw ostatecznie. Kempe zauważył, że zamiast wszystkich map można rozpatrywać tylko mapy, na których żadne państwo nie otacza innych i gdzie w jednym punkcie spotykają się co najwyżej trzy państwa — takie mapy nazywamy normalnymi. Otóż, dla każdej mapy można znaleźć mapę normalną wymagającą tyluż kolorów.

Kempe pokazał też, że na mapie normalnej musi być państwo o mniej niż 6 sąsiadach — a więc musi się na takiej mapie znaleźć jeden z fragmentów z rysunku 6. (Korzystając z tego dość łatwo pokazać, że 5 kolorów wystarczy do pomalowania każdej mapy.) Kempe wybierał spośród map, dla których potrzeba 5 kolorów, mapę minimalną — o najmniejszej liczbie państw. Dowodził następnie, że na mapie minimalnej nie może być państw o 2, 3, 4 lub 5 (tu był błąd) sąsiadach.

Ten schemat dowodu — podanie zbioru fragmentów, z których któryś musi znaleźć się na mapie normalnej i udowodnienie, że na mapie minimalnej nie może być żadnego z tych fragmentów — został użyty do rozwiązania problemu. Ale zbiór podany przez K. Appela, W. Hakena i ... komputer miał nie cztery, jak tego chciał Kempe, lecz 1936 fragmentów i właśnie tylko komputer mógł wykonać potrzebne obliczenia. Człowiekowi nie starczyłoby na to życia.

Oczywiście jest możliwe, że zostanie wymyślony tradycyjny, tzn. bez użycia komputera, dowód twierdzenia o 4 barwach oparty na innej idei, ale dotychczasowy jest przykładem dowodu niesprawdzalnego bezpośrednio przez człowieka i wywołał filozoficzne dyskusje na temat jego akceptowalności.

*Małą Deltę przygotował Jerzy RYLL.*



## Zadania z fizyki nr 7, 8

Redaguje dr Andrzej NADOLNY

7. Jednorodną, cienką obręcz o masie  $m$  i promieniu  $r$  wprowadzono w ruch ślizgowy po poziomym, płaskim podłożu z początkową prędkością środka masy  $v_0$ , nadając jej jednocześnie prędkość kątową  $\omega_0$  wirowania w płaszczyźnie pionowej tak, jak to przedstawia rysunek. Jakie warunki muszą być spełnione, aby obręcz wróciła do punktu startowego? Zakładamy, że podłoże jest jednorodne.

8. Podczas słonecznego poranka, gdy trawa pokryta jest jeszcze rosą, można zaobserwować ciekawe zjawisko: spoglądając na swój cień na trawie widzi się aureolę wokół głowy, podczas gdy reszta własnego cienia jest jej pozbawiona. Wyjaśnić to zjawisko.

## Struktura protonu

W 1911 roku angielski fizyk Ernest Rutherford w doświadczeniu polegającym na bombardowaniu cząstkami  $\alpha$  cienkiej złotej folii wykazał, że ładunek elektryczny wewnątrz atomu nie jest rozłożony równomiernie. Wśród rozproszonych cząstek  $\alpha$  znajdowały się takie, które odbiły się od atomów złota pod bardzo dużym kątem. Rutherford wyjaśnił ten niezwykle zaskakujący w owych czasach wynik zakładając, iż wewnątrz atomu znajduje się ciężki, dodatni ładunek punktowy — jądro atomowe.

Zaobserwowanie w następnych latach jąder wodoru wybijanych przez cząstki  $\alpha$  z różnych pierwiastków było jednym z dowodów na to, że w jądrach są protony.

Charakter sił wiążących protony w jądrach atomowych pozwala sądzić, że proton ma złożoną budowę. Potężne energie związane z działaniem tych sił powinny bowiem powodować ciągłe samorzutne pojawianie się i znikanie różnych cząstek, a tym samym tworzenie się skomplikowanej struktury.

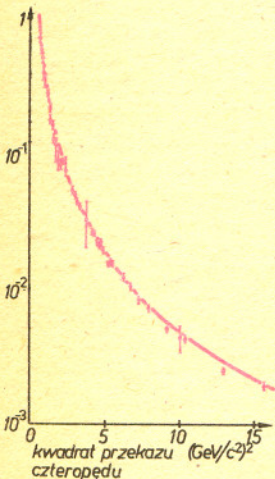
Do badania tej struktury zastosowano, z niewielkimi zmianami, eksperyment Rutherforda. Cząstki  $\alpha$  zastąpiono elektronami, które nie są czule na, nie do końca poznane, siły jądrowe. Ograniczono się tym samym do badania wewnątrzprotonowego rozkładu ładunku elektrycznego. Dodatkowy warunek eksperymentalny narzuca zasada nieoznaczoności, według której im dokładniej chcemy zlokalizować obiekt, tym bardziej zaburzamy jego pęd. Tak więc, im więcej szczegółów struktury protonu chcemy poznać, tym większy pęd musimy mu przekazać. Do tego potrzebne są jednak elektrony o dużych energiach. Dostarczyły ich akceleratory wybudowane w latach sześćdziesiątych.

Początkowo strukturę protonu badano w zderzeniach elastycznych, w których podczas rozpraszania elektronu nie powstawały żadne nowe cząstki. Prawdopodobieństwo takiego procesu bardzo gwałtownie maleje przy wzroście przekazywanego pędu — dużo szybciej niż przy rozpraszaniu na punktowym ładunku (rys. 1). Interpretacja tego faktu jest prosta. Elektron rozproszony pod dużym kątem przekazuje pęd jedynie fragmentowi protonu, co prowadzi zwykle do naruszenia jego konstrukcji. Towarzyszy temu powstanie wielu nowych cząstek.

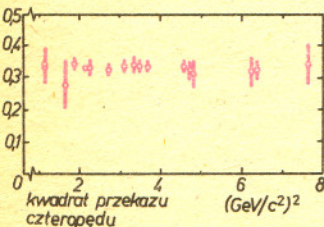
Przy badaniu struktury nie jest właściwie istotne, co dzieje się z protonem (w eksperymencie Rutherforda atom na ogół ulegał jonizacji). Zaczęto więc brać pod uwagę wszystkie przypadki rozpraszania elektronu abstrahując od faktu, iż w większości z nich powstają dodatkowe cząstki. Po tym zabiegu drastycznie zmienił się charakter zależności prawdopodobieństwa oddziaływania od przekazywanego protonowi pędu. Zależność okazała się być identyczna jak dla ładunków punktowych (rys. 2).

Odkrycie to jest w pewnym sensie podobne do odkrycia przez Rutherforda rozpraszania cząstek  $\alpha$  pod dużymi kątami. W obu przypadkach wynik eksperymentu oznacza, że tarcza nie jest jednorodna, a zawiera wewnątrz punktowe ładunki elektryczne. Punktowe cząstki naładowane w protonie nazwano partonami. Istnieje wiele eksperymentalnych dowodów na to, że partony to kwarki wprowadzone wcześniej dla wyjaśnienia pewnych symetrii w świecie cząstek elementarnych. Jak dotąd nie udało się jednak zaobserwować kwarków na zewnątrz protonu i wiele przesłanek teoretycznych przemawia za tym, że nie uda się to nigdy.

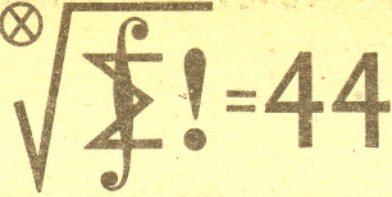
Zmiana stosunku prawdopodobieństwa rozpraszania elektronu na protonie do prawdopodobieństwa rozpraszania na ładunku punktowym w zależności od kwadratu przekazywanego czteropędu  $q^2 = E^2 - p^2 \cdot c^2$ , gdzie  $E$  — przekazywana energia,  $p$  — przekazywany pęd,  $c$  — prędkość światła:



Rys. 1. Zderzenia elastyczne.



Rys. 2. Wszystkie zderzenia — także z produkcją nowych cząstek.



Czołówka ligi zadaniowej "Klub 44"

po uwzględnieniu ocen rozwiązań  
zadań z numeru 9/1984

Jerzy Janowicz - Bolesławiec 44,96pkt  
.....  
i z numeru 10/1984

Zbigniew Kozła	-	Jelenia Góra	46,73pkt
Tadeusz Józefczyk	-	Poznań	44,25pkt
Piotr Figurny	-	Lubartów	43,78pkt
Tomasz Rawlik	-	Gliwice	43,36pkt
Ryszard Mazurek	-	Wrocław	43,20pkt
Zbigniew Bartold	-	Gdynia	42,41pkt
Ryszard Pagacz	-	Zawadzkie	42,10pkt

Współczynniki trudności zadań					
91	92	93	94	95	96
3,76	2,20	2,94	3,76	1,21	2,26

Pan Jerzy Janowicz ukończył czwartą rundę!  
Nowe twarze w Klubie 44: Zbigniew Kozła  
i Tadeusz Józefczyk

### Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru  $n$  w terminie do końca miesiąca  $n+2$ . Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze  $n+4$ . Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: Klub 44 M lub Klub 44 F. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania:  $WT = 4 - 3S/N$ , gdzie  $S$  oznacza sumę ocen za rozwiązanie tego zadania, a  $N$  — liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (M lub F) — i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (M lub F), zostaje on członkiem Klubu 44, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo — to tytuł Weterana. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 1/1985.

### Zadania nr 109, 110

Redaguje dr Marcin E. KUCZMA

**109.** Znaleźć wszystkie wielomiany (jednej zmiennej) o współczynnikach równych  $\pm 1$ , mające wyłącznie pierwiastki rzeczywiste.

**110.** Dowieść, że jeśli w sześciokącie wypukłym wszystkie kąty mają tę samą rozwartość, to sumy długości boków wychodzących z przeciwnych wierzchołków są równe.

Zadanie 110 przysłał pan Jerzy Janowicz z Bolesławca.

### Rozwiązania zadań z numeru 12/1984.

Przypominamy treść zadań:

**100.** Dwa koła współśrodkowe podzielono na 100 równych sektorów. Na każdym z kół pewne 51 sektorów pomalowano na czerwono, a pozostałe 49 na niebiesko. Dowieść, że można tak obrócić jedno koło względem drugiego, żeby co najmniej 52 sektory jednego koła nałożyły się na sektory drugiego koła o tym samym kolorze.

**101.** W czworokącie wypukłym  $ABCD$  koła wpisane w trójkąty  $ABC$ ,  $BCD$ ,  $CDA$ ,  $DAB$  mają równe promienie. Dowieść, że  $ABCD$  jest prostokątem.

**102.** Dla jakich liczb naturalnych  $n$  zachodzi równość

$$\binom{n}{1} - \binom{n}{3} + \binom{n}{5} - \binom{n}{7} + \dots = (\sqrt{2})^{n-1}?$$

**100.** Przyjmijmy pewne położenie wzajemne obu kół za „zerowe” i ponumerujmy sektory na obu kołach zgodnie liczbami od 1 do 100. Oznaczmy przez  $R_1$  i  $R_2$  zbiory numerów czerwonych sektorów pierwszego i drugiego koła, a przez  $B_1$  i  $B_2$  zbiory numerów sektorów niebieskich. Zatem  $\{1, \dots, 100\} = R_1 \cup B_1 = R_2 \cup B_2$ ,  $|R_1| = |R_2| = 51$ ,  $|B_1| = |B_2| = 49$  (symbol  $|X|$  oznacza liczbę elementów zbioru  $X$ ). Obracamy teraz pierwsze koło względem drugiego o  $k$  jednostek. Liczba „ułożeń zgodnych” (czerwone na czerwonym, niebieskie na niebieskim) będzie równa  $u_k = |(R_1 + k) \cap R_2| + |(B_1 + k) \cap B_2|$ ; symbol  $X + k$  oznacza zbiór  $\{x + k: x \in X\}$ , a dodawanie jest wykonywane modulo 100. Należy dowieść, że  $u_k \geq 52$  dla pewnego  $k \in \{1, \dots, 100\}$ .

Wprowadźmy oznaczenia  $r_1(i) = \begin{cases} 1, & i \in R_1 \\ 0, & i \notin R_1 \end{cases}$ ,  $r_2(i) = \begin{cases} 1, & i \in R_2 \\ 0, & i \notin R_2 \end{cases}$ ,

$$b_1(i) = \begin{cases} 1, & i \in B_1 \\ 0, & i \notin B_1 \end{cases}, \quad b_2(i) = \begin{cases} 1, & i \in B_2 \\ 0, & i \notin B_2 \end{cases}$$

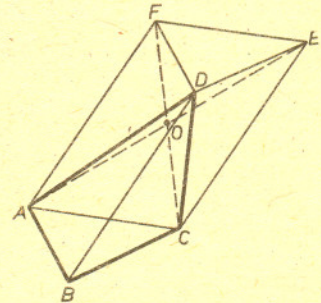
Wówczas:  $i \in (R_1 + k) \cap R_2 \Leftrightarrow r_1(i-k)r_2(i) = 1$ ,  
 $i \in (B_1 + k) \cap B_2 \Leftrightarrow b_1(i-k)b_2(i) = 1$ . Stąd  $|(R_1 + k) \cap R_2| = \sum_{i=1}^{100} r_1(i-k)r_2(i)$ ,  $|(B_1 + k) \cap B_2| = \sum_{i=1}^{100} b_1(i-k)b_2(i)$ . Zatem

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{100} u_k &= \sum_k \sum_i r_1(i-k)r_2(i) + \sum_k \sum_i b_1(i-k)b_2(i) = \\ &= \sum_i r_2(i) \sum_k r_1(i-k) + \sum_i b_2(i) \sum_k b_1(i-k) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \sum_i r_2(i) \cdot |R_1| + \sum_i b_2(i) \cdot |B_1| = \\ &= |R_2| \cdot |R_1| + |B_2| \cdot |B_1| = 51^2 + 49^2, \end{aligned}$$

co jest większe od 5000, a więc co najmniej jedna z liczb  $u_k$  jest większa od 50. Pozostaje zauważyć, że wszystkie  $u_k$  są parzyste, tak, że któraś z tych liczb musi być  $\geq 52$ .

**101.** Weźmy pod uwagę równoległobok  $ACEF$ , którego boki  $\overline{AF}$  i  $\overline{CE}$  są równe i równoległe do przekątnej  $\overline{BD}$ . Trójkąty  $FDE$ ,  $EDC$ ,  $CDA$ ,  $ADF$  są przystające, odpowiednio, do trójkątów  $ABC$ ,  $BCD$ ,  $CDA$ ,  $DAB$ , a więc odcinki łączące punkt  $D$  z wierzchołkami równoległoboku  $ACEF$  dzielą ten równoległobok na cztery trójkąty, w których koła wpisane mają równe promienie.



Niech  $O$  będzie punktem przecięcia przekątnych równoległoboku  $ACEF$ . Punkt  $D$  musi się pokrywać z  $O$ ; gdyby tak nie było — gdyby np. punkt  $D$  leżał wewnątrz trójkąta  $OEF$  (jak na rysunku) — to koło wpisane w trójkąt  $FDE$  byłoby mniejsze od koła wpisane w trójkąt  $OEF$  i tym bardziej w trójkąt  $CDA$ . Ze znanej formuły: pole trójkąta równa się połowie iloczynu długości obwodu przez promień koła wpisanego wynika, że trójkąty  $OEF$ ,  $OFA$ ,  $OAC$ ,  $OCE$ , mające równe pola, muszą mieć równe obwody. Zatem równoległobok  $ACEF$  jest rombem (a punkt  $D$  jego środkiem symetrii), czyli czworokąt  $ABCD$  jest prostokątem.

**102.** Oznaczmy przez  $L_n$  lewą stronę równości danej w zadaniu. Użyjemy liczb zespolonych. Równość  $1 + i = \sqrt{2}(\cos\pi/4 + i\sin\pi/4)$  podnosimy stronami do  $n$ -tej potęgi, stosując po lewej stronie dwumian Newtona, a po prawej wzór de Moivre'a. Przyporównujemy części urojone otrzymanych wyrażeń:  $L_n = (\sqrt{2})^n \sin n\pi/4$ , a to równa się  $(\sqrt{2})^{n-1}$  dla  $n$  postaci  $8k+1$  lub  $8k+3$  ( $k$  całkowite).

# Teoria rozmieszczenia liczb pierwszych

Liczby pierwsze rozmieszczone są w ciągu liczb naturalnych w sposób bardzo nieregularny. Niemniej jednak do 1944 roku udało się uczynić ustalić kilka ważnych prawdziwości.

1. (Lejeune Dirichlet 1837) Każdy ciąg arytmetyczny postaci  $ak + b$ , gdzie liczby naturalne  $a$  i  $b$  są względnie pierwsze, zawiera nieskończenie wiele liczb pierwszych.

2. (Hadamard — de la Vallée Poussin 1896) Liczba  $\pi(x)$  liczb pierwszych nie większych niż  $x$  jest asymptotycznie równa  $\frac{x}{\log x}$ , dokładniej (Czudakow 1938)

$$(*) \quad \left| \pi(x) - \int_0^x \frac{dt}{\log t} \right| < axe^{-b(\log x)^c},$$

gdzie  $c$  jest dowolną liczbą mniejszą niż  $\frac{4}{7}$ , zaś  $a$  i  $b$  stałymi dodatnimi zależnymi od  $c$ .

3. (Ricci 1937) Każdy wielomian nieprzywiedlny stopnia  $g$ , który dla każdej liczby naturalnej  $d > 1$  przyjmuje w pewnym punkcie całkowitym wartość niepodzielną przez  $d$ , przyjmuje w nieskończenie wielu punktach całkowitych wartości złożone z co najwyżej  $3g - 1$  czynników pierwszych.

4. (Ingham 1937) Dla każdej liczby  $c > \frac{5}{8}$  i dla dostatecznie dużych  $x$  w przedziale  $(x, x + x^c)$  znajduje się co najmniej jedna liczba pierwsza.

5. Każda dostatecznie duża liczba parzysta jest sumą dwóch liczb złożonych z co najwyżej 4 czynników pierwszych (Buchstab 1940); każda dostatecznie duża liczba nieparzysta jest sumą 3 liczb pierwszych (Winogradow 1937).

A oto postępy w zakresie powyższych twierdzeń dokonane w powojennym czterdziestolecu.

1\*. (Linnik 1947) Istnieje taka stała  $C$ , że każdy ciąg arytmetyczny  $ak + b$  ( $(a, b) = 1, a > b > 0$ ) zawiera liczbę pierwszą mniejszą niż  $a^C$  (przypuszczalnie  $C = 2$ ).

2\*. (Korobow 1958, Winogradow 1958) Przy odpowiednim doborze stałych  $a$  i  $b$  nierówność (\*) zachodzi dla dowolnego  $c < \frac{3}{5}$  (przypuszczalnie  $c = 1$ ).

3\*. Liczbę  $3g - 1$  można zastąpić przez  $g + 1$  (Buchstab 1967), a dla  $g = 2$  nawet (H. Iwaniec 1978) przez 2 (przypuszczalnie, dla wszystkich  $g$ , przez 1).

4\*. (D. R. Heath — Brown, H. Iwaniec 1979) Liczbę  $\frac{5}{8}$  można zastąpić przez  $\frac{11}{20}$  (przypuszczalnie nawet przez 0, z przypuszczenia sformułowanego w 2\* wynika tylko możliwość zastąpienia  $\frac{5}{8}$  przez  $\frac{1}{2}$ . Morrochi anonsował  $\frac{1051}{1920}$ ).

5\*. (Chen 1966) Każda dostatecznie duża liczba parzysta jest sumą liczby pierwszej i liczby złożonej z co najwyżej dwóch czynników pierwszych (prawdopodobnie wystarczają dwie liczby pierwsze).



## Zadania

Redaguje mgr Witold MARCISZEWSKI

M 395. Udowodnić, że spośród dowolnych  $2^{n+1} - 1$  liczb całkowitych można wybrać  $2^n$  liczb, których suma jest podzielna przez  $2^n$ . Podać przykład zbioru  $2^{n+1} - 2$  liczb całkowitych nie mającego powyższej własności.

Rozwiązanie na str. 3

M 396. Czy liczba  $\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$  jest wymierna?

Rozwiązanie na str. 7

M 397. W czworokącie  $ABCD$  punkt  $E$  jest środkiem boku  $AB$ , a  $F$  — środkiem boku  $CD$ . Wykazać, że środki odcinków  $AF$ ,  $CE$ ,  $BF$  i  $DE$  są wierzchołkami równoległoboku lub leżą na jednej prostej.

Rozwiązanie na str. 3

Redagują mgr Tomasz TRATKIEWICZ i mgr Włodzimierz ZIELICZ

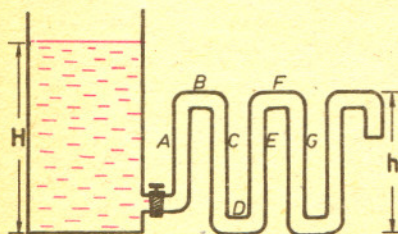
F 170. Lekką kulę zanurzono w nielepkiej cieczy. Na kulę działa siła wyporu  $F$  większa od siły ciężkości  $mg$ . Czy kula będzie wypływała na powierzchnię z przyspieszeniem  $\frac{F - mg}{m}$ ?

Rozwiązanie na str. 3

F 171. W aparaturze laboratoryjnej znajduje się naczynie połączone z wygiętą kilkakrotnie rurką (rysunek). Poziom wody  $H$  w naczyniu jest wyższy od poziomu  $h$  górnych zagięć rurki. Czy po otwarciu zaworu woda popłynie przez rurkę?

(Pomiąć zjawiska kapilarne.)

Rozwiązanie na str. 7



W 1960 r. dwaj astronomowie amerykańscy, Matthews i Sandage spostrzegli, że na niebie w miejscu silnego promieniowania radiowego znajduje się gwiazda 16 wielkości otoczona słabą mgiełką. Rozpoczął się pierwszy etap badań obiektów, które później nazwano kwazarami (z angielskiego: twory gwiazdopodobne). Przez parę lat, poza dokonaniem kilku dalszych identyfikacji radioźródeł z czymś, co wyglądało jak gwiazda, sytuacja się nie zmieniła. Można było wprawdzie podejrzewać, że nie są to zwykle gwiazdy, ale trudno było przewidzieć, że obiekty te w ogóle z gwiazdami nie mają nic wspólnego.

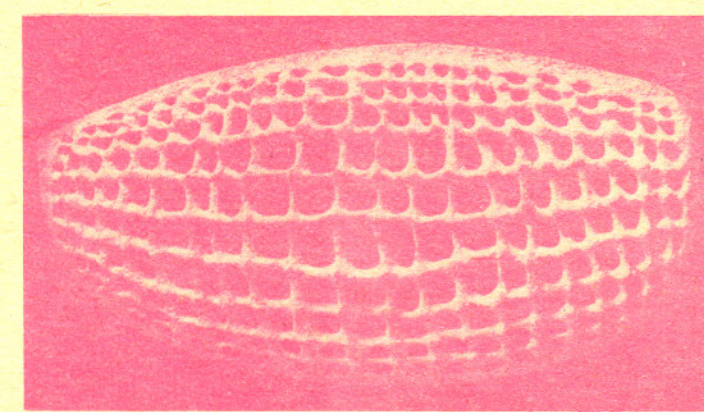
W 1963 r. Maarten Schmidt z Pasadeny stwierdził, że widma kwazarów są silnie przesunięte ku czerwieni. Tego typu przesunięcia widma interpretowane jako efekt Dopplera nie były w astronomii niczym nowym. Dotychczas porównywalnie duże przesunięcia mierzone były tylko dla galaktyk. Interpretowano je jako wynik rozszerzania się Wszechświata. Galaktyki oddalają się od siebie; im dalej galaktyka się znajduje, tym szybciej się porusza, co uwidacznia się większym przesunięciem widma ku falam długim. Jeżeli przesunięcie widma kwazara interpretować podobnie jak dla galaktyk, to obiekty te znajdują się w ogromnych odległościach, często wielokrotnie dalej niż najdalsze znane galaktyki. Tu wchodzimy w drugi etap charakteryzujący się szybkim tempem zbierania danych obserwacyjnych i wysuwaniem mniej lub bardziej fantastycznych teorii na temat kwazarów. Przyjrzyjmy się najpierw faktom obserwacyjnym. Obecnie zmierzono przesunięcia ku czerwieni około dwóch tysięcy kwazarów. Największe znane przesunięcie (określone jako stosunek zmiany długości fali do długości nieprzesuniętej) wynosi 3,78. Na fotografiach kwazary nie różnią się od gwiazd o barwie niebieskiej (np. białych karłów), choć na zdjęciach wykonanych w wyjątkowo dobrych warunkach atmosferycznych niektóre kwazary otoczone są słabą poświatą. Widma wszystkich kwazarów zawierają silne i bardzo szerokie linie emisyjne, przede wszystkim wodoru serii Lymana i Balmera, ale również szeregu pierwiastków, m.in. C, O, Mg, Si, Fe, N. Szerokości linii dozwolonych sięgają od kilku do kilkunastu tysięcy km/s. W części widm dają się zauważyć słabe linie absorpcyjne, najczęściej cienkie, przy czym zazwyczaj systemy linii absorpcyjnych (bywa, że obserwuje się kilka systemów w widmie jednego obiektu) mają mniejsze przesunięcia ku czerwieni niż system linii emisyjnych. Czasami obserwuje się bardzo szerokie linie absorpcyjne z przesunięciem nieznacznie mniejszym niż przesunięcie linii emisyjnych. Mimo że pierwsze kwazary odkryto dzięki identyfikacji ze źródłami radiowymi, większość kwazarów (~ 90%) nie emituje znaczących ilości energii w zakresie radiowym. Znajomość odległości do kwazarów pozwala ocenić natężenie ich promieniowania. Średnio kwazary wysyłają w dziedzinie optycznej około sto razy więcej energii niż typowa galaktyka. Są również silnymi źródłami promieni podczerwonych, rentgenowskich i — przynajmniej niektóre —  $\gamma$ . Większość kwazarów zachowuje stały blask. Istnieją jednak obiekty zmienne; na ogół w skali miesięcy i lat. Znany kilka kwazarów, których jasność zmieniała się w czasie niewiele dni. Wahania jasności nie mają charakteru okresowego.

Nie ma dotychczas żadnej kompletnej teorii kwazarów, która zadowoliliby wszystkich astronomów. Obecnie zakłada się najczęściej, że centralnym źródłem dostarczającym energię jest czarna dziura o masie rzędu miliarda mas Słońca znajdująca się w środku zwyczajnej galaktyki. Materia spadająca na czarną dziurę zamienia swoją energię grawitacyjną na energię kinetyczną.



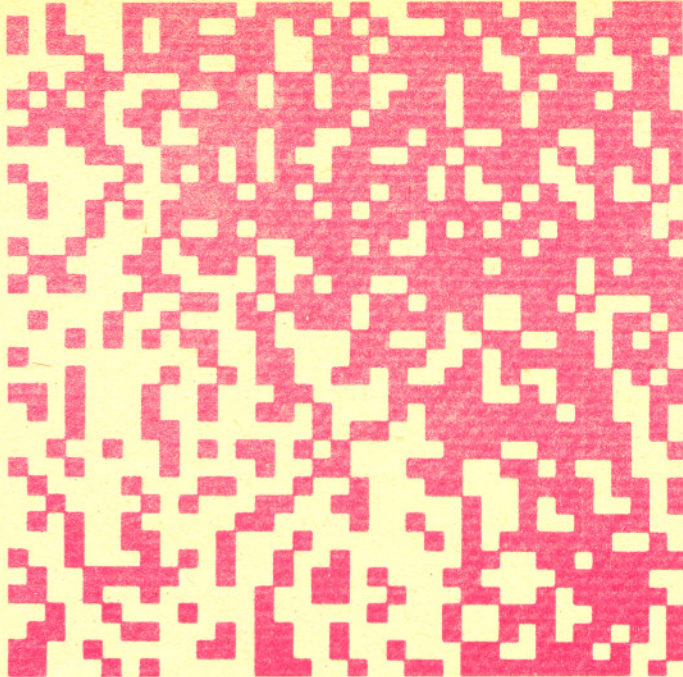
## Hipoteza continuum

W 1878 roku niemiecki matematyk G. Cantor sformułował tzw. hipotezę continuum, której pełne rozstrzygnięcie przyniosło dopiero lata sześćdziesiąte dwudziestego wieku. Wyjaśnijmy pokrótce, na czym ta hipoteza polega. Będziemy mówić, że dwa zbiory są równoliczne (lub że są równej mocy), jeżeli istnieje wzajemnie jednoznaczna funkcja z jednego z tych zbiorów na drugi. O funkcji tej mówimy, że ustala równoliczność między tymi zbiorami. Pojęcie równoliczności jest (w przypadku dowolnych zbiorów) uogólnieniem znanego dla zbiorów skończonych pojęcia równej liczby elementów. Proces liczenia elementów dowolnego skończonego zbioru  $A$  jest bowiem niczym innym, jak określeniem funkcji, która ustala równoliczność między zbiorem  $A$  i zbiorem liczb  $\{1, 2, \dots, n\}$  dla pewnego  $n$ . W przypadku zbiorów nieskończonych pojęcie to ma wiele interesujących własności. Wymienimy tu tę, która mówi, że zbiór nieskończony może być równoliczny ze swoim podzbiorem właściwym (co jest niemożliwe dla zbiorów skończonych). Dla przykładu, zbiór liczb naturalnych  $N$  jest równoliczny ze zbiorem liczb parzystych; przekazuje nas o tym funkcja  $f(n) = 2n$ . Funkcja  $f(x) = \text{tg } x$  ustala natomiast równoliczność między odcinkiem otwartym  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  a całą prostą  $R$ . Ogólnie, można pokazać, że każdy podzbiór zbioru liczb naturalnych  $N$  jest albo skończony (czyli równoliczny ze zbiorem liczb  $\{1, 2, \dots, n\}$  dla pewnego  $n$ ), albo równoliczny ze zbiorem wszystkich liczb naturalnych  $N$ . Wśród podzbiorów zbioru liczb rzeczywistych  $R$  znamy wiele przykładów zbiorów równolicznych z całym zbiorem  $R$ ; inne znane nam podzbiory  $R$  są albo skończone, albo równoliczne ze zbiorem  $N$ . Hipoteza continuum orzeka; że innych podzbiorów zbioru  $R$  nie ma, tzn. że każdy podzbiór  $R$  jest albo równoliczny z  $R$  (mówimy, że ma wtedy moc continuum — stąd nazwa hipotezy), albo równoliczny z pewnym podzbiorem zbioru  $N$ . Cantor niejednokrotnie podejmował próby udowodnienia tej hipotezy, wszystkie bezskutecznie. Hilbert umieścił ją na pierwszym miejscu na swojej słynnej liście 23 wielkich problemów matematycznych, przedstawionej na kongresie matematycznym w Paryżu 1900 r. Pomimo wielu prób hipoteza ta nie mogła się doczekać rozstrzygnięcia. Znalezione wiele innych zdań równoważnych jej — temu zagadnieniu obszerną monografię poświęcił W. Sierpiński. Pierwszym krokiem na drodze do rozstrzygnięcia hipotezy continuum był rezultat uzyskany w 1938 roku przez austriackiego matematyka K. Gödla. Udowodnił on mianowicie, że hipoteza continuum jest niesprzeczna z aksjomatami teorii mnogości, tzn. że niemożliwe jest przeprowadzenie dowodu wykazującego fałszywość hipotezy continuum (chyba że teoria mnogości byłaby sprzeczna, w co oczywiście nie wierzymy). Twierdzenie to oczywiście nie rozstrzygało kwestii, czy możliwe jest udowodnienie tej hipotezy. Ostatecznie problem rozstrzygnął w 1963 roku amerykański matematyk Paul J. Cohen. Za pomocą stworzonej przez siebie tzw. metody forsingu skonstruował on model dla teorii mnogości, w którym hipoteza continuum była fałszywa, pokazując tym samym, że nie można tej hipotezy udowodnić na podstawie przyjmowanych przez nas aksjomatów teorii mnogości. Oba wyniki: Gödla i Cohena pokazują zatem, że matematyka w swojej dzisiejszej postaci, tzn. oparta na aksjomatach uzasadnionych naszą obecną intuicją, nie może rozstrzygnąć, czy hipoteza continuum jest prawdziwa, czy fałszywa. Jest to jeden z donioślejszych rezultatów tzw. podstaw matematyki, o ile w ogóle nie najważniejszy, dotychczas uzyskany w tej dziedzinie. Tym bardziej że metoda stworzona przez Cohena pozwoliła na wykazanie, że podobny jest status wielu innych, do owego czasu nie rozstrzygniętych, hipotez matematycznych.



## Supersieci

Wprawdzie fizyka ciała stałego, a fizyka półprzewodników w szczególności, ma bardzo ściśle związki z praktycznym zastosowaniem, lecz nie stroni też od fantastycznych pomysłów dążących do poprawienia natury i wymyślenia takich tworów, których natura sama nie wytworzyła. Taką ideą było budowanie supersieci krystalicznych. Idea polega na periodycznym układaniu warstw monokrystalicznych dwu różnych materiałów tak, że oprócz periodyczności ułożenia atomów w każdej z warstw pojawia się nowa periodyczność ułożenia kolejnych warstw o określonej stałej grubości. Ta nowa periodyczność została nazwana supersiecią. Supersieci w sposób istotny zmieniają własności ośrodka. Zmieniają się własności dynamiczne swobodnych elektronów i dziur, inaczej wyglądają stany elektronowe domieszek wprowadzanych do warstw tworzących supersieć. Okazało się, że na nowo spojrzeć trzeba było na takie pojęcia jak drgania sieci. Pojawia się od razu pytanie — które, jeśli każda z warstw ma inne drgania własne. A jakie są drgania supersieci? Takie same pytania mogą dotyczyć innych pobudzeń kolektywnych, a mianowicie plazmy swobodnych elektronów lub dziur. Pojawienie się supersieci wymagało stworzenia praktycznie nowej fizyki ciała stałego, opisującej te struktury. Konieczność istotnych modyfikacji staje się oczywista, nawet dla niespecjalisty w tej dziedzinie, jeśli przypomnieć, jak wielką rolę w opisie zjawisk w ciałach stałych ma symetria sieci. Do chwili obecnej zrozumieliśmy bardzo wiele zbadanych własności supersieci, ale coraz to nowe fakty doświadczalne wymagają pełnego opisu teoretycznego. Idea supersieci mogła zostać praktycznie zrealizowana dzięki stworzeniu zupełnie nowej techniki wzrostu kryształów, tzw. epitaksji wiązką molekularną. Idea tej metody polega na układaniu warstwy atomów, jeden na drugim przy stałej kontroli „jakości” ułożenia oraz składu chemicznego w przypadku związków półprzewodnikowych. W warunkach bardzo wysokiej próżni wytwarza się wiązki molekularne składników i obserwując wzrost kryształu steruje się natężeniami poszczególnych wiązek. Można zatem ułożyć np. 500 warstw jednego kryształu, a następnie z innego źródła molekularnego 100 warstw innego kryształu. Powtarzając tę procedurę wielokrotnie uzyskuje się supersieć. Obecnie można wytwarzać supersieć również innymi metodami, mniej kosztownymi i pracochłonnymi niż epitaksja wiązką molekularną (MBE), chociaż jakość kryształów otrzymywanych metodą MBE jest ciągle najlepsza.



### „Dwuwymiarowy” gaz elektronowy

Mniej więcej w tym samym okresie, kiedy rozwijała się fizyka supersieci, intensywnie badano struktury wytwarzane na powierzchni półprzewodników, a składające się z cienkiej warstwy izolatora i metalu. Powstaje w ten sposób „kanapka” (półprzewodnik, izolator, metal) zwana strukturą MIS (bądź MOS — kiedy izolatorem jest tlenek). Po przyłożeniu różnicy potencjałów między metal i półprzewodnik w pobliżu powierzchni półprzewodnika powstaje bardzo cienka warstwa inwersyjna (typu  $n$  na materiale typu  $p$  bądź warstwa typu  $p$  na materiale typu  $n$ ). W warstwie tej, której grubość jest rzędu kilkudziesięciu stałych sieci, ruch elektronów w kierunku prostopadłym do powierzchni warstwy jest skwantowany. W warstwie tej mogą się poruszać tylko takie elektrony, dla których grubość warstwy jest całkowitą wielokrotnością połowki długości fali de Broglie’a. Uzyskuje się w takiej warstwie gaz elektronowy „dwuwymiarowy”. Dwuwymiarowość polega na tym, że ruch elektronów jest swobodny w płaszczyźnie warstwy inwersyjnej (dwa wymiary) oraz skwantowany w kierunku prostopadłym do warstwy. Własności dwuwymiarowego gazu elektronowego są niesłychanie interesujące, a możliwość zwiększania koncentracji elektronów w warstwie przez zmianę potencjału przyłożonego między półprzewodnik i metal otworzyła nową dziedzinę badań.

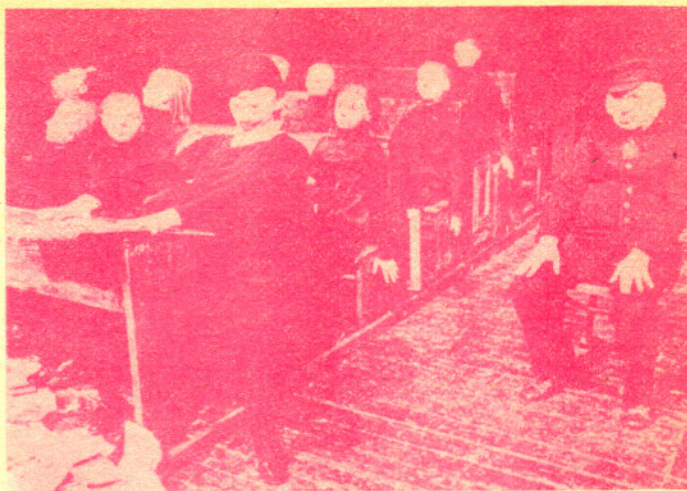
Szpecially interesujące okazały się badania z użyciem silnego pola magnetycznego skierowanego prostopadle do warstwy. Pole magnetyczne powoduje kwantyzację ruchu elektronu w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku pola magnetycznego. Ponieważ w kierunku prostopadłym do warstwy (zatem w kierunku pola magnetycznego) ruch elektronów jest skwantowany ze względu na wymiar warstwy, uzyskuje się stany elektronowe w pełni skwantowane. Jest to dotąd unikalna możliwość uzyskiwania pełnej kwantyzacji. Dwuwymiarowy gaz elektronowy w silnych polach magnetycznych wykazuje szereg zadziwiających i nie do końca zrozumiałych jeszcze własności. Obserwuje się tzw. kwantowy efekt Halla, który pozwala wyznaczyć uniwersalną stałą fizyki  $e/h$  ( $e$  — ładunek elektronu,  $h$  — stała Plancka) z dokładnością do siedmiu cyfr znaczących. W ekstremalnie silnych polach magnetycznych kwantowy efekt Halla wykazuje tzw. ułamkowe osobliwości, co prawdopodobnie związane jest z tworzeniem się dwuwymiarowych układów elektronowych, o których coraz częściej mówi się jako o kolejnym nowym stanie skupienia materii. Okazuje się, że fizyka supersieci oraz problemy dwuwymiarowego gazu elektronowego są silnie powiązane. Zarówno układy z supersieciami, jak i własności dwuwymiarowego gazu elektronowego mogą mieć zastosowanie w elektronice ciała stałego. Prawdopodobnie praktyczne wykorzystanie tych struktur półprzewodnikowych będzie stanowiło kolejny etap rozwoju elektroniki półprzewodnikowej, która rozpoczęła się od kryształkowych radioodbiorników przed ponad pół wiekiem.

16 lipca 1945 roku w Alamogordo (USA) dokonano pierwszej próbnego eksplozji jądrowej, a 6 i 9 sierpnia dwie bomby jądrowe zniszczyły Hiroszimę i Nagasaki. Źródłem energii wybuchów były reakcje rozszczepienia uranu (Hiroszima) lub plutonu (Nagasaki). W reakcjach tych jądra  $^{235}\text{U}$ ,  $^{238}\text{U}$  i  $^{239}\text{Pu}$  po przyłączeniu neutronu rozszczepiają się na dwa lżejsze fragmenty i kilka neutronów tzw. natychmiastowych — dla  $^{235}\text{U}$  średnio 2,5 neutronu na jedno rozszczepienie. Powstałe fragmenty mogą po czasie rzędu sekund emitować dalsze neutrony — neutrony opóźnione. Jeżeli każdorazowo kilka wyemitowanych neutronów wywołuje dalsze rozszczepienia, to reakcja przebiega wybuchowo, można jednak zwalniać jej przebieg wprowadzając do materiału rozszczepialnego materiał pochłaniający neutrony. W reaktorach (pierwszy reaktor uruchomiono w Chicago w grudniu 1942 pod kierunkiem Fermiego) warunki pracy dobierane są tak, aby o prędkości przebiegu reakcji decydowały neutrony opóźnione — pozwala to w bezpieczny sposób kontrolować działanie reaktora.

Pierwszą elektrownię atomową o mocy 5 MW uruchomiono w 1954 roku w Związku Radzieckim (w 1951 roku w Arco, w USA uruchomiono urządzenie o mocy 150 kW), a obecnie w wielu krajach elektrownie jądrowe dostarczają już znacznego procentu produkowanej energii elektrycznej. Wbrew rozpowszechnionym opiniom elektrownie jądrowe są bezpieczniejsze od klasycznych i stanowią mniejsze zagrożenie dla środowiska.

Dużo większe energie można osiągnąć w reakcjach syntezy pierwiastków cięższych z deuteru i trytu (izotopów wodoru), w reakcjach zbliżonych do procesów będących źródłem energii w gwiazdach. Reakcje syntezy w warunkach ziemskich udało się dotychczas przeprowadzić tylko w sposób wybuchowy w eksplozjach termojądrowych — pierwszego wybuchu dokonano w listopadzie 1952 na atolu Eniwetok, a pierwsza radziecka bomba termojądrowa wybuchła w sierpniu 1953 roku.

„Rozpalenie” kontrolowanej syntezy termojądrowej wymaga osiągnięcia bardzo wysokich temperatur i ciśnień. W tych warunkach materia może istnieć tylko w postaci całkowicie zjonizowanego gazu — gorącej plazmy. W reakcjach z użyciem deuteru ( $^2\text{H}$ ) i trytu ( $^3\text{H}$ ):  $^2\text{H} + ^3\text{H} \rightarrow ^4\text{He} + n + 17,6 \text{ MeV}$  temperatura powinna przekraczać 45 milionów kelwinów, a w reakcjach  $^2\text{H} + ^2\text{H} \rightarrow ^3\text{He} + n + 3,2 \text{ MeV}$  — 350 milionów kelwinów. Zgodnie z tzw. kryterium Lawsona rozpoczęcie reakcji termojądrowej z wydzielaniem energii może nastąpić, gdy iloczyn koncentracji cząstek  $n$  i czasu  $\tau$  utrzymania gorącej plazmy przekracza wartość  $n\tau = 10^{16}$  cząstek  $\cdot$  s/cm<sup>3</sup> dla reakcji deuter-deuter i  $3 \cdot 10^{14}$  cząstek  $\cdot$  s/cm<sup>3</sup> dla reakcji deuter-trytu. Mimo wieloletnich wysiłków nie udało się otrzymać kontrolowanej syntezy termojądrowej. Jej uzyskanie rozwiązałoby ostatecznie kłopoty ze źródłami energii (przynajmniej w krajach, które byłoby stać na budowę elektrowni termojądrowych) — woda morską dostarczyłaby paliwa — deuteru — w ilości wystarczającej na miliardy lat.



## Pulsary i gwiazdy neutronowe

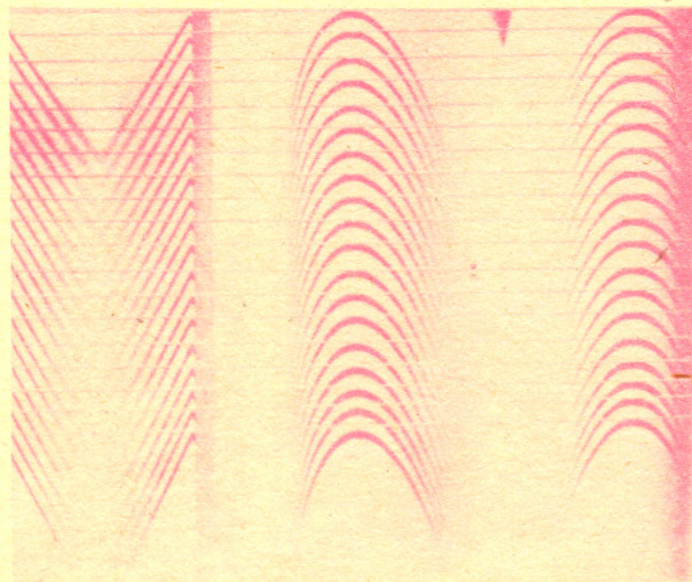
Pod koniec 1967 roku grupa radioastronomów z Cambridge kierowana przez A. Hewisha zaobserwowała sygnały wykazujące periodyczność z okresem około 1,3 sekundy. Analiza tych sygnałów doprowadziła do wniosku, że ich źródłem jest obiekt o rozmiarach nie większych niż rozmiary Ziemi. Wkrótce odkryto więcej źródeł tego typu i nazwano je pulsarami. Zdecydowana większość pulsarów emituje wysoko spolaryzowane promieniowanie elektromagnetyczne głównie w zakresie fal radiowych, choć istnieje również kilka pulsarów rentgenowskich. Podstawową cechą pulsara jest jego okres. Okresy znanych pulsarów zawierają się w przedziale od 1,5 milisekundy do kilku sekund.

Ważność odkrycia pulsarów polegała na tym, że okazały się one potwierdzeniem istnienia gwiazd neutronowych, jednego z ostatnich stadiów życia gwiazd.

Istnienie gwiazd neutronowych postulowano już w latach trzydziestych, wkrótce po odkryciu neutronu. Gwiazda taka jest bardzo mała i bardzo gęsta, ma promień rzędu dziesięciu kilometrów przy masie porównywalnej z masą Słońca; daje to średnią gęstość rzędu  $10^{14} - 10^{15}$  g/cm<sup>3</sup>. Głównym składnikiem gwiazdy jest materia neutronowa, gdyż w takich warunkach fizycznych korzystna energetycznie jest reakcja  $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$ . W tak gęstej materii (nazywamy ją zdegenerowanym gazem neutronowym) wielką rolę odgrywa zakaz Pauliego mówiący, że dwa fermiony (a neutrony są fermionami) nie mogą znajdować się w jednym stanie kwantowym. Fakt ten ma decydujący wpływ na bardzo duże ciśnienie takiego gazu.

Wkrótce po odkryciu pulsarów Gold zaproponował jako ich model gwiazdę neutronową posiadającą bardzo duże dipolowe pole magnetyczne i obracającą się wokół osi nierównoległej do osi dipola. Okazało się, że wirująca gwiazda neutronowa jest jedynym modelem wyjaśniającym wszystkie cechy pulsarów.

Ważnym odkryciem ostatnich lat było zaobserwowanie w 1974 roku pierwszego pulsara radiowego w układzie podwójnym. Układ ten to dwie gwiazdy o masach równych około 1,4 masy Słońca, z których jedna jest pulsarem o okresie 0,059 s, zaś druga to zapewne również gwiazda neutronowa. Rozmiar układu jest niewiele większy od rozmiaru Słońca. Istnienie bardzo zwartej gwiazdy dwóch dużych mas, z których jedna jest bardzo dokładnym „zegarem” poruszającym się w silnym polu grawitacyjnym drugiej, stwarza możliwość zmiernienia efektów ogólnej teorii względności. Pomiar taki pozwala m.in. na wyznaczenie wszystkich parametrów orbitalnych oraz mas obydwu gwiazd, co nie jest możliwe dla układów, dla których efekty wynikające z ogólnej teorii względności są nieuchwytnie.





W 1983 roku opublikowano katalog galaktyk zawierający jasności obserwowane i przesunięcia ku czerwieni dla 2400 umieszczonych w nim obiektów. Jest to największy istniejący zbiór danych o położeniach i mocy promieniowania galaktyk, powstały w wyniku wieloletniej pracy obserwacyjnej wielu astronomów. Katalog ten jest kompletny, tzn. zawiera wszystkie galaktyki (nieba północnego) jaśniejsze niż 14,5 wielkości gwiazdowej, tak, że analiza zawartych w nim informacji jest szczególnie łatwa. Najważniejszym jego zastosowaniem jest poznanie przestrzennego rozkładu galaktyk w półkuli o środku w Ziemi i promieniu kilkuset megaparseków (z wyłączeniem okolic Drogi Mlecznej, gdzie galaktyk nie obserwuje się z powodu pochłaniania światła przez pył). Okazało się, że większość przestrzeni we Wszczęświecie jest praktycznie pusta, a galaktyki tworzą bardzo wielkie, wydłużone, połączone ze sobą skupiska o rozmiarach rzędu kilkudziesięciu megaparseków, tzw. supergromady. Są one tak duże, że rozszerzają się zgodnie z prawem Hubble'a. Nasza Galaktyka leży w supergromadzie *Virgo* na jej peryferiach (w odległości 28 megaparseków od jej środka, który widoczny jest na niebie w gwiazdozbiórze Panny jako wielkie skupisko galaktyk). Odkrycie takiego właśnie rozmieszczenia przestrzennego galaktyk było niespodzianką.



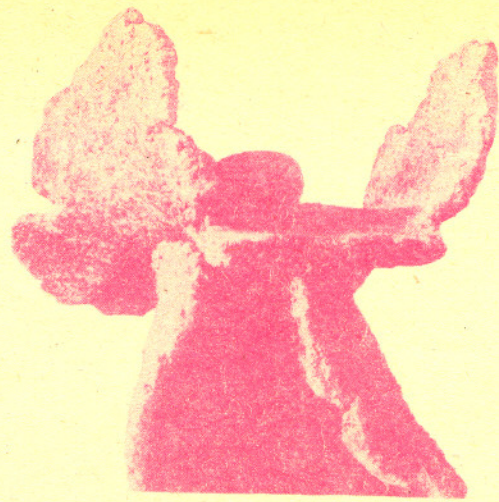
## Człowiek na Księżycu

W dziejach dążeń człowieka do opanowania przestrzeni można wyróżnić trzy przełomowe daty:

- 6 IX 1522 — zakończenie wyprawy Ferdynanda Magellana, czyli pierwszej podróży wokół naszej planety,
- 12 IV 1961 — Jurij Gagarin pierwszym człowiekiem w przestrzeni kosmicznej,
- 20 VII 1969 — Neil Armstrong pierwszym człowiekiem na Księżycu.

Co ciekawsze, więcej wydarzeń tak przełomowych nie będzie! Będą tylko powtórzenia! Magellan i Gagarin mają już bardzo wielu naśladowców, podczas gdy Armstrong tylko jedenastu. Oto pełna lista ludzi, którzy własną stopą stanęli na Księżycu: Neil Armstrong, Edwin Aldrin (Apollo 11, 20 VII 1969), Charles Conrad, Alan Bean (Apollo 12, 19 XI 1969), Alan Shepard, Edward Mitchell (Apollo 14, 5 II 1971), David Scott, James Irvin (Apollo 15, 30 VII 1971), John Young, Charles Duke (Apollo 16, 21 IV 1972), Edward Cernan, Harold Schmitt (Apollo 17, 11 XII 1972).

Wyprawa Apollo 13 (start 11 IV 1970) na Księżycu nie lądowała wskutek uszkodzenia statku — tu trzynastka okazała się rzeczywiście liczbą pechową! Za to prawdopodobnie mało kto wie, że David Scott oraz Alan Worden (pilot statku Apollo 15, który osobiście na Księżycu nie stanął) byli w Polsce i 18 I 1972 odwiedzili Obserwatorium Astronomiczne Uniwersytetu Warszawskiego biorąc udział w dyskusji poświęconej ich wyprawie.



## Automatyczne sondy badają planety

Od wieków specyficzną cechą astronomii była zupełna niedosiężność badanych obiektów. Taki stan rzeczy zmieniła dopiero technika raketowa, dzięki której urządzenia pomiarowe poleciały ku ciałom niebieskim, aby przeprowadzić badania „na miejscu”. Za pierwszy wynik czysto astronomiczny uzyskany tymi nowymi metodami można uznać zdjęcia niewidocznej z Ziemi strony Księżyca wykonane przez Łunę 3 (7 X 1959). Później obserwowanie Księżyca „ze wszystkich stron” było prowadzone wielokrotnie przez liczne sondy i wyprawy załogowe.

W 1961 r. rozpoczęły się loty automatycznych stacji ku planetom, z początku zresztą nie przynoszące rezultatów wskutek rozmaitych awarii. Pierwszym udanym przedsięwzięciem stał się przelot Mariner 2 w odległości około 35 000 km od Wenus (14 XII 1962), ale pierwsze zdjęcia innej planety z bliska uzyskał Mariner 4 dopiero 14 VII 1965 przelatując koło Marsa. Z kolei pierwsze uwieńczone sukcesem zetknięcie się sondy z samym globem Wenus nastąpiło 18 X 1967 — były to pierwsze bezpośrednie pomiary warunków panujących w atmosferze Wenus wykonane przez Wenerę 4 podczas opadania na spadochronach. Procedura taka była potem wielokrotnie powtarzana przez następne próbniki serii Wenera. Wenera 9 i następnie oprócz czujników wyposażone były także w kamery fotografujące okolice miejsca lądowania. Do dziś również na Marsie wielokrotnie lądowały automatyczne aparaty pomiarowe. Ostatnimi były Viking 1 i 2, które m.in. prowadziły analizy gruntu marsyjskiego w celu ewentualnego stwierdzenia istnienia w nim organizmów żywych — wynik był, jak wiemy, negatywny.

Żaden aparat stworzony przez człowieka nie lądował jeszcze na Merkury, jedynie Mariner 10 trzykrotnie zbliżył się doń wykonując pomiary i zdjęcia powierzchni (29 III 1974, 21 IX 1974 i 16 III 1975). Od tego czasu wiemy np., że powierzchnia Merkurego ludzkość przypomina grunt księżycowy.

Dotychczas cztery sondy dokonały udanych zbliżeń do wielkich planet. Pioneer 10 wystartował 3 III 1972 i osiągnął Jowisza 4 XII 1973 przesyłając na Ziemię wyniki pomiarów i obrazy tej największej planety Układu Słonecznego. To samo powtórzył Pioneer 11 (start 5 IV 1973, przy Jowiszu 3 XII 1974), który ponadto 1 IX 1979 dotarł do Saturna. Oba te próbniki formowały obrazy planet metodą jeszcze dość prymitywną, mianowicie omiatania całego nieba (w rytm wirowania całego aparatu) fotometrem o małym polu widzenia. Natomiast dwie następne sondy wyposażone już były w normalne kamery telewizyjne z potężnymi teleobiektywami. Były to Voyager 1 (start 5 IX 1977, przy Jowiszu 5 III 1979, przy Saturnie 12 XI 1980) i Voyager 2 (start 20 VIII 1977, przy Jowiszu 9 VII 1979, przy Saturnie 25 VIII 1981). Dzięki nim poznaliśmy nie tylko drobnoskalową strukturę powłoki chmur na Jowiszu i Saturnie, lecz także ukształtowanie gruntu czterech największych satelitów Jowisza i budowę pierścieni Saturna. Obecnie Voyager 2 leci ku Uranowi, dokąd dotrze w 1986 r.

Szkoda, że żadna nowa sonda nie leci obecnie ku dalekim planetom — wszak od chwili startu do osiągnięcia celu mijają lata. Przygotowywane są jedynie trzy próbniki mające za kilka miesięcy polecieć na spotkanie komety Halleya.

Na dotychczas opublikowanych czterech sektorach widzimy, że zaznaczony na czerwono tor komety Halleya układa się w zadziwiające pętle. Na mapce zamieszczonej w tym numerze trajektoria komety (idąc do „tyłu”) przechodzi na niewidoczną z Polski część nieba i pojawi się znowu dopiero na sektorze sierpniowym.

Zwróćcie uwagę na daty związane z torem komety. Obecnie „wykonuje” ona ostatnią (przed przejściem przez perihelium) pętlę, jej rektascensja wynosi około 5<sup>h</sup> (sektor styczniowy). Nie znaczy to jednak, żebym namawiał Was do rozpoczęcia już obserwacji. Kometa Halleya jest ciągle słabiutką mgiełką niedostrzegalną nawet przez największe teleskopy amatorskie. Pierwszych prób jej spostrzeżenia przez małe lunety i lornetki będzie można dokonać dopiero w listopadzie.

Dziś chcemy się zająć owymi pętlami. Część toru pokonywanego przez kometa zaznaczona na naszej mapie obejmuje lata 1982—1990. Jest to okres od ponownego odkrycia do momentu, kiedy kometa będzie znowu prawdopodobnie tak słaba, że nie będzie mogła być zarejestrowana nawet przez najczulsze instrumenty naziemne. W tym czasie wykonując 9 pętli przemierzy prawie całą sferę niebieską — od rektascensji ok. 7<sup>h</sup> do 9<sup>h</sup> (przypominamy, że jej rektascensja średnio cały czas maleje). Ale ta orbita musi się, oczywiście, zamknąć. Nie zamknie się idealnie, bo wpływ perturbacyjny planet powoduje, że orbita komety zmienia się w czasie. W ciągu pozostałych 67 lat (okres orbitalny komety Halleya wynosi około 76 lat) wykonuje ona 67 pętli przemierzając pozostały odcinek około 30° (od rektascensji 9<sup>h</sup>20<sup>m</sup> do 7<sup>h</sup>).

Kiedy kometa oddała się od Słońca, pętle te (już oczywiście każdy domyśla się, że są one, podobnie jak w przypadku planet, odbiciem ruchu orbitalnego Ziemi, z której obserwujemy kometa) są coraz mniejsze. W aphelium są już zupełnie malutkie. Kometa Halleya znajduje się wtedy w odległości około 35 jednostek astronomicznych od Słońca. Znając jedynie tę liczbę można oszacować

w przybliżeniu, że rozmiar najmniejszej pętli wynosi około  $\arctg \frac{2}{35} = 3^{\circ}3$  (dlaczego?), czyli około 13<sup>m</sup>.

Wydaje się, że jasność komety Halleya w aphelium osiąga 28—30 wielkość gwiazdową i w związku z tym wielu astronomów duże nadzieje wiąże z jej obserwacjami przy użyciu Wielkiego Teleskopu Kosmicznego, który ma być wyniesiony na orbitę w 1986 r. Jego zasięg (teoretycznie do 28 wielkości gwiazdowej) pozwoli, być może, na ciągłą obserwację komety na całym jej torze, a przynajmniej na ogromnej jego części.