

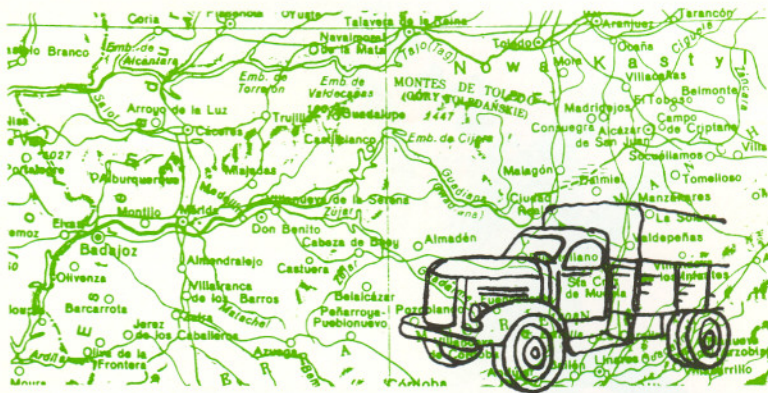
SPIS TREŚCI

NUMERU 12(211)

Wielkie zmiany ekosystemu globalnego <i>Antoni Hoffman</i>	str. 1
Ziemia – żywa planeta <i>Władysław J. H. Kunicki-Goldfinger</i>	str. 1
Jak ważono Ziemię <i>Tomasz Kwast</i>	str. 2
O spłaszczeniu Ziemi	str. 4
Długość i szerokość <i>Marek Kordos</i>	str. 5
Co Hipparch widział gołym okiem? <i>Tomasz Kwast</i>	str. 6
Zadania	str. 7
Epoki lodowcowe <i>Joanna Udalska</i>	str. 8
Jak mierzono Ziemię w starożytności	str. 9
Atmosfera <i>Marek Kordos, Joanna Udalska</i>	str.10
W rozwiązaniu był błąd	str.12
Wyniki Konkursu Prac Uczniowskich z Matematyki	str.12
Epsilon	str.13
Klub 44	
Komputerowa symulacja efektu cieplarnianego	str.16

W następnym numerze:

Ile jest torusów?



„Delta”
matematyczno-fizyczno-astronomiczny
miesięcznik popularny
Polskiego Towarzystwa
Matematycznego, Polskiego
Towarzystwa Fizycznego i Polskiego
Towarzystwa Astronomicznego
wydawany przy poparciu
Ministerstwa Edukacji Narodowej

Komitet Redakcyjny:

Andrzej Białynicki-Birula
Bogdan Cichocki
Roman Duda
Jan A. Gaj
Tomasz Hofmokl – wiceprzewodniczący
Tadeusz Jarzębowski
Marcin Kubiak
Andrzej Mąkowski
Andrzej Pelczar
Zbigniew Płochocki
Zdzisław Pogoda
Konrad Rudnicki
Zbigniew Semadeni
Grzegorz Sitarski
Józef I. Smak
Kazimierz Stępień
Mieczysław Subotowicz
Andrzej Szymacha
Aniela Wolska
Andrzej Woszczyk
Wojciech Żakowski – przewodniczący

WARUNKI PRENUMERATY

1. Wpłaty na prenumeratę przyjmowane są tylko na okresy kwartalne.
2. Cena prenumeraty na II kwartał 1992 r. wynosi 12000,- zł.
3. Prenumerata ze zleceniem dostawy za granicę jest o 100% wyższa; w przypadku zlecenia dostawy drogą lotniczą – koszt dostawy lotniczej w pełni pokrywa prenumerator.
4. Wpłaty na prenumeratę przyjmują:
 - oddziały RSW właściwe dla miejsca zamieszkania lub siedziby prenumeratora – odbioru zamówionych egzemplarzy dokonuje prenumerator w wyznaczonych punktach sprzedaży lub w inny, uzgodniony sposób,
 - urzędy pocztowe i listonosze – od prenumeratorów z terenów wiejskich lub innych miejscowości, w których nie ma oddziałów RSW, a w miastach tylko od osób niepełnosprawnych – poczta zapewnia dostawę zamówionych egzemplarzy pod wskazany adres pod warunkiem uiszczenia dodatkowej opłaty za każdy doręczany egzemplarz – opłata wynosi 500,- zł od egzemplarza,
 - Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, 00-958 Warszawa, konto PBK XIII Oddział Warszawa 370044-1195-139-11 – tylko od prenumeratorów zlecających dostawę za granicę.
5. Terminy przyjmowania prenumeraty:
 - na kraj – do 20 XI na I kwartał roku następnego
do 20 II na II kwartał
do 20 V na III kwartał
do 20 VIII na IV kwartał
 - na zagranicę – do 31 X na I kwartał
oraz do 1 dnia każdego miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty roku bieżącego.

Cena 1 egzemplarza zł 3000,-

Redaguje kolegium w składzie:

Krzysztof Biesaga
Piotr Hajlasz
Krystyna Kordos – sekr. red.
Marek Kordos – red. nac.
Paweł Krawczyk – z-ca red. nac.
Tomasz Kwast
Stanisław Mrówczyński
Anna Rudnik
Joanna Udalska

Adres Redakcji:

ul. Smyczkowa 5/7
02-678 Warszawa

Adres poczty komputerowej
(E-mail address):

DELTA@PLEARN.BITNET

Wydawca:

Uniwersytet Warszawski
Krakowskie Przedmieście 26/28
00-927 Warszawa

Nakład 10 000 egz.

Wydrukowano
w Zakładach Graficznych
w Warszawie, ul. Srebrna 16

Skład systemem T_EX
wykonała redakcja.

Wielkie zmiany ekosystemu globalnego

Antoni HOFFMAN

Metodologiczną podstawą nowoczesnej geologii jest reguła aktualizmu, którą streszcza hasło sformułowane pod koniec XIX wieku przez Jamesa Huttona: „Teraźniejszość jest kluczem do przeszłości”. To znaczy, że rekonstrukcji przeszłości geologicznej, tj. dawnych i najdawniejszych dziejów naszej planety, dokonać można tylko w oparciu o znajomość i zrozumienie procesów zachodzących współcześnie. I to na wszystkich poziomach – od drobnoskalowych procesów powierzchniowych (takich jak erozja koryta rzeki czy powstawanie wydym piaszczystych) do interakcji podstawowych składników ekosystemu globalnego (tj. litosfery, oceanu, atmosfery i biosfery).

Bardzo często wyciąga się stąd wniosek, że ekosystem globalny zawsze – a przynajmniej od czasu, kiedy biosfera osiągnęła już takie rozmiary że stała się w tym systemie elementem istotnym – działa i wygląda w zasadzie tak samo.

Tak nie jest – w bardzo wielu przypadkach geologia może to już dzisiaj wykazać. Do najbardziej spektakularnych przykładów należą wydarzenia na przełomie ery paleozoicznej i mezozoicznej, tj. około 250 milionów lat temu. Miało wówczas miejsce najdramatyczniejsze w dziejach Ziemi i biosfery wielkie wymieranie gatunków. Szacuje się, że wymarło wtedy – w przeciągu zapewne nie więcej niż miliona lat – 80–95% wszystkich gatunków zwierząt morskich. Równocześnie zaś nastąpiła zasadnicza zmiana oceanograficzna. Widać to bardzo wyraźnie w zapisie składu izotopowego dwutlenku węgla rozpuszczonego w wodzie morskiej.

Pierwiastek węgiel występuje w przyrodzie w dwóch stabilnych (niepromieniotwórczych) odmianach izotopowych. Otóż na przełomie ery paleozoicznej i mezozoicznej proporcje tych dwóch izotopów w oceanie drastycznie się zmieniły w sposób, który dowodzi, że miało wówczas miejsce utlenienie wielkich mas węgla organicznego i rozpuszczenie powstałego w efekcie dwutlenku węgla w oceanie. Co więcej, można obliczyć, jak dużo materii organicznej zostało wtedy utlenione. Okazuje się, że masa owej materii organicznej niemal o dwa rzędy wielkości przekracza masę całej współczesnej biosfery. A utlenienie jej nastąpiło bardzo szybko – w przeciągu dziesiątków tysięcy (a nie setek tysięcy czy milionów) lat.

Skąd wzięło się tak dużo materii organicznej podatnej na szybkie utlenianie? Z rozmaitych powodów najbardziej prawdopodobne wydaje się, że z dna oceanu. Tym bardziej że analogiczny proces (choć może powolniejszy) miał też miejsce na przełomie ery proterozoicznej i paleozoicznej, niemal 600 milionów lat temu, gdy życia na lądzie jeszcze nie było i materia organiczna po prostu musiała pochodzić z oceanu.

W takim jednak razie ocean musiał wówczas wyglądać zupełnie inaczej niż współcześnie. W dzisiejszym bowiem oceanie nie może się nagromadzić tyle materii organicznej. Z wyjątkiem niewielkich lokalnych basenów (takich jak na przykład Morze Czarne czy najgłębsze rowy oceaniczne) prądy głębinowe wszędzie doprowadzają tlen. Jeśli zatem pod koniec ery paleozoicznej, a wcześniej pod koniec ery proterozoicznej, w oceanie nagromadziły się (i nie utleniły się) wielkie masy materii organicznej, to nie mogły wówczas działać takie prądy.

Wbrew pozorom jest to różnica o kolosalnych wręcz konsekwencjach. Ocean pozbawiony prądów głębinowych to ocean żyzniejszy, bo pozwalający na powrót kluczowych dla fitoplanktonu pierwiastków – azotu i fosforu – do obiegu. To zatem ocean, w którym biosfera znajduje o wiele lepsze warunki do rozwoju. I to cała biosfera – zarówno organizmy żyjące w warunkach utleniających (tj. producenci materii organicznej

Ziemia

– żywa planeta

Władysław J. H.

Kunicki-Goldfinger

Nazywanie Ziemi żywą planetą jest chyba w pełni słuszne. Żywe organizmy pojawiły się na Ziemi pewno ponad 3,8 miliarda lat temu. Ponieważ wiek Ziemi szacuje się na około 4,6 miliarda lat, zatem przez ponad 4/5 czasu jej trwania była ona zamieszkała przez żywe istoty. Pierwsze organizmy zasiedlające Ziemię były istotami bakteriopodobnymi, jak świadczą o tym ich zidentyfikowane skamieliny. Wszystko wskazuje na to, że bakterie były jedynymi mieszkańcami Ziemi przez około 2 miliardy lat. Dopiero potem pojawiły się jednokomórkowe organizmy bardziej skomplikowane, jak glony, pierwotniaki, grzyby. A zaledwie od około miliarda lat żyją na Ziemi tkankowce.

Choć blisko połowa okresu trwania życia przypada na rozwój świata bakteryjnego, ówczesna biosfera była w pełni sprawnym systemem. Przypuszczalnie bardzo wcześnie pojawiły się wśród bakterii autotrofy, zdolne do odżywiania się dwutlenkiem węgla i solami mineralnymi. Wykorzystywały przy tym energię pochodzącą z utleniania wodoru lub związków siarki, azotu, żelaza, a również energię promienistą Słońca. Przeszło 2 miliardy lat temu bakterie, zapewne podobne do dziś żyjących sinic, uzyskały zdolność do takiej fotosyntezy, jaką spotykamy teraz u roślin: redukcji dwutlenku węgla na związek organiczny (cukier) za pomocą zielonego barwnika, chlorofilu. Chlorofil, ulegając przy tym utlenieniu, jest ponownie redukowany, przy wykorzystaniu jako reduktora wody, w którym to procesie uwalnia się tlen cząsteczkowy. Musimy pamiętać, że uprzednio atmosfera mogła zawierać jedynie ślady tlenu. Był on wtedy tworzony wyłącznie w trakcie fotolizy wody przez promienie ultrafioletowe. Tak powstający tlen był natychmiast zużywany na utlenianie zredukowanych składników skał magmowych, a jeśli stężenie jego tylko nieco wzrosło (do około 1/1000 obecnego stężenia), powstawała wokół Ziemi warstwa ozonu, wstrzymująca dopływ promieniowania ultrafioletowego,

a w konsekwencji hamująca fotolizę wody i powstawanie tlenu. Tlen atmosfery jest więc w całości tworem życia.

Bilans azotu w atmosferze, wodach i glebie wynika również wyłącznie z działalności organizmów, głównie bakterii: jedne z nich utleniają amoniak na azotany, inne redukują azotany do azotu cząsteczkowego, wreszcie jeszcze inne wiążą azot cząsteczkowy, budując aminokwasy. Dawna biosfera bakteryjna zapewniała krążenie pierwiastków biogennych (węgla, azotu, siarki, fosforu). Pierwsze bakterie, żyjąc w środowisku pozbawionym tlenu, oddychały tylko beztlenowo, w procesach przypominających fermentację. Niektóre z nich uzyskiwały również możliwość oddychania zastępując tlen utlenionymi związkami mineralnymi; siarczany ulegały przy tym redukcji na siarczki, a azotany – na azot cząsteczkowy. Krążenie węgla zapewniały autotrofy, przetwarzające dwutlenek węgla na związki organiczne, oraz bakterie cudzożywne, rozkładające związki organiczne z powrotem na m.in. dwutlenek węgla. Krążenie azotu wynikało z wbudowywania amoniaku i azotu cząsteczkowego w związki organiczne, przede wszystkim w białka, oraz z rozkładu tych związków przez bakterie z powrotnym uwalnianiem amoniaku. Uczestniczyły w tym procesy redukcji azotanów, utleniania amoniaku i wiązania azotu cząsteczkowego. Krążenie siarki wiązało się z budowaniem aminokwasów siarkowych z siarczanów i siarczków, z ponownym uwalnianiem siarkowodoru przy rozpadzie związków organicznych, a też z redukcji siarczanów oraz utleniania siarkowodoru. Ostatecznie, istniejące w naturze pokłady saletry są niemal wyłącznie pochodzenia biologicznego. Podobnie liczne pokłady siarki, siarczków i siarczanów są wytworem bakterii. Bakterie, a potem w większym stopniu inne organizmy, powodowały odkładanie pokładów węglanów, fosforanów, krzemionki.

Powierzchniowe warstwy kuli ziemskiej są więc współtworzone przez żywe istoty. Obecna atmosfera jest tworem życia, to ono zapewnia obecność tlenu, reguluje zawartość azotu i dwutlenku węgla. Tlen nie tylko umożliwia oddychanie tlenowe, bez którego nie byłoby roślin i zwierząt, ale zapewnia także utrzymanie osłony ozonowej, chroniącej życie przed szkodliwym działaniem ultrafioletu. Uwalniany przez organizmy dwutlenek

i jej konsumenci), jak i organizmy bakteryjne przystosowane do warunków beztlenowych (tj. redukcenci materii organicznej). Co więcej, taki ocean to ocean wyraźnie cieplejszy, a zatem bardziej parujący. Wzbogacenie atmosfery w parę wodną prowadzi zaś równie skutecznie do powstania efektu cieplarnianego, jak to się dzieje w przypadku dwutlenku węgla. Atmosfera bogatsza jest też w tlen, póki nie zwiąże go późniejsze utlenienie nagromadzonego w oceanie węgla organicznego. Ciepły ocean pozwala również na wielką aktywność ryftów śródoceanicznych, z czym nieodłącznie powiązany jest globalny wzrost poziomu morza i zalanie części mas kontynentalnych. Po pewnym jednak czasie dynamika procesów geologicznych i oceanograficznych nieuchronnie prowadzi do takich wydarzeń, jak na przykład ery paleozoicznej i mezozoicznej, to znaczy do powstania oceanu chłodnego i ruchliwego. A taka zmiana oceanograficzna, klimatyczna i geograficzna łączyć się musi z wielkim wymieraniem gatunków.

Najwyraźniej więc w ekosystemie globalnym mówić można o bardzo poważnych fluktuacjach. W związku z wahaniami charakteru oceanu co pewien czas zasadniczo zmieniają się rozmiary biosfery, temperatura oceanu i klimat, globalny poziom morza, zawartość tlenu w atmosferze. I warto sobie zdać z tego sprawę, bo to jest nasze środowisko naturalne.

Jak ważono Ziemię

Tomasz KWAST

W pierwszym odruchu każdy chyba uzna, że przy wyznaczaniu masy Ziemi nieuniknione będzie wykorzystanie prawa grawitacji, np. w wersji $g = GM/R^2$, gdzie g oznacza przyspieszenie ziemskie, G – stałą grawitacji, M – masę Ziemi, R – jej promień. Samo zmierzenie przyspieszenia ziemskiego nie przedstawia trudności. Robiono to kiedyś metodą zrzucania różnych ciężarków ze znanej wysokości, później badając okres wahań rozmaitych wahadeł, obecnie można to robić śledząc ruch Księżyca lub sztucznych satelitów. Ale dostrzegamy tu zaraz kłopot: nie daje się w ten sposób rozseparować stałej grawitacji G i masy Ziemi M . Trzeba znaleźć sposób na niezależne ich wyznaczenie.

Pierwsze próby, podjęte jeszcze w XVIII w., polegały na pomiarze odchylenia pionu w pobliżu gór, co, oczywiście, było tu miarą przyspieszenia grawitacyjnego ze strony góry. Wyznaczało się w rezultacie stałą grawitacji przyjmując jakiś rozkład masy wewnątrz góry. Niestety, wyniki tych doświadczeń były niezbyt dokładne, czemu nie należy się dziwić, ponieważ nie jest łatwo zmierzyć te naprawdę drobne odchylenia, jak również określić położenie środka masy góry.

Inna metoda została zastosowana przez Airy'ego w 1856 r. Polegała ona na porównaniu przyspieszenia g na powierzchni Ziemi oraz g' – na określonej głębokości h w kopalni. Jeżeli przez $\bar{\rho}$ oznaczyć średnią gęstość Ziemi, a przez ρ gęstość jej warstw powierzchniowych, to

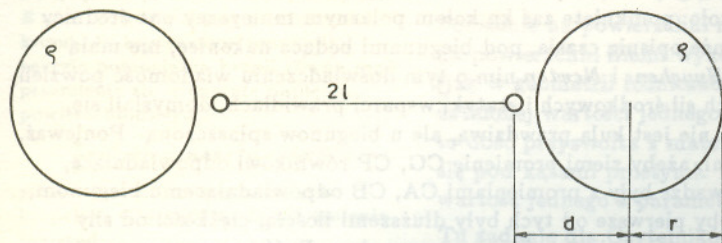
$$g' \approx G \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \bar{\rho} - 4\pi R^2 h \rho}{(R-h)^2} \approx \frac{4}{3}\pi G R \bar{\rho} \left(1 - 3 \frac{h \rho}{R \bar{\rho}} + 2 \frac{h}{R}\right),$$

ponieważ warstwa leżąca wyżej niż obserwator nie działa na niego grawitacyjnie i h jest małe w porównaniu z R . Zatem

$$\frac{g' - g}{g} \approx \frac{h}{R} \left(2 - 3 \frac{\rho}{\bar{\rho}}\right),$$

czyli ostatecznie mamy sposób na wyznaczenie średniej gęstości Ziemi. Dokładność tej metody też nie była wysoka z powodu słabej znajomości gęstości powierzchniowych warstw Ziemi.

Ale wcześniej, bo w 1798 r., Cavendish otrzymał dokładniejsze wyniki za pomocą tzw. wagi skręceń. Są to dwa ołowiane ciężarki umocowane na lekkim pręcie o długości $2l$ zawieszonym poziomo na sprężystej nici. Po obu stronach tej „wagi” umieszcza się dwie duże, ołowiane (a więc o dobrze znanej gęstości ρ) kule o promieniu r .



W polu ciężkości tych wielkich kul każda z małych kulek zachowuje się jak ciężarek wahadła matematycznego o długości l . Wahania pręta z kulkami są obserwowane przez mikroskop i mierzony jest ich okres t . Oczywiście, $t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$, gdzie $g' = G \cdot 4\pi r^3 \rho / 3d^2$.

Stąd już bezpośrednio można obliczyć stałą grawitacji

$$G = \frac{3\pi l d^2}{r^3 \rho t^2}$$

Można też inaczej. Samo przyspieszenie ziemskie g równa się $\frac{4}{3}\pi G R \bar{\rho}$. Dzieląc g' przez g otrzymujemy możliwość wyznaczenia średniej gęstości Ziemi

$$\frac{\bar{\rho}}{\rho} = \frac{r^3}{R d^2} \cdot \frac{g}{g'} = \frac{r^3}{R d^2} \frac{g t^2}{4\pi^2 l}$$

Jeszcze inaczej poradził sobie Jolly w 1878 r. Na wysokiej wieży umieścił precyzyjną wagę, do której szalek doczepiona była jeszcze jedna ich para na niciach o długości ponad 20 m. Ciężar szklanej kuli z rtęcią został najpierw zrównoważony na górnych szalkach. Po przeniesieniu rtęci na dolną szalkę trzeba było wagę ponownie zrównoważyć, gdyż rtęć na dolnej szalce jest silniej przyciągana przez Ziemię. Wreszcie pod rtęć znajdującą się nadal na dolnej szalce wsunięto wielką kulę ołowianą o znanej masie i rozmiarach – wagę trzeba było jeszcze raz zrównoważyć. Dodatki niezbędne do zrównoważenia wynosiły zawsze drobne ułamki grama, jednak doświadczenie dało dobrze określony wynik, którym była wartość średniej gęstości Ziemi. Czytelnik może sobie w ramach ćwiczeń sam odtworzyć rozumowanie Jolly'ego.

Doświadczenia z grawitacją są zawsze kłopotliwe, gdyż nawet wielotonowe masy przyciągają się z ledwo mierzalną siłą – krótko mówiąc, stała grawitacji jest dość małą wielkością, $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$. W dodatku do dziś jest najgorzej znana stała fizyczna, co pociąga za sobą, że i masa Ziemi jest znana ze skromną dokładnością – $M_Z = 5,975 \cdot 10^{24} \text{ kg}$. Dość dokładnie jest znany iloczyn tych wielkości i np. roczniki astronomiczne podają $GM = 3986005 \cdot 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2$. Planowany jest kosmiczny eksperyment, w którym na orbicie okołoziemskiej, a więc „w nieważkości”, ma się umieścić dwie masy obiegające się wzajemnie, których ruch i położenie można by mierzyć z ogromną dokładnością, skąd stała grawitacji dałoby się wyznaczyć precyzyjniej niż jakimikolwiek metodami dotychczas.

węgla, zatrzymując promienie podczerwone, zapobiega traceniu przez Ziemię ciepła, podobnie jak czynią to szkło lub folia w szklarniach.

Skład oceanu, głównego regulatora ciepła, jest w znacznej mierze zależny od aktywności organizmów. To one stabilizują zawartość węglanów i dwuwęglanów, siarczanów, azotanów, fosforanów i krzemionki. Skorupa ziemska, w odróżnieniu od skorup innych planet, zawiera duże ilości skał osadowych, a szczególnie wapieni. To żywe istoty odłożyły w Ziemi węgiel, lignit, torf, ropę i gaz. Wreszcie to żywe istoty budują glebę i zapewniają obecność w niej najważniejszego dla roślin składnika – humusu (próchnicy).

Nie tylko czynniki fizyczne i chemiczne powierzchni Ziemi wpływają na życie i modelują przebieg ewolucji. To także same żywe organizmy współkształtują powierzchnię Ziemi i modelują jej przemiany. Ów ścisły związek między żywymi a nieożywionymi składnikami powierzchni Ziemi jest zatem i dla ewolucji życia, i dla samej Ziemi niesłychanie ważny. Uznając wagę tych zależności niektórzy uczeni uważają, że biosfera wraz z nieożywionymi składnikami Ziemi tworzy rodzaj autonomicznego, samoregulującego się systemu, któremu nadano imię greckiej bogini Matki-Ziemi, Gai. I choć większość uczonych nie przyjęła tej hipotezy, uważając, iż brak danych świadczących, że układ życie-Ziemia jest systemem autonomicznym, samoregulującym i samoodtwarzającym się, obserwacje i przesłanki leżące u podstaw tej hipotezy są zasadne.

Życie na pewno istnieje na Ziemi od około 4 miliardów lat. Natomiast dyskutowanym problemem jest pytanie, czy życie powstało tu, na Ziemi, czy też przywędrowało tu z Kosmosu. Hipotezę głoszącą, że życie pochodzi spoza Ziemi, nazywamy hipotezą panspermii. Powstała ona w połowie ubiegłego wieku, a obecnie głosi ją tylko niewielu badaczy. Problem kryje się w tym, że hipoteza panspermii też zakłada, iż życie powstało kiedyś spontanicznie. Hipoteza ta miałaby zatem sens, gdyby powstanie życia poza Ziemią było bardziej prawdopodobne niż powstanie go tutaj. Dodatkowo trzeba by przyjąć założenie, że wędrowka życia w Kosmosie jest również dość prawdopodobna. Wędrujące w Kosmosie zarodki życia narażone byłyby

O spłaszczeniu Ziemi

– tekst oryginalny z 1797 r.

Obracanie się ziemi około osi dowiedzionym zostało; wątpliwości zaś jej podpadła kulistość. Ztąd bowiem, że się ziemia obraca wypada, że różne jej części środkochybnej nabywają siły, która nie w całej jej rozległości jest równa; gdyż części pod równikiem będące wielkie we 24 godzinach opisują koło; pomknięte zaś ku kołom polarnym mniejszy one średnicy w jednymże opisują czasie, pod biegunami będące nakoniec, nie mają obrotu. *Huyghens* i *Newton* nim o tym doświadczeniu wiadomość powzieli, na samych sił środkowych i statyki wsparci prawidłach, domyślali się, że ziemia nie jest kulą prawdziwą, ale u biegunów spłaszczoną. Ponieważ, mówili oni, ażeby ziemi promienie CG, CP równikowi odpowiadające, w równowadze były z promieniami CA, CB odpowiadającemu biegunom, trzeba żeby pierwsze od tych były dłuższymi ilością, ciężkości od siły środkochybnej zmniejszeniu proporcjonalną. Ilość tę nawet nazaczyli za pomocą rachunków. Według *Huyghensa*, średnica równika jest do osi ziemi jak 578 do 577. Według *Newtona* zaś, jak 230 do 229; nie wielka w tym jak widać zachodzi różnica. Teorya od tych dwóch wielkich ludzi podana, przez Akademikow o któryacheśmy wspomnieli sprawdzoną została; jedni z nich w Peru, drudzy zaś na północy, brali miarę jednego stopnia południka w odmiennych strefach, końcem upewnienia się czyli ziemia jest kulistą lub nie. W dziełach ich opisane są tych robot szczeguły, których tu tylko wypadki kładniemy. Promień południka ziemi równa się 3,281,013 sążni, jej zaś osi półowa 3,265,752 $\frac{1}{2}$ sążni; różnica 15,260 $\frac{1}{2}$ sążni jest miarą spłaszczenia ziemi u biegunow. Ta na całej osi różnica wynosi 13 mil Francuzkich po 2,283 sążnie mających, więcej 842 sążniami; zkąd wypada, że średnica równika większa jest od osi ziemskiej 13 milami i $\frac{1}{3}$ blisko; stosunek więc średnicy równika do osi, jest jak 215 do 214, do którego *Newtonowski* bardzo się przybliża.

M. J. BRISSON, Początki fizyki w tłumaczeniu W. Choynickiego, Wilno 1800

Stosunek promienia równikowego do promienia biegunowego Ziemi wynosi według danych współczesnych 1,00336.



Dzisiejsze pomiary wskazują, że niezłym modelem Ziemi jest elipsoida obrotowa o półosiach $a = 6378$ km, $b = 6357$ km. Spłaszczenie Ziemi ($\alpha = \frac{a-b}{a} = \frac{1}{297}$) jest, oczywiście, skutkiem jej wirowania, a wobec tego np. ciężenie w różnych szerokościach geograficznych musi być różne i to z dwóch powodów: w zależności od szerokości geograficznej zmienia się sama odległość obserwatora od środka (od ciężkiego jądra) Ziemi oraz odległość od jej osi obrotu (a więc wartość przyspieszenia odśrodkowego). Wektor wypadkowego przyspieszenia jest, oczywiście, prostopadły w każdym punkcie do elipsoidy (elipsoida jest powierzchnią ekwipotencjalną), ale nie jest – na ogół – skierowany ku środkowi Ziemi. Dlatego wyróżnia się dwa rodzaje szerokości geograficznej: astronomiczną ϕ określoną jako kąt między płaszczyzną równika a pionem, oraz geocentryczną ϕ' , czyli kąt między płaszczyzną równika a promieniem wodzącym poprowadzonym ze środka Ziemi. W przybliżeniu zachodzi

$$\phi - \phi' = \alpha \sin 2\phi = 696'' \sin 2\phi.$$

Sam promień wodzący wynosi w przybliżeniu

$$r = a(1 - \alpha \sin^2 \phi),$$

a wypadkowe przyspieszenie grawitacyjne

$$g = 978,05 + 5,17 \sin^2 \phi \text{ [cm/s}^2\text{]}.$$

Takie zmiany grawitacji są mierzalne nawet niezbyt wyrafinowanymi metodami, aczkolwiek – jak widać – są małe w porównaniu z samą wartością przyspieszenia. Czele szczęście!

T.K.

stale na szkodliwe działanie różnego rodzaju promieniowania, a czas ich przeżycia musiałby być ograniczony. Nawet wędrówka w naszej Galaktyce, której średnica przekracza 100 000 lat świetlnych, trwałaby miliony lat. Prawdopodobieństwo przywędrowania życia spoza naszej Galaktyki spada niemal do zera. Ponieważ wiek Galaktyki jest tylko nieznacznie większy niż wiek Ziemi, prawdopodobieństwo powstania życia w naszej Galaktyce i przywędrowania na Ziemię wydaje się mniejsze niż prawdopodobieństwo powstania życia tutaj.

Powstanie życia jest ponadto zależne od zaistnienia dość specjalnych warunków. Życie może powstać, z uwagi na warunki fizyczne, jedynie na planecie, a nie na gwiazdzie. Dotychczas nie opisano innych systemów planetarnych poza naszym Układem Słonecznym. Wśród setek miliardów gwiazd naszej Galaktyki możemy się spodziewać jakiejś liczby układów planetarnych. Ale warunki zapewniające możliwość powstania życia mogłyby istnieć jedynie w części tych układów o bardzo wyjątkowych cechach. Układ, w którym mogłoby powstać życie, musiałby być dostatecznie długiotrwały, bo ewolucja życia trwa miliardy lat. Inaczej mówiąc, gwiazda tworząca taki układ musiałaby być mniej więcej wielkości Słońca. Gwiazdy większe trwają zbyt krótko, gwiazdy mniejsze nie byłyby zdolne do rozpalenia w swoim wnętrzu paleniska jądrowego, nie mogłyby zatem planecie dostarczyć dostatecznej ilości ciepła. W owym układzie planeta, na której mogłoby powstać życie, nie mogłaby być zbyt daleko od gwiazdy, bo byłaby zbyt zimna, ani zbyt blisko – bo byłaby zbyt gorąca. Musiałaby być planetą skalną, zdolną do utrzymania na swojej powierzchni wody i atmosfery.

Uwzględniając te wszystkie okoliczności prawdopodobieństwo powstania życia tu, na Ziemi, wydaje się większe niż prawdopodobieństwo powstania go gdzieś w Galaktyce, a następnie przywędrowania tutaj.

Przypuszczalnie zatem życie powstało na Ziemi, z pewnością rozwija się i ewoluuje tu od prawie 4 miliardów lat. Ziemia jest więc naprawdę planetą życia. Nie wiemy wprawdzie, czy jest ona jedyną planetą życia w naszej Galaktyce, a tym bardziej w całym Wszechświecie, i nie jest pewne, czy się tego kiedyś dowiemy. Wiemy jednak, że Ziemia jest naszą planetą życia i że na niej ewolucja zrodziła nasz gatunek. Szanujmy więc życie i jego warunki, bo są to też warunki naszego przeżycia.

Długość i szerokość

Marek KORDOS



Rozwiązanie zadania F 324.

Niech m oznacza masę kropli wody, ρ zaś jej gęstość. Energia związana z napięciem powierzchniowym wynosi $E = S \cdot \sigma$, gdzie S jest powierzchnią kropli. W krytycznym przypadku energia potencjalna kropli równa mgh przemienia się w energię napięcia powierzchniowego

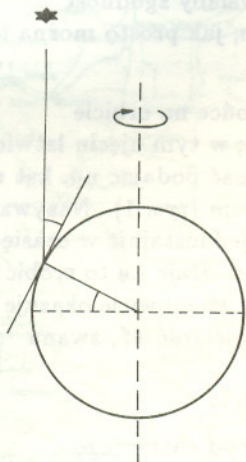
$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho gh = 4\pi r^2 \sigma - 4\pi R^2 \sigma,$$

gdzie r jest promieniem małych kropelek. Objętość wody nie zmienia się, stąd

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = n \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Rozwiązując powyższe równania znajdujemy

$$n = \left(1 + \frac{R\rho gh}{3\sigma}\right)^{3/2} \approx 31.$$



Kierunek osi ziemskiej na półkuli południowej żeglarze wyznaczyli posługując się Krzyżem Południa – pisaliśmy o tym w *Delcie* 3/1986.

Jak wiadomo z podręczników geografii, Ziemia ma tylko długość i szerokość, co (zgodnie z piątą definicją z *Elementów* Euklidesa) powoduje, że jest powierzchnią, jest dwuwymiarowa. Bo tak naprawdę to geografia interesuje się powierzchnią Ziemi, nie kulą ziemską, lecz ziemską sferą.

Położenie na powierzchni może być opisane dwoma parametrami. Opisując położenie na powierzchni Ziemi wykorzystujemy tę minimalną możliwość. Linie parametryczne (jak w geometrii różniczkowej nazywa się zbiory punktów powierzchni odpowiadające ustalonej wartości jednego z parametrów) to na Ziemi południki i równoleżniki. Jest to dość przyzwyczajona z matematycznego punktu widzenia sytuacja, bo linie te przecinają się pod kątami prostymi. Ale całkiem przyzwyczajona nie jest – są dwa punkty, dla których wartość jednego z parametrów nie jest określona.

Tu zadanie dla Czytelników: czy można tak opisać położenie punktów na Ziemi za pomocą (jakichś) dwóch parametrów, by linie parametryczne przecinały się pod kątami prostymi (uczenie: były ortogonalne) i by każdy punkt leżał na dokładnie jednej linii z każdej rodziny?

Z przyrodniczego punktu widzenia różnica między długością geograficzną a szerokością geograficzną (bo tak nazywamy parametry sfery ziemskiej) jest ogromna. Ustalenie szerokości geograficznej danego punktu może być wykonane w sposób obiektywny, ustalenie długości – nie.

Dla objaśnienia tej herezji najpierw inny przykład. Mierzenie kątów (w naszej zwykłej euklidesowej geometrii) daje się opisać czysto geometrycznie – w częściach kąta pełnego. Dobór nazw dla tych części może być różny: kąt pełny ma 2π radianów, 360 stopni, 400 gradusów, 6000 tysięcznych – w każdym jednak przypadku te jednostki można zdefiniować wewnątrz geometrii. Odmienne jest z długością – każdy odcinek jest geometrycznie taki sam, aby więc mierzyć długość, musimy jej jednostkę wziąć spoza geometrii. I tak się robi: albo są to rysy na metalowej szynie przechowywanej w Sèvres, albo jedna czterdziestomilionowa równika Ziemi, albo ileś tam długości fali ustalonego promieniowania lub tp.

Szerokość geograficzna może być zdefiniowana obiektywnie, bo przyroda wyróżnia na Ziemi dwa punkty – bieguny. Są to punkty, przez które przebiega oś obrotu Ziemi. I szerokość geograficzną mierzymy jako 90° minus kąt tworzony przez dany punkt – środek Ziemi – biegun i dodajemy jej nazwę: północna lub południowa w zależności od tego, do którego bieguna bliżej. Czemu „ 90° minus...”, a nie po prostu ten kąt? Z przyczyn praktycznych – na półkuli północnej jest to wzniesienie nad horyzontem Gwiazdy Polarnej (co bezpośrednio wynika z twierdzenia o kątach o ramionach odpowiednio prostopadłych). Szczęśliwym trafem mamy bowiem na niebie gwiazdę, przez którą przebiega (z dobrą dokładnością) oś obrotu Ziemi. I choć na półkuli południowej tak dobrze już nie jest (leżąca prawie na osi σ *Octantis* jest słabą gwiazdą piątej wielkości), to sposób mierzenia szerokości wygodny dla półkuli północnej rozszerzono na całą Ziemię.

Tak więc do zmierzenia szerokości geograficznej mogą wystarczyć (w sprzyjających warunkach) tylko przyrządy geometryczne. Długość geograficzna już takiej zalety nie ma. Dla jej określenia potrzebna jest niezależna od zjawisk przyrodniczych powszechna umowa, od którego południka należy ją liczyć. Jeszcze w XIX wieku używano „konkurencyjnych długości geograficznych” – dla jednej zerowy południk przechodził przez Londyn, dla drugiej przez Paryż.

Konsekwencją umowności długości geograficznej jest konieczność posiadania wzorca tej długości przez chcącego ją zmierzyć. Wzorec ów to zegarek, a dokładniej – pokazywany przez niego czas, ten czas, jaki jest w danym momencie na umownym zerowym południku. Jeżeli południe (najwyższe w danym dniu położenie Słońca lub, jeśli kto woli, chwila gdy Słońce jest dokładnie w kierunku południowym lub północnym od nas) przypada o godzinie h na wzorcowym zegarku, to długość geograficzna wynosi $\left(\frac{12-h}{15}\right)^\circ$ i jest wschodnia, gdy $12 < h$, zachodnia zaś w przeciwnym przypadku.

Problem wyposażenia floty w dobrze chodzące zegary był przez kilka stuleci bardzo ważny – bez tego nawigacja musiała być mniej lub bardziej „na oko”. Dziś, rzecz jasna, sprawa jest bardzo prosta do załatwienia, ale też właściwie mało potrzebna, bo nawigację prowadzi się za pomocą namiarów radiolatarni lub satelitów nawigacyjnych.

O perypetiach Johna Harrisona, konstruktora pierwszego zegara, spełniającego wymagane przez flotę warunki, pisaliśmy w *Delcie* 5/1986.

Co Hipparch widział gołym okiem?

Tomasz KWAST

Podręczniki szkolne, a nawet akademickie, zazwyczaj zawierają rozdział „Dowody kulistości Ziemi”, albo „Dowody ruchu ... Ziemi” czy temu podobne. Problem jest może niebanalny, ostatecznie może być ciekawe, jak nie ruszając się z laboratorium przekonać się, że Ziemia się obraca. Prawdopodobnie jednak w dzisiejszych czasach nikt tak naprawdę nie ma wątpliwości, że Ziemia jest kulista, że się obraca i obiega Słońce, niektórzy nawet wiedzą, że po elipsie, i wszelkie dowodzenia tego nie przynoszą studiującemu żadnych nowych informacji, stanowią jedynie rodzaj umysłowej gimnastyki. Co prawda, eliptyczność orbity ziemskiej nie jest tak całkiem oczywista i dlatego może być interesujące poznanie, jak z tym problemem radzili sobie uczeni w starożytności.

Ziemia była wtedy środkiem świata i wokół niej obracały się jednostajnie sfery Wszechświata – w każdym razie w takiej wersji najczęściej się to słyszy. Trzeba jednak pamiętać, że już w czasach Hipparcha, kiedy astronomią zajmowano się dość poważnie, wiadomo było, że Słońce porusza się po niebie niejednostajnie. Nie wystarczył więc prymitywny model jednej jednostajnie obracającej się wokół Ziemi sfery z osadzonym na niej Słońcem. Bo to, że ma to być sfera (lub sfery) i że ma (lub mają) się obracać jednostajnie, to były założenia, od których odstąpić nie przyszłoby nikomu do głowy. Trzeba było wobec tego wymyślić taką konstrukcję, która nie rezygnując z tych założeń dawałaby zgodność z obserwacjami. I Hipparch ją wymyślił. Jest zaskakujące, jak prosto można tę zgodność uzyskać.

Położenie ciała na orbicie (w tym przypadku będzie to Słońce na orbicie okołoziemskiej – to nic, że akurat powinno być odwrotnie; w tym ujęciu łatwiej mówić o porównywaniu teorii z obserwacjami) można opisać podając np. kąt v między kierunkiem na to ciało a kierunkiem na perycentrum (rys. 1). Nazywa się on anomalią prawdziwą. Niestety, kąt ten narasta niejednostajnie w czasie i nie daje się jego zależności od czasu elementarnie zapisać. Daje się to zrobić za pomocą innego kąta E , zwanego anomalią mimośrodową. Mianowicie okazuje się, że dla ruchu po elipsie jednostajnie w czasie narasta wielkość M , zwana anomalią średnią,

$$M = E - e \sin E = \sqrt{G(M_{\odot} + m)} a^{-3/2} t,$$

gdzie e oznacza tu mimośród orbity Słońca, t czas liczony od chwili jego przejścia przez perygeum, a wielką półoś orbity, M_{\odot} masę Słońca, m masę Ziemi, G stałą grawitacji. Na podstawie rysunku 1 można nietrudno przekonać się, że

$$\operatorname{tg}(v/2) = \sqrt{(1+e)/(1-e)} \operatorname{tg}(E/2),$$

za to jako nieco trudniejsze ćwiczenie z rachunków można polecić znalezienie rozwinięcia w szereg $v(M)$. Wynikiem jest:

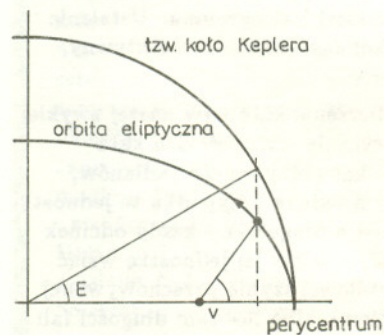
$$v = M + 2e \sin M + \frac{5}{4} e^2 \sin 2M + \dots$$

Powróćmy znowu do Hipparcha. Zauważył on, że jednostajny ruch (Słońca) po kole będzie obserwowany jako niejednostajny z punktu położonego poza środkiem koła. Spróbujmy więc tak dobrać położenie tego punktu, czyli Ziemi, by otrzymać najlepszą zgodność z obserwacjami. Niech Ziemia leży w odległości $OZ = \eta$ od środka orbity słonecznej; wielkość ta (dokładniej $\eta = OZ/OS$, ale OS można tu przyjąć za jednostkę) zwana była mimośrodem Hipparcha. Z twierdzenia sinusów $OZ/\sin \varepsilon = OS/\sin v$, a ponadto $v = M + \varepsilon$. Wobec tego

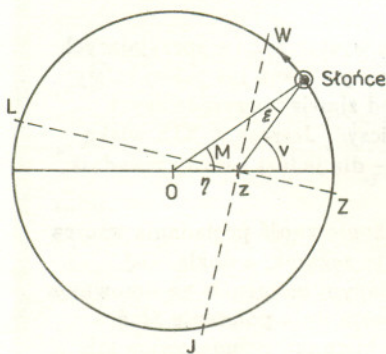
$$\sin \varepsilon = \eta \sin(M + \varepsilon) = \eta \sin M \cos \varepsilon + \eta \cos M \sin \varepsilon.$$

skąd

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\eta \sin M}{1 - \eta \cos M}.$$



Rys. 1



Rys. 2

Skoro kąt ε jest mały, to $\operatorname{tg} \varepsilon \approx \varepsilon$, a wtedy rozwinięcie ostatniego tangensa w szereg da

$$v = M + \eta \sin M + \frac{1}{2} \eta^2 \sin 2M + \dots$$

Widać, że mimośród Hipparcha η jest równy podwojonemu mimośrodkowi orbity Słońca (Ziemi) $\eta = 2e$. Hipparch wyznaczył go znając czasy trwania pór roku. Niech wartości anomalii prawdziwej i średniej w punktach stanowisk Słońca (W – wiosennego, L – letniego, J – jesiennego, Z – zimowego) wynoszą odpowiednio v_1, v_2, v_3, v_4 i M_1, M_2, M_3, M_4 . Zachodzi, oczywiście,

$$v_2 - v_1 = v_3 - v_2 = v_4 - v_3 = \pi/2,$$

różnice zaś

$$M_2 - M_1, \quad M_3 - M_2, \quad M_4 - M_3$$

są znane jako proporcjonalne do czasu trwania wiosny, lata i jesieni, M ma bowiem narastać jednostajnie w czasie. Z rozwinięcia w szereg wynika wtedy

$$v_2 - v_1 = (M_2 - M_1) + \eta(\sin[M_1 + (M_2 - M_1)] - \sin M_1) + \dots,$$

gdzie niewiadomymi są η i M_1 . Drugie równanie może zawierać np. $v_3 - v_1$, tak czy inaczej mimośród Hipparcha można w końcu wyznaczyć. Hipparch znalazł w ten sposób $\eta = 1/24$, czyli wartość dość zbliżoną do prawdziwej, która jest równa około $1/30$ (por. artykuł A. Majhofera w *Delcie* 5/1984). Z porównania współczynników przy $\sin 2M$ widać, że błąd położenia Słońca na niebie w modelu Hipparcha może wynieść najwyżej $\frac{3}{4}e^2$ radianów, tj. $0,72$. Jest to mniej niż zdolność rozdzielcza oka, czyli tak prosty model zapewnia już maksymalną zgodność z obserwacjami prowadzonymi gołym okiem! Nawiasem mówiąc, rysując orbity planet Układu Słonecznego, obojętne w jakiej skali, niepodobna dostrzec ich spłaszczenia (mimośrodki wszystkich orbit są dość małe), można natomiast dopatrzeć się, że Słońce nie leży dokładnie w ich środku, przynajmniej niektórych. Lepszy model można było opracować dopiero po wynalezieniu teleskopu. I tak się stało, a zrobił to – jak wiemy – Kepler półtora tysiąca lat później wprowadzając zamiast skomplikowanego układu deferensów i epicykli po prostu elipsy.



Zadania

Redaguje Michał WOJCIECHOWSKI

M 616. Na płaszczyźnie dany jest skończony zbiór wielokątów, z których każde dwa mają punkt wspólny. Udowodnić, że istnieje prosta, która ma punkty wspólne ze wszystkimi wielokątami.

Rozwiązanie na str. 12

M 617. Czy istnieje taki wielomian P o współczynnikach całkowitych, że ciąg o n -tym wyrazie będącym sumą cyfr liczby $P(n)$ jest rozbieżny do nieskończoności? (Przyjmijmy, że suma cyfr liczb k i $-k$ jest taka sama.)

Rozwiązanie na str. 12

M 618. Udowodnić, że istnieje taki nieskończony ciąg ograniczony (x_k) , że dla dowolnych n i m zachodzi

$$|x_n - x_m| \geq \frac{1}{|n - m|}.$$

Rozwiązanie na str. 9

Redaguje Jarosław KULPA

F 323. Na stole mała metalowa kulka wykonuje drgania o okresie $t = 2$ s. Jaki jest promień lokalnej krzywizny stołu? Zakładamy, że kulka porusza się bez poślizgu. Rozwiązanie na str. 9

F 324. Kropla wody o promieniu $R = 1$ mm spada z kranu i rozpryskuje się w zlewku położonym o $h = 20$ cm niżej. Na jaką maksymalną liczbę n małych identycznych kropelek może rozprysnąć się ta kropla? Napięcie powierzchniowe wody $\sigma = 0,073$ N/m.

Rozwiązanie na str. 5



Epoki lodowcowe

Joanna UDALSKA

Przyczyną zmian pór roku są okresowe zmiany średniego nasłonecznienia obszarów Ziemi, a za to z kolei odpowiedzialne jest narzucone nam przez naturę ustawienie osi ziemskiej. Gdyby oś planety była prostopadła do płaszczyzny orbity, to stałe równik byłby oświetlony prostopadle, żadnych zmian w tym względzie by nie było, a więc i pór roku. Praktycznie taka sytuacja ma miejsce np. na Jowiszu. Ponieważ jednak oś ziemską od tego kierunku prostopadłego jest odchylona o $23,5^\circ$, to zenitalne promienie Słońca docierają niekiedy do zwrotnika Raka, średnio silniej nasłoneczniona jest wtedy północna półkula (dłuższe dni i bardziej stromo padające promienie Słońca) i mamy tam lato. Po upływie pół roku oświetlenie Ziemi jest symetryczne i lato jest na półkuli południowej. Dziwną pod tym względem planetą jest Uran: jego oś obrotu leży w płaszczyźnie orbity, a więc tam zenitalne promienie Słońca docierają do samych biegunów.

Ale przecież odległość Ziemi od Słońca jest zmienna! Jakże to może mieć znaczenie? W ruchu po elipsie odległość od Słońca waha się od $1 - e$ do $1 + e$ jednostki astronomicznej, gdzie $e = 0,017$ jest mimośrodem orbity ziemskiej. Stosunek tych granicznych wartości podniesiony do kwadratu daje stosunek oświetleń równy 1,07. W zimie – na naszej półkuli – Ziemia jest akurat najbliższej Słońca, można zatem spodziewać się, że eliptyczność orbity spowoduje złagodzenie sezonowych kontrastów na półkuli północnej oraz ich wzrost na półkuli południowej. Czy rzeczywiście tak jest, to sprawa dość subtelna, zwłaszcza że przeciwdziała temu inne zjawisko. Mianowicie, będąc blisko Słońca Ziemia porusza się szybciej, a więc południowa jej półkula nagrzewa się co prawda silniej, ale krócej. W rezultacie dla przebiegu pór roku i tak zasadnicze znaczenie ma ustawienie osi obrotu Ziemi.

Występowanie epok lodowcowych na Ziemi zależy w głównej mierze od tego, jak ciepłe są lata na półkuli północnej. To wyróżnienie jednej z półkul wynika z nierównomiernego rozkładu łądów – właśnie na półkuli północnej jest ich znacznie więcej niż na południowej. W oceanach ciepło jest magazynowane o wiele efektywniej niż na lądzie, stąd też sezonowe wahania temperatury nie są tak drastyczne w obszarach, gdzie jest ich dużo. W dużym uproszczeniu epoka lodowcowa polega na tym, że powstały zimą lód nie zdoła stopnieć w całości, o ile lato nie jest wystarczająco gorące. Rok po roku gromadzi się go coraz więcej i obszar lodowo-śnieżnej pokrywy obejmuje coraz bardziej oddalone od bieguna obszary. Dzieje się tak na skutek znacznego ochłodzenia klimatu.

Najwcześniejsza (ze stwierdzonych do dziś) epoka lodowcowa wystąpiła około 570 mln lat temu, następna – około 280 mln lat temu, ostatnia zaś rozpoczęła się zaledwie 3 mln lat temu i, jak twierdzą niektórzy, trwa po dziś dzień. Lodowce na przemian rozwijają się i topnieją w ciągu kilkudziesięciu tysięcy lat – ostatnio stopniały zaledwie 10 000 lat temu. Choć czas występowania epok lodowcowych jest wciąż jeszcze bardzo niepewny, ich datowanie bardzo trudne, wielu uczonych zgadza się z opinią, że powtarzają się one co 250 mln lat.

Przyczyny występowania epok lodowcowych są intensywnie badane już od ponad stu lat, wciąż jednak jeszcze problem nie jest w pełni rozwiązany. Najbardziej chyba przekonującą i najpowszechniej akceptowaną jest teoria wskazująca na związek wielkoskalowych zmian klimatycznych z geometrią okołosłonecznej orbity ziemskiej i nachyleniem osi rotacji do płaszczyzny ekliptyki. Trudno zresztą się temu dziwić, wszak Słońce stanowi dla nas podstawowe źródło ciepła i właśnie zmiany w dopływie energii słonecznej muszą mieć pierwszorzędne znaczenie dla kształtowania się naszego klimatu.

Orbita ziemską jest tylko nieznacznie wydłużona – w aphelium znajdujemy się zaledwie o 1,5% dalej od Słońca niż w peryhelium. Tak się jednak składa, że akurat w peryhelium przypada zima na półkuli północnej, słowem – zimą jesteśmy najbliżej Słońca. Czy jednak tak było zawsze? Pytanie to należałoby zadać w odniesieniu do obydwu stwierdzonych powyżej faktów. Po pierwsze, czy zawsze orbita Ziemi była (i będzie) tylko nieznacznie wydłużona, po drugie, czy zawsze w czasie, gdy na półkuli północnej jest zima, Ziemia była (i będzie) w peryhelium? Odpowiedź na obydwa pytania jest negatywna. Na podstawie szczegółowych badań ruchu Ziemi stwierdzono, że kształt (eliptyczność) orbity ziemskiej zmienia się cyklicznie w okresie 93 000 lat, kierunek zaś osi obrotu w okresie 26 000 lat (zjawisko to zwane precesją niejednokrotnie było opisywane w *Delcie*). Nadmienimy jeszcze, że nachylenie osi ziemskiej również nie jest niezmiennie – waha się w granicach od $22,1^\circ$ do $24,5^\circ$ w okresie 41 000 lat.

T.K. Jak wszystkie te czynniki wpływają na nasz klimat? Wyobraźmy sobie sytuację ekstremalną:

- orbita ziemską jest maksymalnie wydłużona, różnice odległości peryhelium i aphelium od Słońca powodują znaczne nierównomierności w nagrzewaniu powierzchni Ziemi (zgodnie z obliczeniami – mogą one dochodzić do 30%),
- oś ziemską jest maksymalnie nachylona względem kierunku prostopadłego do ekliptyki, sezonowe zmiany temperatury są więc największe,
- dodatkowo, Ziemia znajduje się w peryhelium w czasie, gdy na półkuli północnej panuje zima.

Wszystkie trzy czynniki kumulują się sprzyjając występowaniu chłodnego lata na naszej półkuli. Właśnie latem Ziemia jest istotnie dalej od Słońca i w dodatku duże nachylenie osi powoduje, że Słońce wznosi się stosunkowo nisko nad horyzont. Klimat ochładza się, są to więc warunki sprzyjające występowaniu epoki lodowcowej. Wciąż jeszcze nie udało się stwierdzić, który z czynników odgrywa rolę dominującą, stąd, choć teoria wydaje się przekonująca, nie jest pełna.



Rozwiązanie zadania F 828. Niech R oznacza promień lokalnej krzywizny stołu, r – promień kulki, m zaś jej masę. Składowa siły ciężkości styczna do blatu w przypadku małych drgań wynosi

$$mg \sin \alpha \approx mg \frac{x}{R-r} \approx mg \frac{x}{R}.$$

Pisząc równanie drugiej zasady dynamiki ruchu postępowego oraz zasadę dynamiki ruchu obrotowego mamy

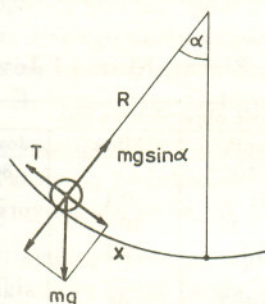
$$\begin{cases} mg \frac{x}{R} - T = ma \\ T \cdot r = I \frac{a}{r}, \end{cases}$$

gdzie a jest promieniem kulki, $I = \frac{2}{5}mr^2$ jej momentem bezwładności, T zaś siłą tarcia. Z powyższych równań wyznaczamy

$$ma = \frac{5}{7}mg \frac{x}{R}.$$

Kulka wykonuje drgania harmoniczne, $ma = m\omega^2 x$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$, stąd ostatecznie otrzymujemy

$$R = \frac{5}{7} \frac{g}{4\pi^2} \cdot T^2 \approx 71 \text{ cm}.$$



Istnieją zresztą jeszcze inne hipotezy, które co prawda nie są tak powszechnie akceptowane, wydają się jednak również bardzo interesujące. Zgodnie z jedną z nich powodem występowania epok lodowcowych może być wzmożona aktywność wulkaniczna na Ziemi. Gazy i popiół wyrzucone z wulkanów mogą istotnie zmniejszać przezroczystość atmosfery, a tym samym utrudniać docieranie energii promienistej Słońca. Okresowe ochładzanie klimatu może być również związane z docieraniem Słońca (wraz z całym Układem Słonecznym) do obszaru ramienia spiralnego Galaktyki, a więc do obszaru o podwyższonej gęstości gazu i pyłu. Mechanizm oziębiania klimatu jest w tym przypadku podobny do wspomnianego przy okazji hipotezy wulkanicznej – zanieczyszczona atmosfera ziemską osłabia znacznie docierające do nas promieniowanie słoneczne. Z dość ogólnych rozważań na temat dynamiki naszej Galaktyki wynika, że Słońce obiega jej centrum z prędkością kątową $\omega_\odot = 8 \cdot 10^{-16}/s$, natomiast jej struktura spiralna obraca się sztywno z prędkością $\Omega_p = 4 \cdot 10^{-16}/s$. Ponieważ prawdopodobnie ramiona spiralne są dwa, to częstość, z jaką je Słońce spotyka, wynosi $(\omega_\odot - \Omega_p)/\pi = 1,27 \cdot 10^{-16}/s$, a więc okres między dwoma kolejnymi przejściami przez ramię powinien wynosić 250 mln lat, co zgadza się ze wspomnianym na wstępie okresem rozdzielającym występowanie ziemskich epok lodowcowych. Wydaje się, że obecnie znajdujemy się blisko wewnętrznej krawędzi jednego ramienia. Oznaczałoby to, że niecałe 250 mln lat temu Układ Słoneczny przechodził przez ramię spiralne po raz ostatni. To już nie bardzo odpowiada datowaniu przedostatniej epoki lodowcowej. W ogóle sprawa jest dużo bardziej zawiła, gdyż struktura Galaktyki w pobliżu Słońca jest mocno skomplikowana i nie jest łatwo określić położenie Słońca względem ramienia; nie wiadomo w gruncie rzeczy, ile tych ramion jest. W rezultacie całe zagadnienie jest na razie raczej wdzięcznym polem do spekulacji niż do ścisłych naukowych rozważań.

Tak więc pierwsza z wymienionych hipotez wydaje się najściślejsza i jest preferowana wśród naukowców. Zbyt pochopnym byłoby jednak odrzucanie pozostałych – jest całkiem prawdopodobne, że wszystkie czynniki mają wpływ na kształtowanie klimatu ziemskiego, pozostaje tylko pytanie, który z nich jest czynnikiem dominującym.

Jak mierzono Ziemię w starożytności

Już w starożytności zdawano sobie sprawę z faktu, że Ziemia jest kulista. Główną przyczyną, dla której tak sądzono, był odmienny wygląd nieba obserwowanego z różnych miejsc na Ziemi. Ponadto przemawiało za tym to, że podczas zaćmień Księżyca cień na Księżycu ma kształt kolisty. Do tych argumentów Arystoteles dodał jeszcze dwa o charakterze raczej filozoficznym, a mianowicie: tym, co miało przemawiać za kulistością Ziemi, była symetria i równowaga.

Różnice w wyglądzie nieba posłużyły Posidoniusowi i Eratostenesowi do oszacowania rozmiarów Ziemi. Posidonius założył,

że Aleksandria i Rodos znajdują się na tym samym południku, ich odległość zaś oszacował na 5000 stadionów. Stwierdził, że gwiazda Canopus, obserwowana z Rodos, dochodzi zaledwie do horyzontu, obserwowana zaś z Aleksandrii w punkcie kulminacyjnym znajduje się na wysokości będącej $1/48$ częścią kąta pełnego. Stąd oszacował on obwód Ziemi na $48 \cdot 5000 = 240\,000$ stadionów. Podobnie Eratostenes porównując położenie Słońca podczas letniego przesilenia, obserwowanego z różnych miast, oszacował obwód Ziemi na 252 000 stadionów.

Jest jednak problem ze sprawdzeniem dokładności tych obliczeń, bowiem długość stadionu nie była dokładnie ustalona i rozbieżności są tutaj bardzo duże. I tak np. długość stadionu olimpijskiego wynosiła 192,27 m, stadionu zaś pytyjskiego tylko 177,35 m. Podstawiając długość stadionu olimpijskiego do obliczeń Posidoniusa otrzymamy w przybliżeniu 46.000 km, co daje dosyć dobre przybliżenie.

Piotr HAJŁASZ



Rozwiązanie zadania M 618.

Kładziemy $x_n = 4\{n\sqrt{2}\}$ (symbol $\{x\} = x - [x]$ oznacza część ułamkową liczby x). Jeżeli p i q są takimi liczbami naturalnymi, że $p < (4 - \sqrt{2})q$, to

$$(*) \quad \left| \sqrt{2} - \frac{p}{q} \right| = \frac{|2q^2 - p^2|}{q(q\sqrt{2} + p)} > \frac{1}{4q^2}$$

(skorzystaliśmy z niewymierności $\sqrt{2}$).

Korzystając z (*) mamy dla $m > n \geq 1$

$$\begin{aligned} & |4\{m\sqrt{2}\} - 4\{n\sqrt{2}\}| = \\ & = 4|(m-n)\sqrt{2} - (\{m\sqrt{2}\} - \{n\sqrt{2}\})| = \\ & = 4(m-n) \left| \sqrt{2} - \frac{\{m\sqrt{2}\} - \{n\sqrt{2}\}}{(m-n)} \right| \geq \\ & \geq \frac{1}{m-n}. \end{aligned}$$

Mogliśmy skorzystać z(*), albowiem:

$$|\{m\sqrt{2}\} - \{n\sqrt{2}\}| < m\sqrt{2} - n\sqrt{2} + 1 \leq$$

$$\leq (m-n)(\sqrt{2} + 1) < (4 - \sqrt{2})(m-n).$$

Ziemia wraz ze swą pierwotną atmosferą powstała z obłoku materii międzygwiazdowej. Nic więc dziwnego, że skład owej atmosfery w pełni odzwierciedlał proporcje zawartości podstawowych pierwiastków we Wszechświecie. Choć była to materia wzbogacona już w pierwiastki ciężkie (przypomnijmy: Słońce jest gwiazdą I populacji, powstało więc z gazu częściowo przetworzonego we wnętrzach innych gwiazd), zdecydowanie dominowały w niej wodór i hel, zawartość pozostałych składników była znikoma. W niczym nie przypominała naszej dzisiejszej atmosfery, której skład jest dość dziwny jak na warunki kosmiczne. Powszechnie akceptowana obecnie hipoteza objaśniająca osobliwości składu naszej atmosfery wskazuje, że powstała ona w czasie, gdy Ziemia już była uformowana i z pierwotną otoczką gazową nie ma nic wspólnego.

Na małych protoplanetach, relatywnie niewielkich skupiskach materii, najlżejsze pierwiastki ulegają (ze względu na małą – znów relatywnie – grawitację) rozproszeniu w przestrzeń międzygwiazdową. Należałoby więc oczekiwać, że w atmosferach małych planet wodoru i helu będzie mało. I, jeśli chodzi o hel, oczekiwanie takie jest uzasadnione. Z wodorem sprawa jest jednak bardziej złożona.

Mała masa tworzącej się planety sprzyja nie tylko utracie lekkich pierwiastków, lecz także szybkiemu stygnięciu. A niższa temperatura umożliwia tworzenie się związków chemicznych (nieobecnych przy temperaturach gwiazdnych). Z tego właśnie powodu utrata wodoru była mniej intensywna niż helu – wodór był obecny w atmosferze (co wówczas oznaczało najlżejszą i dlatego zewnętrzną warstwę gazów protoplanety) jako CH_4 (metan), NH_3 (amoniak) i H_2O (woda). A one, jako cięższe od cząsteczkowego wodoru (i helu także), mniej były podatne na ucieczkę w przestrzeń.

Aktywność chemiczna wodoru jest tak wielka, że dość szybko w atmosferze Ziemi praktycznie nie pozostał wolny ani wodór, ani tlen, ani azot. Wśród związków wodoru największe znaczenie miała woda (ma zresztą

to znaczenie dla Ziemi do dziś). Skraplając się w górnych warstwach atmosfery spadała na niższe położone warstwy w postaci deszczów padających miliony lat. W zetknięciu z niższymi warstwami natychmiast parowała i wędrowała do góry, skąd strumieniami ulewy spadała ponownie przyspieszając w ten sposób bardzo wydatnie chłodzenie Ziemi, a co za tym idzie – wyodrębnienie się znanych nam do dziś składowych Ziemi: jądra (gorącego, złożonego z najcięższych pierwiastków, ciągle jeszcze płynnego), skorupy (chłodnej, złożonej z pierwiastków lżejszych, od ponad 4 miliardów lat stałej) i atmosfery gazowej. Z czasem (gdy chłodzona w ten sposób skorupa dostatecznie ostygła) padająca woda zaczęła formować zaczątki dzisiejszych oceanów.

Ten etap rozwoju atmosfery mógł być podobny dla wszystkich planet naszego układu lub przynajmniej dla planet mniejszych. Zapewne około 4 miliardów lat temu wszystkie otoczone były atmosferami wodno-amoniakalno-metanowymi. Dalej drogi zmian rozchodzą się.

Skład chemiczny atmosfer Wenus, Ziemi, Marsa i Jowisza

Gaz	Zawartość objętościowa [%]			
	Wenus	Ziemia	Mars	Jowisz
Wodór H_2	$< 10^{-3}$	$< 5 \cdot 10^{-5}$	–	86
Tlen O_2	$< 10^{-3}$	21	0,1	–
Ozon O_3	(?)	$10^{-6} - 10^{-5}$	10^{-5}	–
Azot N_2	3,5	78,1	2,5	–
Siarka S_2	$\approx 2 \cdot 10^{-5}$	–	–	–
Dwutlenek węgla CO_2	96,5	$3 \cdot 10^{-2}$	95	–
Para wodna H_2O	$\approx 0,2$	$\approx 0,1$	0 – 0,2	*
Tlenek węgla CO	$3 \cdot 10^{-3}$	10^{-4}	0,08	–
Metan CH_4	$< 10^{-4}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-4}$	0,04
Amoniak NH_3	$< 2 \cdot 10^{-4}$	$< 10^{-5}$	$< 10^{-5}$	0,06
Dwutlenek siarki SO_2	$1,5 \cdot 10^{-2}$	10^{-4}	$< 10^{-6}$	–
Chlorowodór HCl	$4 \cdot 10^{-5}$	$< 10^{-5}$	$< 10^{-5}$	–
Fluorowodór HF	$5 \cdot 10^{-7}$	$< 10^{-7}$	$< 10^{-7}$	–
Acetylen C_2H_2	$< 10^{-6}$	$< 10^{-5}$	$< 5 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-6}$
Etan C_2H_6	$< 10^{-6}$	$< 10^{-5}$	$< 4 \cdot 10^{-4}$	10^{-4}
Fosforowodór PH_3	–	$< 10^{-5}$	–	*
Gazy szlachetne				
He	10^{-2}	$5 \cdot 10^{-4}$	–	14
Ne	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$1,8 \cdot 10^{-3}$	–	–
Ar	$1,5 \cdot 10^{-2}$	0,9	1,5	–
Kr	$6,5 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-5}$	–
Xe	–	$8,7 \cdot 10^{-6}$	$8 \cdot 10^{-6}$	–
Średnia masa cząsteczkowa	43,5	28,8	43,5	2,3
Masa planety	0,82	1,00	0,12	317,8

* Ilości śladowe

Zdecydowaną, występującą dziś, odrębność atmosfery ziemskiej wyjaśnia się na ogół ingerencją życia. Z rozpuszczonego w oceanach metanu i amoniaku zaczęły powstawać cukry, gliceryna, kwasy tłuszczowe, aminokwasy, pirymidyny, puryny, dalej tłuszcze, lipidy, enzymy, nukleotydy, kwasy nukleinowe, wreszcie nukleoproteidy, które można już uważać za żyjące (bo rozmnażają się i odżywiają). One też postarały się o otoczkę organiczną, wraz z którą mogły aspirować do dumnych nazw protowirusów i pierwotnych bakterii.

O znaczeniu życia dla rozwoju i przemian

Ziemi można przeczytać w artykule

W. J. H. Kunickiego-Goldfingera. Tu zaznaczamy tylko w skrócie podstawowe etapy zmian atmosfery i życia w ich wzajemnym powiązaniu. Działalność życiowa pierwotnych organizmów wprowadziła do atmosfery nowy składnik – CO₂ (dwutlenek węgla) – produkt fermentacji (bo tlenu do oddychania, jako się rzekło, nie było). Obecność znaczących ilości CO₂ (nie mógł on pochodzić np. z wulkanów – znów brak tlenu) umożliwiła nowy etap życia – fotosyntezę (potrzebny magnez – bez którego nie ma chlorofilu – jako stosunkowo lekki był „pod ręką” w skorupie ziemskiej).

Wytwarzany przez fotosyntezę tlen był wprowadzany do atmosfery w takiej ilości, że organizmom żywym umożliwił oddychanie, przemienił czysty krzem w znany dziś piasek i kwarc, aluminium w glinę i boksyty, żelazo w rudy itd., a jeszcze starczyło go, by wytworzyć ozon (chroniący życie przed promieniowaniem kosmicznym) i pozostać w znacznych ilościach w atmosferze. Analogiczny (bo też będący produktem życia) proces wejścia wolnego azotu cząsteczkowego w skład atmosfery opisany jest w przytoczonym artykule W. J. H. Kunickiego-Goldfingera.

W ten sposób około 2 miliardów lat temu atmosfera Ziemi stała się podobna do tej, jaką znamy dziś. Spójrzmy na nią teraz jak na obiekt ustabilizowany.

Wobec ciągłego procesu wymiany cząstek wszystkie trzy składowe Ziemi (stałą, ciekłą i gazową) można traktować jako część tego samego układu fizycznego, w którym następuje przepływ masy, energii i pędu. Atmosfera jest więc, tak jak skorupa ziemska i oceany, częścią planety, pochodzi „z jej wnętrza”, ewoluuje razem z pozostałymi składowymi, wraz z nimi uczestniczy w ruchu obrotowym, podobnie jak oceany podlega działaniu sił pływowych ze strony Słońca i Księżyca. Taki jest obraz globalny Ziemi – planety z atmosferą, atmosferą pozornie niewiele znaczącą, jeśli wziąć pod uwagę jej znikomą małą masę (zaledwie 10⁻⁶ masy Ziemi), jak też niewielkie rozmiary (99% powietrza atmosferycznego jest zawarte w warstwie o grubości nie przekraczającej 30 km, gdyby więc Ziemię porównać do jabłka, atmosfera odpowiadałaby zaledwie jego skórcie). Kto jednak zechciałby pokusić się o bardziej wnikliwy opis procesów zachodzących w atmosferze, natychmiast przekona się, że obraz szczegółowy jest nieporównanie bardziej skomplikowany.

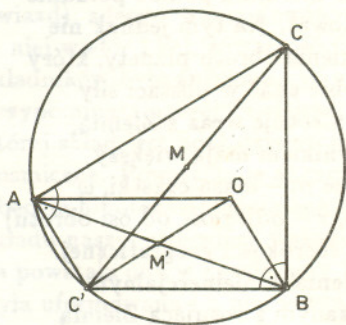
Wystarczy choćby zastanowić się nad przyczyną występowania tak powszechnego zjawiska, jakim jest wiatr. Nie jest nią, jak sądzą niektórzy, względne przemieszczanie obracającej się Ziemi pod warstwą nieruchomego (nie obracającego się) powietrza. Przy odrobinie wyobraźni łatwo przewidzieć, jak katastrofalne byłyby skutki wiatru wiejącego nieustannie z szybkością około 500 m/s na równiku,

nawet w naszych szerokościach geograficznych dochodzącego do 300 m/s. Za istnienie wiatrów wielkoskalowych (tzw. globalnej cyrkulacji atmosfery) odpowiedzialne jest Słońce, a ściślej nierównomierne nagrzewanie się różnych rejonów powierzchni Ziemi i przylegających do nich warstw atmosfery. Obszary polarne otrzymują średnio znacznie mniej ciepła niż równikowe. Ciepłe powietrze znad równika unosi się ku górze, tak że w dolnych warstwach atmosfery ciśnienie obniża się, w górnych zaś podwyższa. Powstaje prąd wznoszący w rejonie okołorównikowym i prąd opadający w wyższych szerokościach geograficznych wraz z jednoczesnym przepływem powietrza od równika ku biegunom w górnej atmosferze i od bieguna do równika przy powierzchni Ziemi. Słowem, cyrkulacja powietrza wywołana różnicą ciśnień zachodzi w kierunku północ-południe (tzw. cyrkulacja południkowa). Na tym jednak nie koniec. Pora na uwzględnienie obrotu planety, który w tym przypadku da o sobie znać w postaci siły Coriolisa. Skoro atmosfera rotuje wraz z Ziemią, cząstki powietrza nad równikiem mają większy moment pędu ($m\omega r^2$, gdzie m – masa cząstki, ω – prędkość kątowna rotacji, r – odległość od osi obrotu) niż na jakiegokolwiek innej szerokości geograficznej. Z fizycznego punktu widzenia w nieinercyjnym układzie odniesienia związanym z rotującą Ziemią działa na cząstki pozorną siłą prostopadłą do pierwotnego kierunku północ-południe. Jest to właśnie siła Coriolisa. Powietrze przemieszczając się więc od równika ku biegunom wyprzedza Ziemię w jej obrocie, co jest przyczyną powstawania składowej równoleżnikowej (w kierunku wschód-zachód) wiatru. Gdy siła Coriolisa i gradient ciśnienia równoważą się, wieje tzw. wiatr zrównoważony, równoległy do izobar. Na co dzień pojęcie wiatru zrównoważonego może wydawać się niezbyt użyteczne, skoro i tak jesteśmy przyzwyczajeni do tego, że wiatr rzeczywisty wieje z dość dowolnych kierunków. A jednak, dla pewnych celów może być ono całkiem sensowne, o czym niech zaświadczy prosty przykład. Samoloty kursujące między Nowym Jorkiem a Warszawą potrzebują o około 10% mniej czasu na przelot do Warszawy niż z powrotem, ponieważ na wysokościach ich przelotu nad Oceanem Atlantyckim wieje wyraźny wiatr zachodni (zawsze!).

Wciąż jednak opis powyższy jest tylko pierwszym przybliżeniem znacznie bogatszej rzeczywistości. Brałszy pod uwagę jedynie rolę czynników wielkoskalowych, tj. energii cieplnej pochodzenia słonecznego i znaczenie obrotu Ziemi. W dalszym przybliżeniu należałoby uwzględnić hamujący wpływ siły tarcia o powierzchnię Ziemi, nierównomierności w nagrzewaniu się obszarów lądów i oceanów, dobowe wahania temperatury i całe mnóstwo innych czynników. Przewidywania rozwoju procesów atmosferycznych w mniejszych skalach są niezwykle złożone, czego doświadczamy często wysłuchując chybionych prognoz pogody.



Rozwiązanie zadania M 616.
Zrzutujemy wszystkie wielokąty na oś liczbową. Obraz każdego z nich jest odcinkiem. Wszystkie te odcinki mają punkt wspólny (np. największy spośród ich lewych końców). Prosta prostopadła do osi, przechodząca przez ten punkt, ma punkty wspólne ze wszystkimi wielokątami.



Rozwiązanie zadania M 617.
Udowodnimy, że taki wielomian nie istnieje. Jeśli P ma współczynniki naturalne, wówczas, oczywiście, dla dostatecznie dużych k suma cyfr liczby $P(10^k)$ równa jest sumie sum cyfr współczynników wielomianu P , a więc $P(n)$ nie jest rozbieżny do nieskończoności. Wystarczy teraz udowodnić, że dla dowolnego wielomianu P o współczynnikach całkowitych istnieje taka liczba naturalna d , że wielomian $Q(x) = P(x+d)$ ma współczynniki naturalne. Niech

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i.$$

Możemy założyć, że $a_n > 0$. Mamy

$$\begin{aligned} Q(x) &= P(x+d) = \\ &= \sum_{i=0}^n a_i \sum_{k=0}^i \binom{i}{k} x^k d^{i-k} = \\ &= \sum_{k=0}^n x^k \left(\sum_{i=k}^n \binom{i}{k} a_i d^{i-k} \right). \end{aligned}$$

Ale

$$\sum_{i=k}^n \binom{i}{k} a_i d^{i-k} \xrightarrow{d \rightarrow \infty} \infty, \text{ bo } a_n > 0.$$

W rozwiązaniu był błąd

Zadanie M 600 (*Delta* 5/1991) polegało na znalezieniu figury złożonej z ortocentrow (punktów przecięcia wysokości) trójkątów ABC , gdzie A i B są ustalone, a C przebiega ustalony okrąg o przechodzący przez A i B . W rozwiązaniu podano, że figurą tą jest obraz symetryczny okręgu o względem prostej AB bez punktów A i B .

Pan Krzysztof Zajkowski z Moniek zwrócił nam uwagę, że rozwiązanie jest złe (napisał bardzo uprzejmie: *istnieje drobna usterka*) i dowiódł, że właściwym rozwiązaniem jest obraz okręgu o w przesunięciu o wektor $2\overrightarrow{MM'}$ (gdzie M to środek okręgu o , a M' to środek odcinka AB) bez obrazów punktów A i B w tym przesunięciu. Dlaczego można napisać, że jest to drobna usterka? Zapewne dlatego, że obraz okręgu o w symetrii względem prostej AB jest tą samą figurą, co obraz tego okręgu w przesunięciu o wektor $2\overrightarrow{MM'}$; można więc spojrzeć na to tak, że różnica polega jedynie na drobiazgu – które dwa punkty należy pominąć. Ale musimy jasno powiedzieć jeszcze raz – rozwiązanie było złe.

A oto dobre rozwiązanie pana Zajkowskiego.

Oznaczmy przez C' obraz punktu C w symetrii względem M , a przez O – obraz C' w symetrii względem M' . Wówczas $C'A \perp AC$ i $C'B \perp BC$ (bo CC' jest średnicą okręgu o) oraz $OB \parallel C'A$ i $OA \parallel C'B$ (bo symetria środkowa przeprowadza proste na proste do nich równoległe). Stąd O jest ortocentrum (bo $OB \perp AC$ i $OA \perp BC$). Ale w ten sposób zbiór ortocentrow to zbiór obrazów możliwych punktów C (a więc bez A i B) w złożeniu dwu symetrii środkowych – względem M i M' . Złożenie takich symetrii jest przesunięciem o wektor $2\overrightarrow{MM'}$.

Pozostaje pytanie, gdzie w rozwiązaniu zadania M 600, które zamieściliśmy, kryje się błąd. Otóż wykazaliśmy tam, że **każde** ortocentrum leży na obrazie symetrycznym o względem prostej AB (co jest prawdą), a nic nie powiedzieliśmy o figurze utworzonej przez **wszystkie** ortocentra.

Jeszcze gorzej wygląda sprawa uwagi *bez punktów A i B*. Oczywiście, punkty te mogą być ortocentrami pewnych spośród rozpatrywanych trójkątów: gdy AC jest średnicą, ortocentrum jest B , a gdy średnicą jest BC – ortocentrum jest A .

Bardzo dziękujemy panu Zajkowskiemu i przepraszamy wszystkich Czytelników.

Marek KORDOS

Wyniki Konkursu Prac Uczniowskich z Matematyki

Komisja Konkursu Prac Uczniowskich z Matematyki, obradując dnia 9 września 1991 roku w Katowicach w składzie: Zdzisław Pogoda – przewodniczący, Jerzy Bednarczuk, Piotr Hajłasz, Marek Kordos, Andrzej Małowski, Zofia Muzyczka, Agnieszka Wojciechowska, Michał Wojciechowski, biorąc pod uwagę wybór tematu, poziom pracy i przebieg obrony, postanowiła przyznać:

1. złoty medal i nagrodę w wysokości zł 700.000,- Marcinowi Kasperskiemu z IX LO im. Klementyny Hoffmanowej w Warszawie, za pracę *27 zbiorów wypukłych bez środka symetrii*,
2. srebrny medal i nagrodę w wysokości zł 700.000,- Grzegorzowi Zwarze z IV LO im. Tadeusza Kościuszki w Toruniu, za pracę *Wspólne punkty stałe wielomianów komutujących*,
3. brązowy medal i nagrodę w wysokości zł 350.000,- Małgorzacie Sęk z Zespołu Szkół Zawodowych im. Edwarda Dembowskiego w Wieliczce za pracę *Łamane spiralne*,
4. wyróżnienie i nagrodę w wysokości zł 350.000,- Mikołajowi Rotkiewiczowi z XIV LO im. Stanisława Staszica w Warszawie za pracę *Wzór na n-tą liczbę pierwszą*,
5. dyplom uczestnictwa w finale Zbigniewowi Romanowskiemu z XIV LO im. Stanisława Staszica w Warszawie za pracę *Różniczkowanie ciągów i co z tego wynika...*,
6. nagrody pieniężne opiekunom prac: Krzysztofowi Chełmińskiemu i Bronisławowi Pabichowi po zł 300.000,- oraz Henrykowi Pawłowskiemu i Mirosławowi Uskiemu po zł 150.000,-.



Znaczek wydany w Czecho-Słowacji z okazji dwusetnej rocznicy urodzin Bernharda Bolzano.

O własności Darboux

Własność przyjmowania wartości pośrednich, zwana także własnością Darboux, jest powszechnie znana – wielu Czytelników *Delty* spotkało się z nią na lekcjach w szkole. Przypomnijmy: funkcja f o wartościach rzeczywistych określona na przedziale $[x, y]$ ma tę własność, gdy dla dowolnych a, b , takich, że $x \leq a \leq b \leq y$ przyjmuje w przedziale $[a, b]$ wszystkie wartości między $f(a)$ i $f(b)$. W szczególności mają własność Darboux funkcje ciągłe; fakt ten jest intuicyjnie prosty, często wykorzystywany przy rozmaitych zadaniach (np. dowodach istnienia pierwiastka pewnych równań). Korzystaliśmy z niej i my, w *EPSILONIE* (nr 9).

Mogłoby się wydawać, że jeśli jakąś własność opatrzone nazwiskiem, to powinno to być nazwisko odkrywcy. W tym przypadku tak nie jest! Fakt przyjmowania wartości pośrednich przez funkcję ciągłą został udowodniony przez Bernharda Bolzano w pracy opublikowanej w roku 1817. Bolzano przedstawił pełny dowód w oparciu o precyzyjną, sformułowaną przez siebie, definicję ciągłości. Warto również zaznaczyć, że o prawdziwości tego faktu przekonani byli chyba wszyscy wielcy matematycy XVIII wieku. O tym, iż właśnie Bolzano jako pierwszy wykazał omawiane twierdzenie, przypomniał Hugo Steinhaus w *Wiadomościach Matematycznych* w roku 1963.

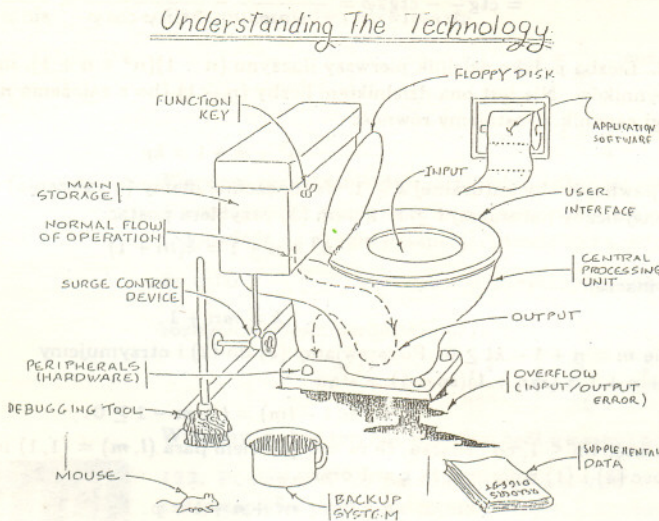
Kim był Bernhard Bolzano? Całe życie (1781 – 1848) spędził w Pradze. Był profesorem na tamtejszym uniwersytecie, zajmował się teologią, matematyką i filozofią. Przez wielu

historyków uważany dziś jest za Czecha, chociaż ojciec jego pochodził z Włoch, a on sam pisał tylko po niemiecku. Steinhaus sugerował, by nazywać go raczej Austriakiem. Bolzano wprowadził sporo nowych pojęć i sformułował wiele twierdzeń, które niezależnie odkrywali później m.in. tacy matematycy, jak Cauchy czy Weierstrass. Współczesnym jednak nie był zbyt znany, gdyż pracował w istotnej odległości od ówczesnych głównych ośrodków matematycznych.

A jak w tej historii pojawił się Jean Gaston Darboux? Darboux, żyjący w latach 1842 – 1917 zajmował się przede wszystkim geometrią różniczkową. Gdy rozpoczął swoją twórczą działalność w matematyce, wiadomo było już o przyjmowaniu wartości pośrednich przez funkcje ciągłe określone na przedziale. Otóż Darboux pod koniec XIX wieku wykazał, że własność przyjmowania wartości pośrednich ma także funkcja pochodna. Dziś mówimy: pochodna ma własność Darboux. Funkcja różniczkowalna wcale nie musi mieć ciągłej pochodnej (np. funkcja przyjmująca wartość 0 w zerze, dla $x \neq 0$ zaś mająca wartości równe $x^2 \sin \frac{1}{x}$), niemniej jednak owa pochodna też przyjmuje w przedziale $[a, b]$ wszystkie wartości między $f'(a)$ i $f'(b)$. Ten fakt jest intuicyjnie daleko mniej oczywisty, niż analogiczna własność funkcji ciągłych... I to właśnie udowodnił Darboux, nb. pisząc w tej samej pracy o przyjmowaniu wartości pośrednich przez funkcje ciągłe jako rzeczy ogólnie znanej w matematyce.

Ananiasz POŚMIECHOWSKI

Zamieszczony poniżej rysunek przysłał nam kolega przebywający na stypendium w USA. Nie jest mu znany autor rysunku. Wydaje nam się, że przekład na język polski nie jest konieczny, a nawet wręcz niewskazany; w przypadku problemów odsyłamy do literatury specjalistycznej z zakresu informatyki.



Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 3$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązanie tego zadania, a N - liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) - i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo - to tytuł **Weterana**. Szczygółowy regulamin został wydrukowany w numerze 7/1990.

Termin nadsyłania rozwiązań:
31 III 1992

Zadania z matematyki nr 231, 232

Redaguje Marcin E. KUCZMA

231. Dowieść, że miary kątów α, β, γ trójkąta ostrokątnego spełniają nierówność

$$\sqrt{3}(\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma) \geq 2(\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma)^2.$$

232. „Zwinać” (tj. przedstawić w prostszej postaci) sumy

$$\sum_{j=0}^k \binom{n}{2j} \binom{n-2j}{2k-2j} \quad \text{oraz} \quad \sum_{j=0}^{k-1} \binom{n}{2j+1} \binom{n-2j-1}{2k-2j-1}$$

(n oraz k są danymi liczbami naturalnymi, $n \geq 2k$).

Zadanie 232 zaproponował pan Krzysztof Zapisek z Warszawy.

Rozwiązania zadań z matematyki z numeru 8/1991.

Przypominamy treść zadań:

228. W trójkącie ABC : $|\angle C| = 3 \cdot |\angle A|$. Dowieść, że wysokość opuszczona z wierzchołka C jest krótsza niż $\frac{1}{2}|AB|$.

224. Liczba naturalna $n > 1$ jest dzielnikiem liczby $p - 1$, gdzie p jest dzielnikiem pierwszym liczby $n^3 - 1$. Znaleźć związek między p i n .

223. Niech D będzie spodkiem rozważanej wysokości; oznaczymy jej długość przez h . Miary kątów CAB i ABC oznaczymy krótko przez A i B oraz przyjmijmy $\varphi = 2A$; $0^\circ < \varphi < 90^\circ$. Zatem $|AD| = h \operatorname{ctg} A$, $|BD| = \varepsilon h \operatorname{ctg} B$ (gdzie ε równa się 1 lub -1 w zależności od tego, czy kąt B jest ostry, czy rozwarty). Stąd

$$\begin{aligned} \frac{1}{h}|AB| &= \frac{1}{h}(|AD| + \varepsilon|BD|) = \operatorname{ctg} A + \varepsilon \operatorname{ctg} B = \operatorname{ctg} A + \operatorname{ctg}(180^\circ - A - 3A) = \\ &= \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} - \operatorname{ctg} 2\varphi = \frac{1 + \cos \varphi}{\sin \varphi} - \frac{2 \cos^2 \varphi - 1}{2 \sin \varphi \cos \varphi} = \frac{1}{\sin \varphi} + \frac{1}{\sin 2\varphi} > 2. \end{aligned}$$

224. Liczba p , jako dzielnik pierwszy iloczynu $(n-1)(n^2+n+1)$, musi dzielić jeden z czynników. Nie jest ona dzielnikiem liczby $(n-1)$ (bo z założenia $n \leq p-1$); dzieli więc drugi czynnik. Dostajemy równość

$$(1) \quad n^2 + n + 1 = kp$$

dla pewnej liczby naturalnej $k \geq 1$. Jednocześnie mamy (z założenia) równość $p - 1 = ln$ dla pewnej liczby naturalnej $l \geq 1$. Zatem (1) przybiera postać

$$(2) \quad n^2 + n + 1 = k(ln + 1)$$

lub inaczej:

$$(3) \quad k = mn + 1,$$

gdzie $m = n + 1 - kl \geq 0$. Podstawiamy (3) do (2) i otrzymujemy $n^2 + n + 1 = (mn + 1)(ln + 1)$, a stąd

$$(4) \quad n(1 - lm) = l + m - 1 \geq 0.$$

Tak więc $lm \leq 1$, co oznacza, że $m = 0$ (bowiem para $(l, m) = (1, 1)$ nie spełnia (4)). Stąd wobec (3) i (1) wnosimy, że $k = 1$ oraz

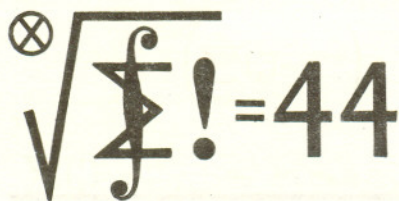
$$n^2 + n + 1 = p.$$

Jest to szukany związek. (Oczywiście, jeśli dla pewnej pary (p, n) związek ten zachodzi, przy czym p jest liczbą pierwszą, to spełnione są wszystkie warunki zadania.)

Czołówka ligi zadaniowej
Klub 44 M

po uwzględnieniu ocen rozwiązań
zadań 217 ($WT=3,54$) i 218 ($WT=1,82$)
z numeru 3/1991

Krzysztof Zawislowski - Warszawa 42,82
Paweł Kubit - Krosno 41,50
Tomasz Wietecha - Tarnów 37,48

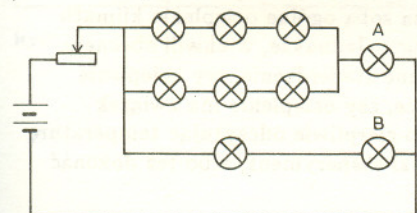


129. Cienki, nierozciągliwy i jednorodny łańcuszek o masie m i długości l został zawieszony za jeden z końców w polu grawitacyjnym o natężeniu g . Nadajemy mu prędkość kątową ω wokół pionowej osi przechodzącej przez punkt zawieszenia, tak że w obracającym się układzie odniesienia łańcuszek osiąga stan równowagi (można przyjąć, że łańcuszek ma własności mechaniczne łańcucha rowerowego, tzn. odkształca się bez oporu w jednej płaszczyźnie, zachowując sztywność w drugiej). Jaka jest minimalna wartość prędkości kątowej, przy której możliwy jest stan równowagi różny od zwisu wzdłuż prostej pionowej? Wykazać, że ta minimalna prędkość kątowa jest proporcjonalna do $\sqrt{\frac{g}{l}}$ (nie zależy od m) i obliczyć numerycznie stałą proporcjonalności.

130. W dwóch jednakowych naczyniach znajduje się ta sama ilość tego samego gazu o tej samej temperaturze początkowej; na zewnątrz naczyń jest próżnia. Otwarto mały otworek w każdym naczyniu, tak że gaz zaczął wypływać. Otworki różnią się wielkością: w pierwszym naczyniu otwór ma średnicę mniejszą od średniej drogi swobodnej cząsteczek, a w drugim ma średnicę znacznie większą od średniej drogi swobodnej. Przez oba otworki wypuszczono jednakową ilość gazu (w ciągu niejednakowego czasu). W którym naczyniu gaz oziębił się silnie? Dopływ ciepła z naczynia i z otoczenia pominąć.

Rozwiązania zadań z fizyki z numeru 8/1991

Przypominamy treść zadań:



121. Astronauci podróżujący rakieta w przestrzeni kosmicznej nagle wykrywają pocisk znajdujący się w odległości r i poruszający się wprost w ich kierunku z prędkością względną v . Pocisk nie ma napędu i wybuchu w chwili największego zbliżenia do rakiety. W jakim kierunku astronauci powinni skierować dyszę silnika, aby minimalna odległość od pocisku miała wartość maksymalną? Rakieta z włączonym silnikiem porusza się ze stałym przyspieszeniem a . Jeśli pocisk nie wybuchu, ale wysyła promienie γ , to czy opisany powyżej optymalny kierunek dyszy gwarantuje pochłonięcie najmniejszej dawki?

122. W obwodzie przedstawionym na rysunku wszystkie żarówki są jednakowe. Jakim wzorem wyraża się zależność prądu przepływającego przez żarówkę od przyłożonego napięcia, jeśli żarówka A pali się tak samo jasno jak B, przy każdym nastawieniu potencjometru?

121. Wprowadźmy oś x w kierunku rakieto-pocisk (w chwili początkowej), niech x oznacza długość rzutu odcinka łączącego rakieta i pocisk na tę oś, przez y oznaczmy długość analogicznego rzutu na kierunek prostopadły, a siła napędowa niech będzie skierowana pod kątem α do osi x (oczywiście, „do tyłu” względem pocisku). Zależność zmiennych x i y od czasu wyrażają wzory

$$x = r - vt + \frac{1}{2} a \cos^2 \alpha t^2, \quad y = \frac{1}{2} a \sin^2 \alpha t^2.$$

Kwadrat wzajemnej odległości rakieto-pocisk możemy uważać za funkcję dwóch zmiennych - t i α

$$x^2 + y^2 = f(t, \alpha).$$

Należy znaleźć minimum tej funkcji ze względu na t , a następnie maksimum ze względu na α . Jeśli wyobrazimy sobie trójwymiarowy wykres funkcji f , to szukane ekstremum odpowiada na nim „siodło” lub „przełęcz” i widać, że są w nim spełnione warunki

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial \alpha} = 0.$$

Otrzymujemy dwa rozwiązania

$$t = \frac{r}{v}, \quad \cos \alpha = \frac{ar}{v^2},$$

lub też

$$t = \frac{v}{a}, \quad \alpha = 0.$$

Pierwsze rozwiązanie daje minimalną odległość równą $\frac{1}{2} at^2 = \frac{ar^2}{2v^2}$, a drugie - równą $r - \frac{v^2}{2a}$. Nietrudno więc sprawdzić, że pierwsze obowiązuje dla $ar \leq v^2$, a drugie dla $ar \geq v^2$.

Odpowiedź na drugie pytanie jest trudniejsza, gdyż dawka promieniowania jest proporcjonalna

do całki $\int_0^{\infty} \frac{dt}{x^2 + y^2}$. Metodami numerycznymi można znaleźć kąt minimalizujący tę całkę dla

różnych wartości parametru ar/v^2 :

ar/v^2	0,2	0,5	1	1,5	$\geq 1,7$
α	89°	82°	62°	32°	0

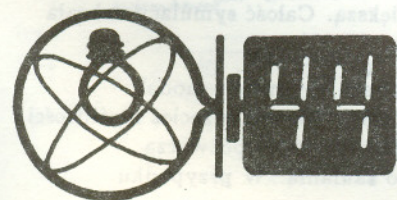
Widzimy, że kąt ten jest inny (na ogół większy) od poprzednio wyliczonego.

122. Ponieważ A i B palą się jednakowo, więc przez każdą z sześciu żarówek połączonych z A przepływa prąd o natężeniu równym $\frac{1}{2}$ natężenia prądu przepływającego przez B i C, natomiast spadek napięcia na każdej z tych sześciu żarówek jest równy $\frac{1}{3}$ spadku napięcia na C. Jeśli więc zapiszemy charakterystykę prądowo-napięciową w postaci wzoru $U = f(I)$, to otrzymujemy $3U = f(2I) = 3f(I)$. Rozwiązaniem tych równań jest funkcja $f(I) = cI^\alpha$, gdzie $\alpha = \log_2 3 = 1,585$, c jest dowolną stałą.

Czołówka ligi zadaniowej
Klub 44 F

po uwzględnieniu ocen rozwiązań
zadań 115 (WT=2,40) i 116 (WT=3,07)
z numeru 3/1991

Paweł Perkowski	- Szczecin	32,65
Adam Sikorski	- Lublin	25,97
Anna Głuza	- Toruń	24,35
Andrzej Borowski	- Aleksandrów K.	11,77
Andrzej Nowogrodzki	- Chocianów	10,48



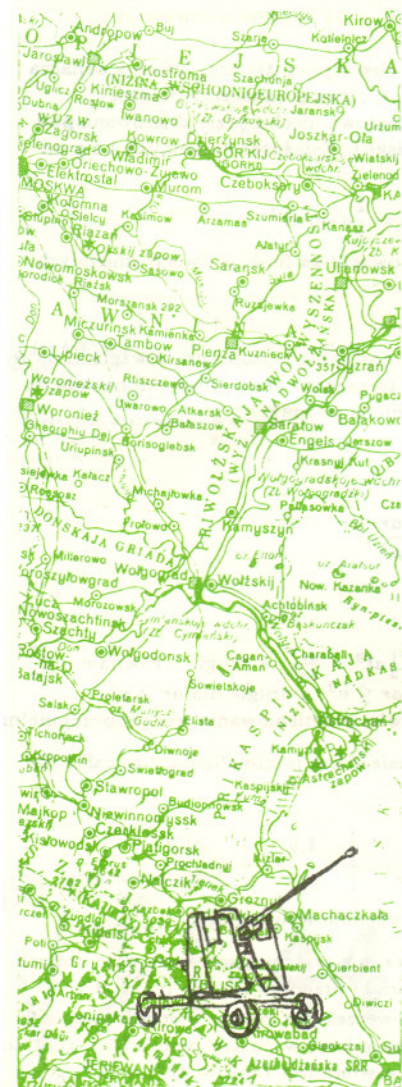
Dzisiaj nie trzeba już chyba nikogo przekonywać, że działalność człowieka niesie ogromne zagrożenia dla niego samego i dla naturalnego środowiska. Aż nadto dobrze możemy obserwować efekty zanieczyszczenia atmosfery i wód. A przecież świadomość zagrożeń jest – w skali historycznej – bardzo świeżej daty. Od zarania dziejów człowiek „czynił sobie Ziemię poddaną” i zawsze mógł liczyć na przychylną ocenę takiego działania. Jeszcze w latach pięćdziesiątych naszego stulecia panował niekłamany entuzjazm dla „ujarzmiania przyrody”. Teraz przyrody już nie ujarzmiamy. Przeciwnie, chcemy ją chronić. Wiemy więc i widzimy, że jest źle, naukowcy zaś raczą nas przewidywaniami, że będzie jeszcze gorzej. Najbardziej znane z tych przewidywań dotyczą rozwoju dziury ozonowej oraz efektu cieplarnianego. O obydwu problemach pisaliśmy już wielokrotnie na łamach *Delty* prezentując często sprzeczne doniesienia. W bieżącej artykule – na przykładzie efektu cieplarnianego – zastanowimy się, jak powstają takie prognozy i na ile są one wiarygodne.

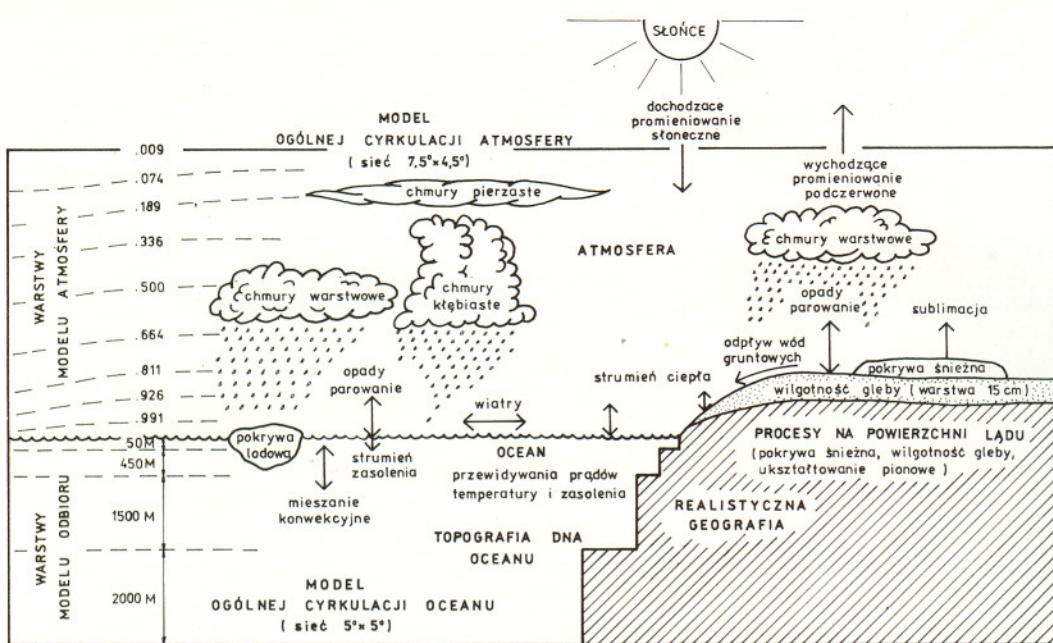
Bezpośrednie pomiary wykazują, że zawartość dwutlenku węgla w atmosferze ziemskiej systematycznie wzrasta. Przyczyną jest najprawdopodobniej industrializacja (spalanie ogromnych ilości paliw kopalnych) oraz zmniejszanie się powierzchni lasów. Przykładowo, od 1958 r. koncentracja CO₂ w atmosferze wzrosła o 15% (osiągając poziom $3,52 \times 10^{-4}$). Różne teoretyczne modele atmosfery sugerują, że wzrost zawartości dwutlenku węgla powinien pociągnąć za sobą ogólne ocieplenie klimatu Ziemi. Zjawisko to nosi nazwę efektu cieplarnianego. Jednakże, w chwili obecnej, dane meteorologiczne nie pozwalają na jednoznaczne stwierdzenie, czy ocieplenie rzeczywiście zachodzi lub, jeśli nawet ma to miejsce, czy ocieplenie ma związek z koncentracją CO₂. W tej sytuacji pozostaje albo cierpliwie odczytywać temperaturę z termometru czekać, aż Natura sama przeprowadzi eksperyment, albo też dokonać eksperymentu komputerowego.

Komputerowe modelowanie procesów zachodzących w atmosferze nie jest bynajmniej zadaniem łatwym. Przede wszystkim należy uwzględnić w nim dynamikę poziomych i pionowych ruchów mas powietrza, koniecznie pamiętając o roli sił Coriolisa powstających na skutek ruchu obrotowego Ziemi wokół własnej osi. Procesy termodynamiczne (np. wymiana ciepła między warstwami powietrza) można przybliżyć traktując powietrze jako gaz doskonały. Kolejnym czynnikiem o pierwszoplanowym znaczeniu jest wilgotność atmosfery i ruchy mas pary wodnej. Poprawny model musi uwzględniać procesy parowania, formowania chmur, opady (lokalne i wielkoskalowe). Rola opadów jest szczególnie istotna, gdyż wnoszą one własny wkład do bilansu pędu, wilgotności i ciepła, nie uwzględniany w równaniach opisujących dynamikę powietrza. Innym elementem wpływającym na klimat są oceany, działające nie tylko jako ogromne zbiorniki ciepła i źródła pary wodnej, ale również mogące mieć swoją własną dynamikę, z poziomym i pionowym transportem ciepła, zmianami zasolenia itp. Ważnym elementem w opisie oddziaływania oceanów z atmosferą jest pokrywa lodowa: morza pokryte lodem są praktycznie odizolowane od atmosfery. Podobne uwagi dotyczą także powierzchni lądów, dla których należy uwzględnić takie czynniki, jak wilgotność gleby, pokrywa lodowa, śnieg itd. Wreszcie, nie można zapominać, że Ziemia jest układem otwartym otrzymującym codziennie dawkę promieniowania słonecznego i pozbywającym się ciepła przez promieniowanie w podczerwieni.

Modelowanie klimatu za pomocą komputera wymaga rozwiązywania zespołu równań opisującego powyższe zjawiska na dyskretnej siatce przestrzennej. Wobec wielkiej liczby czynników, które należy wziąć pod uwagę (zostały one schematycznie zaznaczone na rysunku 1) ograniczenia w szybkości obecnie dostępnych komputerów sprawiają, że siatka ta musi być dość rzadka. I tak w jednym z ważnych eksperymentów komputerowych, przeprowadzonym przed dwoma laty w Narodowym Centrum Badań Atmosfery w Boulder, USA, użyto siatki o rozdzielczości 4,5 w szerokości i 7,5 w długości geograficznej i dziewięciu warstwach w pionie. W doświadczeniu tym zbadano 19-letnią ewolucję klimatu dla dwóch stanów początkowych różniących się jedynie koncentracją dwutlenku węgla. W pierwszym przypadku przyjęto ilość CO₂ taką, jak w rzeczywistości, w drugim dwukrotnie większą. Całość symulacji zabrała przeszło 400 godzin pracy procesora superkomputera CRAY-1.

Prognozy zmian klimatu na skutek efektu cieplarnianego, wysnute z modeli atmosfery, zawsze obarczone są pewną dozą niepewności. Nie ma przecież możliwości obiektywnego ich zweryfikowania. Jeśli jednak model poprawnie odtwarza obserwowane własności klimatu, nabieramy do niego zaufania. W przypadku



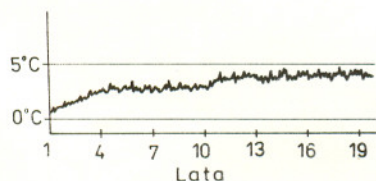


Rys. 1

wspomnianego wcześniej eksperymentu model ze zwykłą zawartością CO₂ przeszedł ten test pomyślnie. Rysunki A i B z tylnej okładki przedstawiają rozkłady temperatury przy powierzchni Ziemi w lutym i sierpniu pierwszego roku symulacji. Widoczne są zmiany temperatur związane z porą roku. Łatwo można też zauważyć obecność frontu polarnego oddzielającego chłodne i gorące powietrze na średnich szerokościach geograficznych. Widać również, że na obszarach morskich wahania temperatur są mniejsze niż na lądzie. Bardziej szczegółowe badania wykazały, że model odtwarza poprawnie także wielkoskalowe ruchy atmosfery. Wszystko to, oczywiście, nie udowadnia, że model jest bezbłędny, sugeruje jednak, że podstawowe cechy klimatu symulowane są poprawnie.

Wróćmy teraz do pytania o efekt cieplarniany. Przebieg symulacji klimatu dla stanu wyjściowego z podwojoną zawartością CO₂ dostarcza kolejnego argumentu za jego istnieniem. Średnia temperatura przy powierzchni wykazuje stały wzrost, aż do osiągnięcia po około 10 latach stanu równowagi o 4 – 4,5 C wyższej od początkowej (patrz rys. 2). To globalne ocieplenie wykazuje szereg ciekawych własności lokalnych. Na rysunku C z tylnej okładki widzimy w szczególności, że wzrost temperatury następuje przede wszystkim na dużych szerokościach geograficznych. Związane jest to z topnieniem czap polarnych. Na mniejszych szerokościach wzrost temperatury nie jest tak drastyczny i występuje głównie na obszarach lądowych. Tam jednak mogą pojawić się również rejon lokalnego spadku temperatury średniej (np. okolice Teksasu na rys. C). Odnośnie ich lokalizacji model – pomimo wszystkich swoich zalet – nie może być traktowany jako wiarygodny. Powodem jest rozdzielczość przestrzenna. Wobec przyjętych rozmiarów sieci różnice w ukształtowaniu terenu zostały niemal całkowicie rozmyte. Realistyczne prognozowanie lokalnego klimatu wymagałoby co najmniej 10-krotnego zwiększenia rozdzielczości, a co za tym idzie – przedłużenia czasu działania programu symulującego 100 razy...

Przed stawianiem prognoz szczegółowych powstrzymuje również świadomość braków modelu. Ostatnie badania wskazują, że najprawdopodobniej niewłaściwie opisuje on rolę rozwoju powłoki chmur (na skutek wzrostu wilgotności) w zmniejszeniu strumienia ciepła docierającego do powierzchni Ziemi. Efekt ten hamowałby wzrost temperatury. Z drugiej strony, model nie uwzględnia procesów biogeochemicznych prowadzących do uwalniania znacznych ilości gazów, takich jak metan, które wzmagają efekt cieplarniany. Wreszcie, należy pamiętać, że w dotychczasowych badaniach ocean światowy był traktowany w dalece uproszczony sposób. Np. zaniedbane zostały niezwykle istotne klimatycznie prądy morskie. Wszystkie te zastrzeżenia nie zmieniają prawdopodobnie konkluzji, że zwiększenie koncentracji CO₂ prowadzi do globalnego ocieplenia klimatu. Jednakże rozmiar i zakres tego ocieplenia musi pozostać wciąż jeszcze przedmiotem badań.



Rys. 2

Na podstawie *Computers in Physics* May/June 1990
opracował Paweł KRAWCZYK