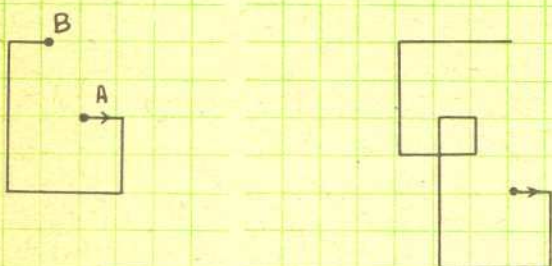
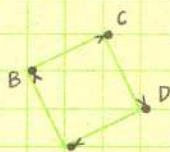
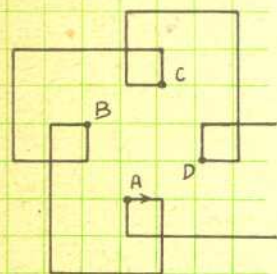




## Łamane na kratkowanym papierze



Rys. 1. Rys. 2.



Rys. 3. Rys. 4.



W poprzednim odcinku Małej Delti zajmowaliśmy się łamanymi, które kreśli się na kratkowanym papierze poruszając się według następującej reguły. Idziemy kilka kroków (odcinków o długości boku kratki) na wschód, potem kilka kroków na południe, zachód i północ. Liczbę kroków w każdym kierunku określają z góry dane liczby skończonego ciągu liczbowego. Dla przykładu — drogę odpowiadającą ciągowi (1, 2, 3, 4, 1) mamy narysowaną na rys. 1. Aha! — jeszcze jedna reguła. Po wyczerpaniu wszystkich wyrazów ciągu nie przerywamy marszu, tylko skręcamy (stałe w prawo) tak, jak każdą znow początkowe wyrazy ciągu. Tak więc dalsza nasza droga wygląda tak jak na rysunku 2.

Postawiłem kilka pytań dotyczących takich łamanych, zachęcając Czytelników do nadsyłania wyników swoich badań. Jedno z pytań brzmiało: Kiedy powrócimy do punktu wyjścia? W narysowanym przypadku na pewno tak jest (rys. 3). Dlaczego? Jeśli rozpatrzmy drogę odpowiadającą całemu ciągowi (1, 2, 3, 4, 1) to łatwo możemy policzyć, dokąd nas ona zaprowadzi. Otóż poszliśmy 1 krok na wschód, potem 3 kroki na zachód i ponownie 1 na wschód. Łącznie przesunęliśmy się na wschód o  $-1$  krok, czyli 1 krok na zachód. W kierunku północ — południe przesuniemy się o 2 kroki na północ. Łącznie przesuniemy się więc z punktu wyjścia tak jakbyśmy szli po naznaczonej strzałce.

Co będzie dalej? To samo? Tak, tyle że rozpoczynamy tym razem od drogi na południe i zmienia się nam kierunki. Przejdziemy od punktu B do punktu C. Potem znow zaczniemy od innego kierunku (na zachód), a za czwartym razem — na północ. Znajdziemy się w punkcie wyjścia.

Rozpatrzyliśmy jeden, szczególny ciąg. Na ile sytuacja była typowa?

Zobaczmy co było ważne w rozumowaniu. Przesunięcie AB będzie się zawsze liczyć w podobny sposób. Położenie punktu C otrzymujemy obracając AB w prawo (i przesuwając). Kierunek obrotu brał się stąd, że kolejny odcinek drogi zaczynaliśmy od marszu na południe (zamiast na wschód). Gdyby przyszło nam zacząć od marszu na północ — musielibyśmy dokonać obrotu w lewo. Nie jest to koniec analizy. Pozostają jeszcze dla Was pytania: co by było gdyby po przejściu pierwszego odcinka drogi następny odcinek przyszłoby rozpocząć od marszu na zachód? A ponownie na wschód? Po czym poznać, z którym przypadkiem mamy do czynienia? A oto jeszcze jeden problem: Kiedy nakreślona łamana ma osie symetrii?

Jak i poprzednio, czekam na listy, przesłane do redakcji Delti.

Jan WASZKIEWICZ