

Szczególna teoria względności jest powszechnie uznana za najtrudniejszą i absolutnie niemożliwą do zrozumienia teorię fizyczną. Któż bowiem jest w stanie uwierzyć, że w różnych układach poruszających się względem siebie czas płynie nie tak samo, co przewiduje ta teoria.

Zrozumieć się tego nie da, jeśli przedtem trzeba sobie wyobrazić nieskończenie długi pociąg poruszający się z prędkością światła, jak nam to proponują niektórzy popularyzatorzy. Powiedziałbym więcej: zrozumieć się tego nie da, nawet (a może tym bardziej) jeśli czyjaś wyobraźnia dopuści się podobnego eksperymentu. Popularyzacja bowiem nie ominęła szczególnej teorii względności (jakżeby mogła) i stąd ten paniczny, łagodnie mówiąc, nastrój, jaki to zagadnienie otacza.

Popularyzacja bowiem igra z naszą wyobraźnią przeważnie nie tam, gdzie by należało. Zainteresowanych odeśle może do artykułów madame Pipsztyckiej (np. Delta 11 1979), artykułów, których nieporównana ohyda, naciągana i sztuczna wesołość, wulgarność użytych porównań itp. mogłyby ostrzec Czytelnika i skłonić rzetelnego popularyzatora do lekceważenia, gdyby nie fakt, że właśnie do takiej popularyzacji przywykliśmy, że właśnie taką mamy, wraz ze wszystkimi zgubnymi jej skutkami i konsekwencjami. Szczególna teoria względności? — ach, to nieskończenie długi pociąg. Hasło i odzew, między które nie da się wcisnąć ani żdźbła zrozumienia, czy choćby zainteresowania. „Pijane cząstki”, „Zabawmy się w czarną dziurę”, „Zagrajmy w antymaterię”, „Powróźmy ze stokrotki: neutron, proton, mezon  $\pi$ , hiperon, bozon, czort go wi (stwierdzamy niezerowe prawdopodobieństwo odkrycia nowej cząstki)”.

Sprawa wbrew pozorom zasługuje na uwagę. Popularyzacja jest istotnym elementem pracy naukowej, a nie wchodząc w praktyki tej szczególności i zawilosci powiem, że wyrazić rzecz prosto oznacza nic innego, jak zrozumieć ją głęboko. Czy prosto ma jednak znaczyć prymitywnie (a za to sensacyjnie)? Zabawmy się, zagramy, wyobraźmy sobie, poznamy namacalnie (niejako zmysłowo) mechanizm zjawiska — zupełnie podobną sytuację mamy na Słońcu, w czarnych dziurach, w ciele stałym, lub też w świecie cząstek elementarnych. Idźmy na łąkę i przyjrzyjmy pasącym się tam krowom, następnie przyjmijmy do wiadomości istnienie (w afrykańskich sawannach) takusieńskich krów, które mając 3,5 metra wzrostu mają ponadto dwumetrową szyję, skórę lamparcią i jelenie rogi. Prawda, że już wiecie, jak wygląda żyrafa?

Dla każdego (z wyjątkiem może madame Pipsztyckiej) jest oczywiste, że pionki na szachownicy czy też bawiące się dzieci nie mają absolutnie nic wspólnego z elektronami w metalu. Może wspólny jest model matematyczny? Po pierwsze „można”, bo na ogół rzecz cała nie jest do końca przez autorów sprawdzona i przemyślana (gdyby to uczyniono, mogłoby się okazać, że cała

gra, zabawa czy gra wyobraźni nie jest już do niczego potrzebna).

Po drugie jabłko + jabłko = dwa jabłka. Z elektronami rzecz się ma rzeczywiście podobnie — nie jest to jednak wiele znacząca informacja o elektronach (jak zresztą i o jabłkach).

Nie należy się potem dziwić, że Czytelnik zaprawiony w takich rozważaniach traktuje na równi sensację naukową z informacjami o zielonych ludzikach z Marsa (w końcu: zielony ludzik + zielony ludzik to zapewne dwa zielone ludziki, a wyobraźnię mamy wytrenowaną uniwersalnie i zielone ludziki to dla nas małe piwo w porównaniu z nieskończenie długim pociągiem).

Otóż nieprawda. Fizyka wcale nie jest taka trudna, jak to dowodzą (niestety skutecznie) rozmaici popularyzatorzy.

Szczególna teoria względności jest najprostszą teorią fizyczną i proste jej przedstawienie jest oczywiście możliwe. Temu właśnie celowi poświęcamy niniejszy gwiazdkowy numer Delt.

Szczególna teoria względności opiera się na dwóch prostych, prawie oczywistych założeniach. Pierwszym jest trójwymiarowość przestrzeni oraz fizyczna realność upływu czasu, jako forum (zwane czasoprzestrzenią), na którym zachodzą wszystkie zjawiska. Prócz tego zakłada się, że za pomocą żadnego doświadczenia nie można odróżnić ruchu jednostajnego od spoczynku. Jest to tzw. zasada względności. Okazuje się, że po uczynieniu tych dwóch założeń nie mamy już żadnej dowolności. Stosując z żelazną konsekwencją proste reguły logicznego wnioskowania dowodzimy, że o ostatecznej postaci teorii decyduje wartość tylko jednej, nieznannej stałej o wymiarze prędkości. Stałą tę możemy wyznaczyć w jakimkolwiek czysto kinematycznym doświadczeniu. Zmierzona wartość wynosi  $3 \cdot 10^5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$  i równa się prędkości światła w próżni.

Wszystkie podstawowe wyniki szczególnej teorii względności (skrócenie długości, wydłużenie czasu czy też  $E = mc^2$ ) mogą być udowodnione za pomocą bardzo prostych metod geometrii oraz algebry. Wyniki te mogą się wydać absurdalne, sami się jednak na nie skazaliśmy, czyniąc powyższe założenia. Logika jest bowiem surową panią i nie pozwala na żadne dowolności. Chcąc obalić teorię względności musielibyśmy zmienić któreś z jej założeń. Warto przy tym przypomnieć, że we wszystkich wykonanych dotychczas doświadczeniach, zarówno w świecie cząstek elementarnych, jak i gwiazd oraz planet, nie zaobserwowano żadnych rozbieżności z przewidywaniami teorii względności. Pułapka jest więc, jak dotąd, bardzo szczelna i nie ma po prostu sposobu na to, by np. czas nie płynął różnie w różnych układach.

PS. Miłośnikom popularyzacji w stylu madame Pipsztyckiej ze względu na niewątpliwe wrażenie niedoinformowania, jakiego doznają w związku z bieżącym numerem, polecamy następujące ćwiczenie. Udajcie się do kuchni. Obejrzyjcie znajdujący się tam lejek. Wyobraźcie sobie taki sam czterowymiarowy. Powinno się przydać w celach treningowych.



## Diabelska arytmetyka czyli przyczynek do angelologii

Mgr Marcin MOSTOWSKI i doc. dr Lesław W. SZCZERBA

Sławny problem „ile diabłów mieści się na ostrzu szpilki” istotnie bywał rozpatrywany, z tym jednak, że takie sformułowanie problemu jest już dziełem renesansowych prześmiewców.

Poważnie problem ten rozpatrywał Tomasz z Akwinu w *Summa Theologiae*, część II (O aniołach) rozdział LII § 3: „Czy wielu aniołów może być równocześnie w tem samym miejscu”.

Niektórych Czytelników może zaskoczyć ta zmiana: chodzi ostatecznie o diabły czy anioły?

Nie ma tu żadnej zmiany! Każdy diabeł jest również aniołem jak to wynika z tego co pisze wspomniany wyżej Tomasz z Akwinu, zwany z racji swej wiedzy o aniołach „doctor angelicus”,



Rozwiązanie zadania M 212

Posłużymy się indukcją. Dla  $n = 0$  nasza teza jest prawdziwa. Jeżeli zaś  $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  ma tę własność, że  $p(k) = 2^k$  dla  $k = 0, 1, 2, \dots, n$ , to dla wielomianu  $q(x) = p(x+1) - p(x)$  mamy  $q(k) = 2^{k+1} - 2^k = 2^k$  dla  $k = 0, 1, \dots, n-1$ . Na mocy założenia indukcyjnego stopień wielomianu  $q$  jest nie mniejszy niż  $n-1$ . Równocześnie  $q(x) = a_n((x+1)^n - x^n) + a_{n-1}((x+1)^{n-1} - x^{n-1}) + \dots + a_1(x+1 - x)$  jest stopnia  $n-1$ . Wobec tego stopień  $p \geq 1 + \text{stopień } q \geq n$ .



Rozwiązanie zadania M 213

Łatwo sprawdzić, że warunki (1)–(3) spełnione są przez funkcję  $f(x, y) = -NW(x, y)$ . Wykażemy, że jest to jedyna taka funkcja. Przypuścimy, że  $g$  też spełnia warunki (1)–(3). Wykażemy indukcyjnie, że dla każdego  $n$  mamy  $f(x, y) = g(x, y)$  dla wszystkich par  $x, y$  takich, że  $x+y < n$ . Dla  $n = 1$  teza wynika z warunku (1). Jeżeli teraz  $x_0 + y_0 = n$  i  $x_0 > y_0 \geq 1$ , to

$$f(x_0, y_0) = \frac{x_0}{x_0 - y_0} f(x_0 - y_0, y_0) \text{ na mocy}$$

$$(2) \text{ i } g(x_0, y_0) = \frac{x_0}{x_0 - y_0} g(x_0 - y_0, y_0).$$

Ponieważ zaś  $(x_0 - y_0) + y_0 < n$ , więc  $f(x_0 - y_0, y_0) = g(x_0 - y_0, y_0)$  i wobec tego  $f(x_0, y_0) = g(x_0, y_0)$ . Z warunków (3) i (1) otrzymamy stąd, że  $f(x, y) = g(x, y)$  dla wszystkich par  $(x, y)$  takich, że  $x+y = n$ . To kończy dowód.

w *Summa Theologiae* rozdział LXII § 1 oraz rozdział LXIII § 8 i § 9. Dużo poważniejsza zmiana mogła umknąć uwadze wielu czytelników: w jednym sformułowaniu mówi się o ostrzu szpilki a w drugim o miejscu. Jest to różnica bardzo istotna: ostrze szpilki ma symbolizować punkt, natomiast o pojęciu miejsca Akwinas mówi (*Summa Theologiae* rozdział LII § 2): „*Jednak co do tego pomylili się niektórzy. Jedni bowiem nie potrafiąc wyjść poza wyobraźnię, przypuścili niepodzielność anioła na sposób niepodzielności punktu i dlatego myśleli, że anioł może być tylko w miejscu, które jest punktem. — Lecz jest oczywiste, że się omylili; punkt bowiem jest czymś niepodzielnym mającym położenie, lecz anioł jest niepodzielny istniejąc poza rodzajem ilości i położenia. Stąd nie potrzeba, by anioł miał określone jedno miejsce niepodzielne co do położenia, lecz czy to podzielne, czy niepodzielne, czy większe, czy mniejsze, według tego jak z wolnej woli stosuje swą moc do ciała własnego lub mniejszego*”.

W tej sytuacji przez m i e j s c e będziemy rozumieli dowolny podzbiór trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej. Gdy będziemy rozpatrywać ilu aniołów może być w jednym miejscu musimy wiedzieć co to znaczy, że anioł jest w jakimś miejscu. Doctor angelicus mówi (*ibidem*): „... *anioł jest w miejscu, przez zastosowanie swej mocy do tego miejsca, ...*” Jeszcze dobitniej wyraża tę myśl Damascen (*II de Fid. Orth. cap. 3*): „... *gdzie anioł działa, tam jest*”.

Tomasz powołuje się zresztą na ten cytat w *Summa Theologiae* rozdział LII § 2. Możemy zatem powiedzieć:

(1) Anioł jest w miejscu  $X$  wtedy i tylko wtedy gdy jest przyczyną zdarzeń zachodzących w tym miejscu.

Na tytułowe pytanie Akwinas odpowiada następująco: „... *dwaj aniołowie nie istnieją równocześnie w tem samym miejscu*” (*ibidem* § 3). Do takiego wniosku doprowadza go następujące rozumowanie (*ibidem*):

(\*) „*A ta jest tego przyczyną, że jest niemożliwym, by dwie przyczyny zupełne były bezpośrednimi przyczynami jednej i tej samej rzeczy. Jest to jasnym w każdym rodzaju przyczyn...*” Aby wyjaśnić szczegóły tego rozumowania, wyjaśnić owo „*Jest to jasnym...*”, zajrzyjmy do Arystotelesa (*Fizyka II, § 3 str. 194b–195a*) gdzie znajduje się klasyfikacja przyczyn. Filozof podaje tam następujące przyczyny:

- 1] Przyczyna materialna — ma to być materia, z której zrobiony jest skutek. Arystoteles wyjaśnia to na przykładzie kamiennego posągu: jego przyczyną materialną jest kamień. Podobnie, aby podać przykład nieco bardziej współczesny materialną przyczyną Delty jest papier klasy III i farba drukarska. Oczywiście
- (2) anioł nie może być przyczyną materialną zjawisk cielesnych ponieważ sam jest niecielesny; Tomasz w zapowiedzi do rozdziału L *Summa Theologiae* pisze „*Następnie należy rozważać ... o stworzeniu czysto duchowem które w Piśmie św. nazywa się aniołem, ...*”
- 2] Przyczyna formalna — ma to być forma jaką przybiera skutek. W przypadku posągu jest to jego kształt, w przypadku Delty treść jej artykułów. Wydaje się naturalne przyjęcie założenia, że
- (3) anioł nie może być przyczyną formalną zjawisk cielesnych.
- 3] Przyczyna sprawcza — jest to istota lub zjawisko, które powoduje skutek. Dla posągu taką przyczyną jest rzeźbiarz lub on i zamawiający to dzieło mecenas, a ściślej decyzja rzeźbiarza by wykonać posąg. Przyczynę sprawczą Delty redakcja nam wykreśliła.
- 4] Przyczyna celowa — jest to to po co zdarzenie zachodzi. W przypadku posągu jego przyczyną celową jest ozdoba parku, dla Delty natomiast przyczyną celową ... A właśnie, uzupełnienie poprzedniego zdania pozostawiamy Czytelnikowi.

Wróćmy teraz do Tomaszowego rozumowania. Mamy zatem wykazać, że w dowolnym miejscu może być tylko jeden anioł, czyli musimy wykazać, że jeśli anioły  $A_1$  i  $A_2$  są w miejscu  $X$ , to  $A_1 = A_2$  czyli, że  $A_1$  i  $A_2$  to ten sam anioł. Założmy, że  $A_1$  i  $A_2$  są w miejscu  $X$ . Oznacza to po prostu, że anioły  $A_1$  i  $A_2$  są przyczynami zjawisk zachodzących w miejscu  $X$ . Wobec założeń (2) i (3) możliwe są trzy przypadki:

- a] Oba anioły są przyczynami sprawczymi. Ten przypadek zdaje się wynikać ze słowa „*zupełny*” w cytacie (\*). Jak się zdaje Tomasz przyjmuje w tym miejscu założenie: (4) Jeśli anioł  $A_1$  jest przyczyną sprawczą zdarzeń w miejscu  $X$  a anioł  $A_2$  jest przyczyną sprawczą w tym samym miejscu  $X$ , to  $A_1$  i  $A_2$  są tym samym aniołem.
- b] Oba anioły są przyczynami celowymi. W tym przypadku rozumowanie opiera się o pewne prawa działań celowych: (5) Każde działanie jest celowe. (6) Każde działanie ma tylko jeden cel.

Gdyby zatem różne anioły były przyczynami celowymi zdarzeń w miejscu  $X$ , musiałyby się odbywać w miejscu  $X$  dwa działania, a więc dwaj aniołowie musieliby być przyczynami sprawczymi w miejscu  $X$ . Możliwość ta została jednak wykluczona w przypadku a.

c] Jeden z aniołów jest przyczyną sprawczą a drugi celową. Jak nam się wydaje przypadek ten został przez Akwinasa przeoczony. Przyjęcie odpowiedniego założenia nie jest dostatecznie uzasadnione tekstem *Summa Theologiae*. Być może więc Doctor Angelicus popełnił w tym miejscu błąd w rozumowaniu.