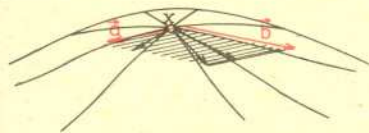


Rys. 1. Tak wyobrażał sobie strukturę Wszechświata Dante Alighieri (rysunek pochodzi z „Boskiej Komedii” wydanej przez PIW w 1975 r.). Wszechświat Dantego ma wyróżnione miejsca i kierunki, nie jest więc ani izotropowy, ani jednorodny.

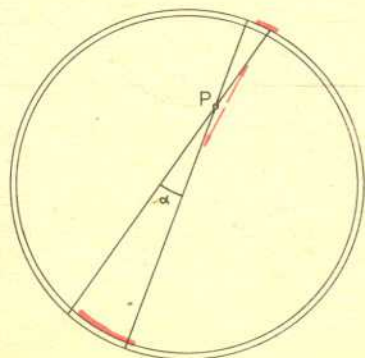


Aby zmierzyć krzywiznę Gaussa powierzchni dwuwymiarowej w punkcie X należy porównać promienie okręgów ściśle stycznych (najlepiej przylegających w otoczeniu punktu X) do geodezyjnych przechodzących przez ten punkt i wybrać promień najmniejszy (r_1) i największy (r_2). Krzywizna w punkcie X wynosi $K(X) = 1/r_1 r_2$, gdy środki obu okręgów leżą po tej samej stronie powierzchni, a $-1/r_1 r_2$, gdy leżą po przeciwnych stronach. Pojęcie to można uogólnić na przestrzeń trójwymiarową wprowadzając tak zwaną krzywiznę w dwukierunku $K(X, a, b)$. Przepis na obliczenie tej wielkości jest następujący: 1°. Zadajemy w punkcie X dwa wektory a i b . 2°. Spośród geodezyjnych przechodzących przez X wybieramy te, które w punkcie X mają styczne leżące w płaszczyźnie rozpiętej na wektorach a i b . 3°. Wyznaczamy krzywiznę Gaussa dwuwymiarowej powierzchni utworzonej przez te geodezyjne. Krzywizna ta jest równa poszukiwanej wielkości $K(X, a, b)$. W przestrzeni jednorodnej i izotropowej krzywizna $K(X, a, b)$ jest jednakowa we wszystkich punktach X i nie zależy od tego, w jaki sposób wybraliśmy wektory a i b .



Rys. 2. Konstrukcja geometryczna służąca do obliczenia krzywizny Gaussa w przestrzeni trójwymiarowej.

Twierdzenie Birkhoffa w przestrzeni euklidesowej udowodnił już Newton. Idea dowodu przedstawiona jest na rysunku. Natężenie pola grawitacyjnego jest wprost proporcjonalne do masy będącej źródłem tego pola i odwrotnie proporcjonalne do kwadratu odległości. Rozważmy dwa fragmenty wydrążonej cienkościennej kuli widziane z punktu P pod małym kątem α . Pola powierzchni, a więc i masy fragmentów, są proporcjonalne do kwadratu odległości od P . Dlatego natężenia pola od fragmentów nie zależą od odległości i znoszą się. Dalszy ciąg dowodu pozostawiamy Czytelnikowi.



Dr Roman JUSZKIEWICZ

Według ogólnej teorii względności, własności geometryczne przestrzeni zależą od rozkładu gęstości, ciśnienia i prędkości materii. Zastanówmy się nad tym, jakie własności geometryczne miałby nasz Wszechświat, gdyby materia była w nim rozłożona jednorodnie i izotropowo. Jednorodność oznacza brak wyróżnionych punktów we Wszechświecie, a izotropia — brak wyróżnionych kierunków.

Dzięki jednorodności i izotropii czterowymiarową czasoprzestrzeń mieszczącą w sobie cały obecny Wszechświat wraz z całą jego przeszłością i przyszłością można pokroić na trójwymiarowe plasterki, będące powierzchniami stałego czasu. Każdy taki plasterek zawiera w sobie cały Wszechświat „uchwycony” w pewnej chwili czasu. Krzywizna Gaussa takiego trójwymiarowego plastra musi być jednakowa we wszystkich miejscach i może zależeć jedynie od czasu. Mamy więc do czynienia z trójwymiarową przestrzenią o stałej krzywiznie. Możliwe są trzy rodzaje takich przestrzeni: płaska, dla której krzywizna Gaussa znika ($K = 0$), eliptyczna ($K > 0$) oraz hiperboliczna ($K < 0$).

Zostawmy jednak na razie geometrię i zastanówmy się nad dynamiką. Rozważany tutaj model Wszechświata został po raz pierwszy zbadany przez Aleksandra Friedmana, radzieckiego matematyka, który w roku 1922 znalazł ogólne jednorodne i izotropowe rozwiązanie równań Einsteina. Powtórzenie rachunków Friedmana w popularnym artykule jest oczywiście niemożliwe. Na szczęście istotę sprawy można zrozumieć poprzestając na newtonowskiej teorii grawitacji, przy czym, jeżeli będziemy dostatecznie ostrożni, otrzymamy taki sam wynik! Skorzystamy przy tym z twierdzenia Birkhoffa.

Twierdzenie to (obowiązujące zarówno w teorii Einsteina jak i Newtona) mówi, że pole grawitacyjne wytwarzane na powierzchni kuli przez sferycznie symetryczny rozkład materii wypełniającej całą przestrzeń pochodzi jedynie od materii zawartej wewnątrz tej kuli. Zatem, aby prześledzić względny ruch dowolnej pary cząstek, wystarczy wokół jednej z cząstek narysować kulę o promieniu równym dzielącej je odległości i następnie badać ruch takiego kulistego obłoku materii, nie przejmując się resztą Wszechświata.

Teoria Newtona dostarcza poprawnego opisu ruchu materii wtedy, gdy pole grawitacyjne jest „słabe”, tj. gdy bezwymiarowy parametr Φ/c^2 (gdzie Φ = potencjał grawitacyjny, c = prędkość światła) jest mały w porównaniu z jednością. Przy $\Phi/c^2 \ll 1$ przewidywania teorii grawitacji Einsteina pokrywają się z przewidywaniami teorii Newtona, a zakrzywienie przestrzeni zanika. Gdy cała przestrzeń jest wypełniona materią o stałej gęstości ρ , potencjał grawitacyjny na

powierzchni kuli o promieniu r wynosi $\frac{4}{3}\pi r^2 G \rho$, gdzie G jest stałą grawitacyjną (oczywiście posłużyliśmy się tu twierdzeniem Birkhoffa). Warunek $\Phi/c^2 \ll 1$ jest więc spełniony wtedy, gdy

$$(1) \quad r \ll c(G\rho)^{-\frac{1}{2}}$$

Zatem wybierając obłok o dostatecznie małym promieniu będziemy mogli prześledzić jego ewolucję posługując się mechaniką newtonowską. Zastanówmy się najpierw nad tym problemem z czysto kinematycznego punktu widzenia.

Wysoki stopień symetrii naszego modelu nakłada silne ograniczenia na liczbę możliwych ruchów ośrodka. Jedynym ruchem, który zachowuje izotropię i jednorodność jest taki ruch, w którym odległości r_0 i r między dowolnymi dwoma punktami w chwilach t_0 i t spełniają warunek

$$(2) \quad r = R(t)r_0/R_0,$$

gdzie funkcja $R(t)$, zwana czynnikiem ekspansji, jest taka sama dla wszystkich par punktów (R_0 jest stałą, równą wartości R w chwili t_0).

Pole prędkości materii $v = dr/dt$ można wyznaczyć różniczkując równanie (2) względem czasu. Otrzymamy wówczas związek

$$(3) \quad v = Hr,$$

gdzie $H(t) = R^{-1}dR/dt$ jest tzw. stałą Hubble'a („stała” ta jest stała jedynie w przestrzeni,



Rozwiązanie zadania F 113

Straty ciepła z powierzchni rury, a następnie z powierzchni izolacji odbywają się na drodze przewodzenia. W takim przypadku ilość ciepła tracona w jednostce czasu jest proporcjonalna do $(T_2 - T_0)S$, gdzie T_2 — temperatura powierzchni oddającej ciepło, T_0 — temperatura otoczenia, S — pole powierzchni. Położenie warstwy izolującej zmniejszy pierwszy z czynników, zwiększy natomiast drugi. Może się więc zdarzyć, że wartość iloczynu wzrośnie. Jeśli ponadto współczynnik proporcjonalności nie zmaleje zbyt drastycznie, możemy mieć do czynienia z opisanym efektem. Większą szansę wystąpienia efektu dają kiepskie materiały izolujące.

Rozwiązanie równań różniczkowych opisujących transport ciepła w danym przypadku podaje precyzyjny warunek, przy którym wystąpi wzrost strat ciepłych. Wynika z niego dodatkowo, że efektowi sprzyjają małe średnice rurek. Opisany efekt, negatywny w danym przypadku, znajduje pozytywne wykorzystanie w elektrotechnice. Nałożenie odpowiedniej izolacji na przewodniki prądu ułatwia odprowadzenie wydzielającego się ciepła.

zależy jednak od czasu). Możliwa jest zatem jednorodna ekspansja (gdy $H > 0$) lub kurczenie ($H < 0$), przy czym w obu przypadkach punkty ośrodka oddalają się (przy $H > 0$) lub zbliżają (przy $H < 0$) do siebie z prędkością wprost proporcjonalną do dzielącej je odległości. Powróćmy jednak do naszego „obłoku próbnego”. Energia kinetyczna cząstki o masie m , znajdującej się na powierzchni sfery o promieniu r , wynosi $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mH^2r^2$. Łatwo jest również obliczyć

energię potencjalną takiej cząstki — jest ona równa $-\frac{4\pi}{3}mr^2\rho G$. Całkowita energia wynosi

zatem

$$(4) \quad E = mr^2 \left(\frac{H^2}{2} - \frac{4\pi G \rho}{3} \right) = \text{const.}$$

Równanie to można uzupełnić jeszcze zasadą zachowania masy obłoku

$$(5) \quad M = \frac{4}{3}\pi\rho r^3 = \text{const.}$$

Rozwiązując równania (4) i (5) można znaleźć zależność gęstości materii ρ i czynnika ekspansji R od czasu. Okazuje się przy tym, że istnieją trzy typy rozwiązań. Gdy $E > 0$, grawitacja nie jest w stanie zahamować procesu ekspansji naszego „obłoku próbnego”. Obłok, dla którego $E < 0$, jest grawitacyjnie związany i będzie się rozszerzał aż do chwili, gdy wytraci całą energię kinetyczną, po czym rozpocznie się proces kurczenia. Równania (4) i (5) najłatwiej jest rozwiązać w przypadku, gdy $E = 0$. Gęstość materii jest wówczas równa tzw. gęstości krytycznej

$$(6) \quad \rho_{kr} = 3H^2/8\pi G,$$

a rozwiązania mają postać

$$(7) \quad R(t) = R_0 \cdot (t/t_0)^{\frac{2}{3}}$$

oraz

$$(8) \quad \rho(t) = 1/6\pi G t^2.$$

Widać stąd, że obłok, w którym $\rho = \rho_{kr}$ ewoluuje podobnie do rozpatrywanego wcześniej obłoku o dodatniej energii ($E > 0$, $\rho < \rho_{kr}$): w miarę upływu czasu promień obłoku nieograniczenie rośnie, a gęstość materii maleje.

Warto jest porównać to rozwiązanie z rozwiązaniem z wyłączoną grawitacją. Kładąc $G = 0$ w równaniu (4) dostaniemy $r^2 H^2 = \text{const.}$, skąd $dR/dt = \text{const.}$, lub

$$(7A) \quad R = R_0 \cdot (t/t_0).$$

Otrzymaliśmy wynik zgodny z oczekiwaniami: wyłączając ciężenie wyłączyliśmy jedyną siłę działającą na cząstki wypełniające obłok i dlatego poruszają się one ruchem jednostajnym. Porównując zależność (7A) z (7) widzimy jak obecność pola grawitacyjnego wpływa na zachowanie obłoku — ekspansja odbywa się wolniej.

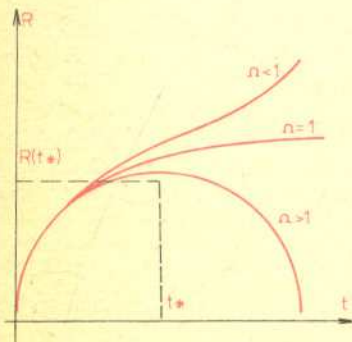
Klasyfikując modele Friedmana zamiast energii całkowitej E wygodniej jest posługiwać się bezwymiarowym parametrem

$$(9) \quad \Omega = \rho/\rho_{kr}.$$

Na podstawie otrzymanych dotąd wyników można powiedzieć, że jednorodne i izotropowe wszechświaty, w których gęstość materii jest mniejsza lub równa krytycznej ($\Omega \leq 1$), zawsze się rozszerzają, natomiast wszechświaty, w których $\rho > \rho_{kr}$ ($\Omega > 1$) najpierw się rozszerzają, a następnie kurczą.

Wszystkie modele Friedmana mają dwie wspólne cechy. Pierwszą z nich jest istnienie osobliwości (stanu, w którym gęstość materii jest nieskończona) przy $t = 0$. Drugą jest niestacjonarność. O istnieniu osobliwości można się przekonać kładąc $t = 0$ w równaniu (8) odpowiadającym modelowi z $\Omega = 1$. Zachowanie takie występuje również w modelach odpowiadających $\Omega \neq 1$. Przez pewien czas sądzono, że istnienie osobliwości w modelach Friedmana jest wynikiem symetrii i aby usunąć osobliwość wystarczy wprowadzić anizotropię i niejednorodność. Okazało się jednak, że osobliwość jest „nieusuwalna”. Udowodnili to dwaj fizycy brytyjscy — S. Hawking i R. Penrose — opierając się na ogólnej teorii względności i pewnych (bardzo „rozsądnych”) dodatkowych założeniach o postaci zależności między ciśnieniem a gęstością materii.

Czy można zatem twierdzić, że Wszechświat rozpoczął swoje istnienie od stanu, w którym gęstość materii była nieskończona? Z całą pewnością byłoby to przedwczesne. Do opisu bardzo wczesnego Wszechświata niezbędna jest kwantowa teoria grawitacji, która jeszcze nie została stworzona i nie można wykluczyć, że osobliwości pojawiają się w wyniku nieuzasadnionego ekstrapolowania wstecz naszej niekwantowej teorii grawitacji aż do chwili $t = 0$ (teoria niekwantowa powinna „puścić w szwach” dla czasów mniejszych od tzw. czasu Plancka, równego 10^{-43} sekundy).



Rys. 3. Ewolucja czynnika ekspansji w modelach o trzech różnych wartościach parametru Ω .



Rozwiązanie zadania M 297. Liczby x, y, z muszą być różne i możemy zatem przyjąć $x < y < z$. Mnożąc stronami równości $xy+1 = az, yz+1 = bx, xz+1 = cy$ mamy $(xyz)^2 + xyz(x+y+z) + xy+yz+xz+1 = abcxxyz$, skąd $xy+yz+xz+1 = kxyz$, $k \geq 1$, a ponieważ $x < y < z$, więc $3yz+1 > xyz$ i $x \leq 3$. Jeśli teraz $x = 3$, to $3(y+z)+yz+1 \geq 3yz$ i $6z+1 \geq 2yz$, co jest niemożliwe, bo $3 < y < z$. Pozostaje więc przypadek $x = 2$, w którym z nierówności $2(y+z)+yz+1 \geq 2yz$, czyli $2(y+z)+1 \geq yz$ mamy $4z+1 > yz$ i $y \leq 4$. Gdyby $y = 4$, to mielibyśmy $2(4+z)+1 \geq 4z$, czyli $9 \geq 2z$, co jest niemożliwe, ponieważ $4 < y < z$. Pozostaje więc jedyna możliwość $y = 3$, dająca trójkę $(2, 3, 7)$.

Z kolei przyczyną niestacjonarności jest fakt, że dynamika tych modeli jest określona wyłącznie przez grawitację. W układzie złożonym z ciał oddziaływujących ze sobą wyłącznie za pośrednictwem grawitacji stan równowagi jest niemożliwy. Równowagę wprowadzić mogłyby jedynie siły „pozagrawitacyjne” tak, jak dzieje się to np. w Słońcu, gdzie siły ciężkości równoważone są przez ciśnienie gazu i promieniowania. Gdy typowe odległości między oddziaływującymi ciałami są tak wielkie jak odległości rozpatrywane w kosmologii, wszystkie „pozagrawitacyjne” rodzaje sił stają się znikomo małe w porównaniu z siłami ciężkości, a stan równowagi staje się niemożliwy do zrealizowania.

Analiza oparta na mechanice newtonowskiej, która okazała się tak efektywna, gdy chodziło o zbadanie ewolucji lokalnych własności Wszechświata, niestety nie udzieli nam odpowiedzi na pytanie globalne: jaka jest krzywizna Wszechświata? Chcąc odpowiedzieć na to pytanie nie można już się wymigać od rachunków opartych na ogólnej teorii względności, toteż przytoczę od razu gotowy wynik

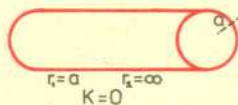
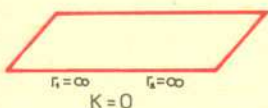
$$(10) \quad K = \frac{8\pi G\rho}{3c^2} - \frac{H^2}{c^2}$$

Z zależności tej widać w jaki sposób rozkład gęstości materii i jej ruch wpływa na zakrzywienie przestrzeni.

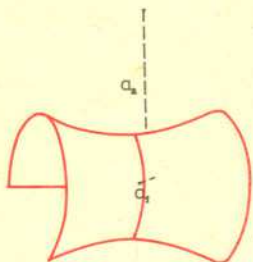
W tym miejscu proponuję Czytelnikowi chwilę wytchnienia i zabawy w geometrię zaściankową (w odróżnieniu od Globalnej Geometrii Wszechświata jako całości). Spróbujemy mianowicie odpowiedzieć na pytanie, jaki jest stosunek obwodu Słońca do jego promienia? Skorzystamy przy tym z założenia, że rozkład materii na zewnątrz Słońca jest jednorodny i izotropowy. Przy takim założeniu możemy skorzystać z twierdzenia Birkhoffa i obliczając krzywiznę Gaussa w otoczeniu Słońca możemy je traktować jak statyczny ($H = 0$), jednorodny i izotropowy wszechświat. Średnia gęstość materii Słońca wynosi $\rho_{\odot} = 1,4 \text{ g cm}^{-3}$ i wobec tego $K = 8\pi G\rho_{\odot}/3c^2 \approx 8 \cdot 10^{-28} \text{ cm}^{-2}$. Promień równikowy Słońca wynosi $R_{\odot} = 7 \cdot 10^5 \text{ km}$. Równik Słońca jest zatem krótszy od $2\pi R_{\odot}$ o

$$\pi KR_{\odot}^3/3 \approx 3 \text{ km},$$

co odpowiada łukowi ok. $1''$. Oczywiście zmierzenie takiego „niedoboru” jest nierealne.



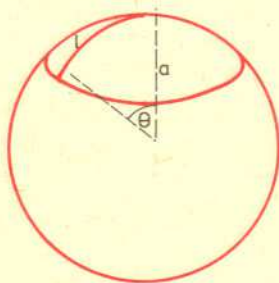
Nieskończona płaszczyzna i powierzchnia nieskończonego walca stanowią przykłady dwuwymiarowych powierzchni o krzywiznie zerowej. Geometria na takich powierzchniach jest lokalnie geometrią euklidesową (suma kątów trójkąta = π , stosunek długości okręgu do jego promienia = 2π).



$$r_1 = a_1 \quad r_2 = a_1$$

$$K = -1/a_1^2 < 0$$

Przykład dwuwymiarowej powierzchni o ujemnej krzywiznie. Na takiej powierzchni obowiązuje geometria Bolyai — Łobaczewskiego (suma kątów trójkąta $< \pi$, stosunek długości okręgu do jego promienia $> 2\pi$).



$$r_1 = r_2 = a$$

$$K = 1/a^2 > 0$$

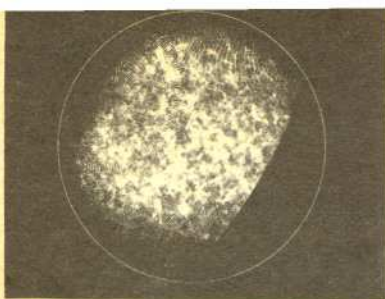
Powierzchnia kuli o promieniu a stanowi przykład dwuwymiarowej powierzchni o krzywiznie dodatniej równej $1/a^2$. Odpowiednikiem prostej na takiej powierzchni jest łuk wielkiego okręgu, a odpowiednikiem okręgu o promieniu l jest okrąg złożony z punktów, których odległość (mierzona wzdłuż łuku wielkiego po powierzchni kuli) od pewnego punktu zwanego środkiem wynosi l . Dla okręgu przedstawionego na rysunku $l = a\theta$. Długość takiego okręgu równa jest $2\pi a \cdot \sin\theta$. Zatem stosunek długości okręgu do promienia wynosi $2\pi \sin\theta/\theta$ i jest mniejszy od 2π .

O słuszności bardzo ogólnego twierdzenia mówiącego o tym, że każda zakrzywiona powierzchnia jest lokalnie prawie płaska (co oznacza, że badając dostatecznie małe fragmenty powierzchni powinniśmy otrzymać wyniki dowolnie bliskie tych, jakie uzyskalibyśmy w geometrii euklidesowej), można się łatwo przekonać przechodząc do granicy $\theta \rightarrow 0$. Rzeczywiście, dla małych θ (tj. dla okręgów o dostatecznie małych promieniach) dostaniemy

$$\frac{\text{długość okręgu}}{\text{promień okręgu}} \approx 2\pi \left(1 - \frac{\theta^2}{6}\right) = 2\pi \left(1 - \frac{1}{6} Kl^2\right)$$

Skorzystaliśmy tu z faktu, że dla małych kątów $\sin\theta \approx \theta - \frac{\theta^3}{6}$, oraz z tego, że $\theta = l/a = Kl^{1/2}$.

Widać stąd, że odstępstwa od geometrii Euklidesa są tym mniejsze, im mniejszy jest promień rozpatrywanego okręgu od „promienia krzywizny” przestrzeni $K^{-1/2}$. To samo można udowodnić dla przestrzeni o ujemnej krzywiznie. Gdy w takiej przestrzeni rozpatrujemy obszary o rozmiarach $\ll |K|^{-1/2}$ możemy bezpiecznie posługiwać się geometrią Euklidesa. Podobna prawidłowość występuje również w przestrzeniach o większej liczbie wymiarów. W szczególności w przestrzeni trójwymiarowej o dodatniej krzywiznie K stosunek obwodu kuli do jej promienia r wynosi $2\pi \left(1 - \frac{1}{6} Kr^2\right)$, gdy $r \ll K^{-1/2}$. Suma kątów trójkąta w przestrzeni o dodatniej krzywiznie jest większa od π .



Rys. 4. Tak wygląda wielkoskalowy rozkład galaktyk w północnej półkuli nieba. Każdy jasny kwadracik reprezentuje klatkę $1^\circ \times 1^\circ$ w katalogu galaktyk Obserwatorium Licka. Rozmiar każdego kwadracika jest wprost proporcjonalny do liczby galaktyk o jasności obserwowanej $6,3 \cdot 10^{-16} \text{ W/m}^2$. Korzystając z rysunku 5 można oszacować, jak głęboko sięga katalog. Z takiego oszacowania wynika, że zasięg katalogu powinien być rzędu 10 miliardów lat świetlnych. Niejednorodności w rozkładzie przestrzennym galaktyk widoczne na mapie mają charakterystyczne rozmiary < 200 milionów lat świetlnych.

Jednym z klasycznych dowodów słuszności ogólnej teorii względności jest obserwacyjny potwierdzenie przewidzianego przez tę teorię zakrzywienia promieni świetlnych w polu grawitacyjnym Słońca. Ponieważ i w tym przypadku efekt powinien być rzędu KR_{\odot}^2 , więc można się spodziewać, że kąt odchylenia promieni jest porównywalny z otrzymanym przez nas „niedoborem”. Jest tak w istocie: kąt ten wynosi $1'',75$.
Powróćmy jednak do kosmologii. Z (10) wynika, że krzywizna przestrzeni zmienia się wraz z upływem czasu, przy czym Globalna Geometria Wszechświata jest

- eliptyczna $(K > 0)$, gdy $\Omega > 1$,
- płaska (euklidesowa) $(K = 0)$, gdy $\Omega = 1$,
- hiperboliczna $(K < 0)$, gdy $\Omega < 1$.

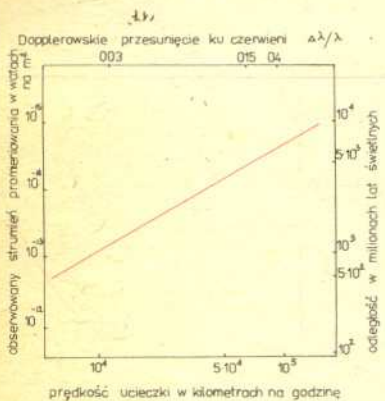
Wszechświat, w którym $\Omega > 1$, ma skończoną masę i skończony obwód, jest „zamknięty”. Przedłużając odcinek po powierzchni stałego czasu dotrzemy w końcu do miejsca, z którego wyruszyliśmy. Zupełnie inny jest świat, w którym $\Omega \leq 1$: ma on nieskończoną masę, a powierzchnie $t = \text{const}$ są w takim świecie „otwarte” (tj. przedłużając odcinek po takiej powierzchni nigdy nie osiągniemy punktu wyjścia).

A jaka jest geometria „prawdziwego Wszechświata”, tego w którym żyjemy? Odpowiedzi na to pytanie udzielić mogą jedynie obserwacje astronomiczne. Przede wszystkim należy sprawdzić, w jakim stopniu model Friedmana naśladuje realny Wszechświat, a następnie (gdyby okazało się, że przewidywania modelu znajdują potwierdzenie w obserwacjach) — zmierzyć parametry Ω i H .

Czy rozkład materii w realnym Wszechświecie jest jednorodny i izotropowy? Widok nocnego nieba usianego gwiazdami wydaje się temu przeczyć. O tym, że Wszechświat nie jest pozbawiony struktury świadczą również obserwacje astronomiczne obejmujące najbliższe 100 milionów lat świetlnych wokół nas: gwiazdy skupione są w galaktykach, które również nie są rozmieszczone w przestrzeni równomiernie i grupują się w gromady galaktyk. Okazuje się jednak, że stopień niejednorodności Wszechświata zależy od rozmiarów fragmentów które badamy: im większe są to rozmiary, tym mniej niejednorodny jest rozkład materii. W obszarach o rozmiarach przekraczających miliard lat świetlnych materia rozłożona jest już całkowicie równomiernie (liczba galaktyk zawartych w dowolnie wybranym sześcianie o krawędzi miliard lat świetlnych nie zależy od jego położenia w przestrzeni). Możemy się spodziewać więc, że w dostatecznie wielkich obszarach Wszechświat zachowuje się zgodnie z przewidywaniami modelu Friedmana. Pierwszym astronomem, który przekonał się o tym był Amerykanin Edwin Powell Hubble. Pod koniec lat dwudziestych, obserwując dalekie galaktyki za pomocą teleskopu na Mt. Wilson w Kalifornii, Hubble zauważył, że oddalają się one od nas z prędkością wprost proporcjonalną do odległości. Związek między prędkością ucieczki galaktyk, a odległością jest więc dokładnie taki, jak w modelu Friedmana: $v = Hr!$ Według obecnych danych obserwacyjnych stała Hubble'a ma wartość

$$H = 17 \text{ km/s na milion lat świetlnych,}$$

przy czym wartość ta jest jednakowa we wszystkich kierunkach (ekspansja jest izotropowa). Fakt, że Wszechświat się rozpręża, oznacza, iż w przeszłości był bardziej gęsty. Ekspansja Wszechświata jest oczywiście procesem adiabatycznym, tj. zachodzi bez wymiany ciepła z otoczeniem (dzieje się tak po prostu dlatego, że Wszechświat nie ma żadnego „otoczenia”). Oznacza to, że materia w przeszłości była nie tylko gęstsza, ale i gorętsza niż obecnie. Ciekawe, co też mogło dziać się w środku naszego obłoku próbnego, gdy miał on temperaturę 10^{11} K ? To już jednak całkiem inna historia.



Rys. 5. Zależność między jasnością obserwowaną i prędkością dla najjaśniejszych galaktyk w 42 gromadach galaktyk. Każda gromada ma zwykle taką najjaśniejszą galaktykę w pobliżu swojego centrum, przy czym jasności absolutne najjaśniejszych galaktyk w poszczególnych gromadach są niemal identyczne, co umożliwia gładkie przejście od zależności (jasność obserwowana — prędkość) do zależności (odległość — prędkość) i narysowanie obrazka takiego jak powyższy. Prędkość ucieczki galaktyk wyznacza się z przemieszczenia prążków w ich widmach wywołanego efektem Dopplera. O metodach wyznaczania odległości tych galaktyk można się dowiedzieć z książki B. Muchotrzeb i B. Paczyńskiego „Granice Wszechświata” PWN 1981, wartej zresztą polecenia każdemu Czytelnikowi, który uzna temat poruszony w tym artykule za interesujący.

Nasz obłok próbny nie może być ani za mały (bowiem aby można było uznać rozkład materii za jednorodny, promień obłoku powinien wynosić co najmniej 300 milionów lat świetlnych), ani za duży (aby opis newtonowski był poprawny). Spełnienie obu tych warunków jest możliwe tylko wtedy, gdy $(Ge)^{-1/2} c \gg 300 \text{ mln lat świetlnych}$. Nie znamy dokładnej wartości średniej gęstości materii we Wszechświecie, jednak wszystkie dane obserwacyjne, nawet bardzo ostrożnie interpretowane, wskazują, że nie jest ona większa od $10^{-29} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$. Stąd łatwo obliczyć, że wielkość $(Ge)^{-1/2} c$ nie może być mniejsza od kilku miliardów lat świetlnych. Tak więc opis newtonowski możemy spokojnie stosować do obłoków zawierających wiele gromad galaktyk.

O tym, że model Friedmana dostarcza opisu uśrednionego po bardzo dużych obszarach warto jest pamiętać wtedy, gdy mówi się o „ekspansji Wszechświata”. Opis ten zupełnie zawodzi, gdy w grę wchodzi „małe” (w porównaniu z 300 milionami lat świetlnych) fragmenty Wszechświata: np. średnie odległości między galaktykami należącymi do tej samej gromady są stałe, podobnie Układ Słoneczny nie zmienia swoich rozmiarów (jeśli wykluczyć niektóre modele oparte na Hipotezie Wielkich Liczb — red.). Chciałbym również zapewnić Czytelnika, że rozmiary tej strony będą w przyszłym roku dokładnie takie same jak teraz.