



Świąteczne orzechy, czyli mały statystyk

Zanim się zje kupione na Święta orzechy warto zorientować się, ile ich jest. Proponujemy wzgardzić zwykłym liczeniem. Oto nasze propozycje:

- 1 Jeśli zabawa już Ci się znudziła, to przejdź do 4, jeśli zaś nie, to przejdź do następnej nie wykorzystanej jeszcze propozycji.
- 2 Zsyp orzechy do dużej torby, woreczka, wazy lub garnka, zaczerpnij sporą garść (lub dwie, jeśli to włoskie), policz je i pomaluj — kolor srebrny lub złoty wydają się tu najstosowniejsze. Pomalowane wrzuć z powrotem i dobrze wymieszaj z resztą. Następnie wylosuj (jeśli jest to naczynie otwarte, to nie patrząc lub po ciemku) dwie lub trzy garście i policz, ile wylosowałaś i ile jest wśród nich pomalowanych. Spróbuj teraz oszacować liczbę wszystkich orzechów posługując się
 - (a) „zdrowym rozsądkiem” (stosunek liczby pomalowanych wśród wylosowanych do liczby wszystkich wylosowanych powinien być w przybliżeniu równy stosunkowi liczby wszystkich pomalowanych do liczby wszystkich w ogóle),
 - (b) metodą opisaną w przykładzie zastosowania rozkładu hipergeometrycznego do szacowania ilości ryb w stawie.

Przejdź do 1.

- 3 Wykonaj trzy (lub więcej) niezależne losowania, wrzucając po policzeniu orzechy z powrotem i jako oszacowanie przyjmij średnią z trzech oszacowań typu (a) lub (b).

Przejdź do 1.

- 4 Policz orzechy i porównaj wynik z otrzymanymi oszacowaniami. Jakie oszacowania były lepsze — (a) czy (b)? Zakończ działalność i przejdź do 9 — o ile nie nabrałaś ochoty do dalszej zabawy i nie straciłaś wiary w skuteczność praktycznych zastosowań rachunku prawdopodobieństwa. W tym przypadku bowiem możesz skorzystać z dalszych propozycji:

- 5 Oblicz, jakie było prawdopodobieństwo uzyskania w 2 takiej ilości pomalowanych, jaka zdarzyła się w rzeczywistości, jeśli już wiadomo, ile ich jest naprawdę. Jakie byłoby to prawdopodobieństwo, gdyby było ich dwa razy więcej (przy tej samej ilości pomalowanych), a jakie, gdyby było ich dwa razy mniej? (Przyjmij założenia metody (b)).

Przejdź do 9.

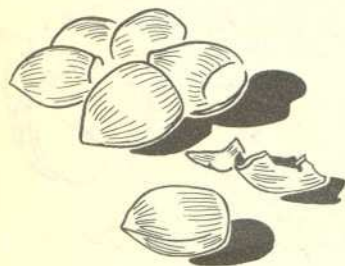
- 6 Jaki sposób losowania orzechów zapewniłby pełną stosowalność metody (a)? Przejdź do 9.

- 7 Zastosuj tę metodę do obliczenia ilości ziarenek kawy w paczce, zastępując pewną znaną Ci ilość ziarenek kawy tą samą ilością ziarenek fasoli lub groszku (dobry jest też pieprz — po wykonaniu eksperymentu nie trzeba go wybierać: zmielony wraz z kawą w niewielkiej ilości podnosi jej walory smakowe).

Przejdź do 9.

- 8 Oszacuj ilość ziarn kaszy gryczanej w kilogramie, posługując się ryżem (lub ryżem posługując się kaszą). Dlaczego dopiero w tym przypadku metoda (a) ma prawo dawać wyniki niewiele odbiegające od wyników uzyskiwanych w (b)? Przejdź do 9.

- 9 Nie zjadaj wszystkich orzechów — zostaw trochę na Święta.



„O trójkącie można nieskończenie”

Czytelnikom, którzy nie wierzą w swoje siły w konkursie BUDUJEMY KOPUŁĘ, proponujemy inny:

Znaleźć nowe twierdzenie o trójkącie

Przez „znaleźć” rozumiemy samodzielnie wymyślić i udowodnić.

„Nowe” — znaczy takie, które nie zostało nigdzie jeszcze napisane (albo nam tak się zdaje). Będziemy oceniać

1) elegancję i oryginalność twierdzenia (decyduje gust Redakcji),

2) prostotę dowodu. Dowody błędne dyskwalifikują pracę.

Najciekawsze twierdzenia opublikujemy. Termin nadsyłania — 15 lutego 79.

A oto przykład:

Odcinki łączące punkty styczności boków i okręgu wpisanego w trójkąt z przeciwległymi wierzchołkami tego trójkąta przecinają się w jednym punkcie.

Kto zna powyższe twierdzenie?

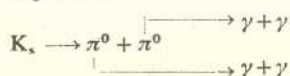


Zadania

F 60a. Stężenie zanieczyszczenia powietrza substancjami radioaktywnymi uważane jest za dopuszczalne, jeśli średnia jego aktywność wynosi $2,7 \cdot 10^{-12}$ Ci/l (Ci — kiur — jest jednostką aktywności substancji promieniotwórczej i odpowiada $3,7 \cdot 10^{10}$ rozpadów na sekundę. Powietrze w laboratorium zostało zanieczyszczone jodem J^{131} w takim stężeniu, że rzeczywista aktywność wynosi $2,252 \cdot 10^{-12}$ Ci/l. Pomiary kontrolne przeprowadza się pobierając 1 litr powietrza i licząc rozpad w ciągu minuty. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że pomiar kontrolny wykaże stężenie większe od dopuszczalnego?

Rozwiązanie na str. 16

F 60b. Mezon K_s^0 jest praktycznie jedyną cząstką, której rozpad może dawać cztery kwanty γ — rozpad taki przebiega wtedy wg schematu



Dysponujemy detektorem, w którym prawdopodobieństwo rejestracji pojedynczego kwantu γ wynosi $\alpha = 0,4$. W pewnym badaniu zarejestrowano 1000 rozpadów, w których pojawiły się dokładnie cztery kwanty γ (i które wobec tego zidentyfikowano jako rozpad mezonu K_s^0), oraz pewne ilości rozpadów z trzema, dwoma i jednym kwantem γ . Ile spośród nich mogło być w rzeczywistości omawianego typu rozpadami K_s^0 ? Oszacować ilość wszystkich takich rozpadów. Rozwiązanie na str. 16

Redaguje mgr Andrzej MAKOWSKI

M 178. Udowodnić, że jeżeli a, b, c są liczbami rzeczywistymi, to $(ab + ac + bc)a^2b^2c^2 \leq a^8 + b^8 + c^8$.

Rozwiązanie na str. 16

M 179. Udowodnić, że okręgi opisane na dwóch ścianach czworościanu przecinają się pod takim samym kątem, jak okręgi opisane na pozostałych dwóch jego ścianach.

Uwaga. Kątem, pod którym przecinają się dwa okręgi, nazywamy kąt utworzony przez styczne do nich w punkcie przecięcia.

Rozwiązanie na str. 16

M 180. W turnieju szachowym rozgrywanym systemem „każdy z każdym” uczestniczyło ośmiu szachistów. Każdy z nich zdobył inną liczbę punktów niż pozostali. Zdobywca drugiego miejsca uzyskał tyle punktów, ile razem zebrali ostatni czterej. Jaki był wynik partii między czwartym a szóstym zawodnikiem w ostatecznej klasyfikacji?

Rozwiązanie na str. 16