

Poznaliśmy już wiele różnych konstrukcji Mizara. Wiemy jak budować zdania, jak zapisywać ich uzasadnienia, czy to przez powołanie się na odpowiednie przesłanki, czy to przez dowód. Wiemy też, jak przygotować wstęp do tekstu i sam tekst w Mizarze. Dzisiaj poznamy pewne konwencje, które pozwalają skrócić zapis. Czytelnicy zauważyli zapewne, że ilekroć wprowadzamy pewien obiekt, to oprócz nadania mu symbolicznej nazwy np. x , y , z musimy jeszcze dodać „kim” on jest: ułamkiem, punktem, prostą, zbiorem itp. Zapewne wszyscy pamiętają, jak to w szkolnych podręcznikach geometrii pisano: „punkty będziemy oznaczać dużymi literami A, B, C, \dots , a proste małymi k, l, m, \dots ”. Podobnej rezerwacji nazw można również dokonać we wstępie do tekstu w Mizarze MSE. Nazywamy to predeklaracją i piszemy:

```
LET X,Y DENOTE ULAMEK
```

Po takiej rezerwacji nazw w dalszym ciągu tekstu zamiast pisać długo:

```
FOR X BEING ULAMEK EX Y BEING ULAMEK ST NWEX,YJ
```

możemy napisać krócej:

```
FOR X EX Y ST NWEX,YJ
```

Nie musimy już przy każdej zmiennej związanej pisać, czym ona jest, gdyż w predeklaracji określiliśmy, co oznaczamy jakimi symbolami. Predeklaracja symboli nie działa jednak w stosunku do obiektów wprowadzanych w dowodzie przez **let**. W konstrukcji **let x be ...** musimy typ x podać explicite.

Znając już konstrukcję predeklaracji wstęp do teorii liniowego porządku wśród ułamków możemy zapisać tak:

```
ENVIRON
LET X,Y,Z,X',Y',Z' DENOTE ULAMEK
ZMROTNOSC: FOR X HOLDS NWEX,XJ
PRZECHODNOSC: FOR X,Y,Z ST NWEX,YJ & NWCY,ZJ HOLDS NWEX,ZJ
ANTYSYMETRIA: FOR X,Y ST NWEX,YJ & NWCY,XJ HOLDS X=Y
SPOJNOSC: FOR X,Y HOLDS NWEX,YJ OR NWCY,XJ
```

A rozszerzenie tegoż wstępu, tak jak zrobiliśmy w odcinku 2 (*Delta* 10/1983) będzie takie:

```
GIVEN A,B,C,D,E BEING ULAMEK
Z1: A<D B' Z2: NWEA,CJ Z3: NWEB,CJ Z4: NWCE,DJ Z5: NOT NWCA,EJ
```

A teraz podamy rozwiązania zadań z odcinka 2:

```
BEGIN
T1: NWA,AJ BY Z2,Z4,PRZECHODNOSC
T2: NWEB,DJ BY Z3,Z4,PRZECHODNOSC
T3: NWEA,AJ BY ZMROTNOSC
T4: NOT NWEA,AJ BY Z1,T1,ANTYSYMETRIA
T5: NOT (A=C & C=D) BY Z1,Z2,Z4
T6: NOT C=E BY Z2,Z5
T7: EX X ST NWEX,XJ BY T3
```

W przypadku zadania T7' musimy wprowadzić pewne dodatkowe kroki w rozumowaniu, mianowicie:

```
L1: NWCE,AJ BY Z5,SPOJNOSC
L2: NWCE,CJ BY Z2,L1,PRZECHODNOSC
T7': NWCE,DJ BY L2,Z4,PRZECHODNOSC
```

Pewna konwencja pozwala nam na uniknięcie wprowadzania etykiet L1 i L2. Mianowicie

```
NWCE,AJ BY Z5,SPOJNOSC
THEN NWCE,CJ BY Z2,PRZECHODNOSC
THEN T7': NWCE,DJ BY Z4,PRZECHODNOSC
```

Słowo **then** oznacza, że do przesłanek uzasadnienia należy dołączyć zdanie występujące bezpośrednio przed zdaniem uzasadnianym. To poprzedzające zdanie może być jedyną przesłanką, na którą się powołujemy i wtedy w ogóle nie piszemy **by**. Użycie **then** nie zawsze jest dozwolone. Dotyczy to sytuacji, gdy bądź nie ma poprzedniego zdania (np. zaraz po **begin** lub **proof**), bądź nie jest jasne, które zdanie jest poprzednim. Np. wewnątrz dowodu po wieloczłonowym założeniu:

```
ASSUME THAT A: NWCA,BJ AND B: NWEA,AJ
```

nie możemy napisać:

```
THEN A=B BY ANTYSYMETRIA
```

gdyż nie jest jasne, na które z założeń (A , B czy oba) chcemy się powołać. Podobnie po wieloczłonowym założeniu postaci:

```
LET X BE ULAMEK SUCH THAT A: NWA,XJ AND NWCE,XJ
```

użycie **then** jest niedozwolone. Po deklaracji zmiennej bez warunków, a więc np.:

```
LET X BE ULAMEK
```

nie możemy użyć **then**, gdyż ta konstrukcja w ogóle nie „zostawia” zdania. Natomiast takie odwołania przez **then** są poprawne:

```
ASSUME NOT NWEX,YJ THEN NWCY,XJ BY SPOJNOSC
```

Konkluzja w dowodzie jest również pewnym zdaniem, które wymaga uzasadnienia. Jedną z przesłanek może być również poprzednie zdanie. Wtedy jednak nie piszemy **thus**, lecz **hence**, co znaczy, że dokonaliśmy „zahaczenia”, tj. odwołaliśmy się do poprzedniego zdania. Możemy zatem zamiast

```
A: NOT NWEA,DJ BY .?. THUS CONTRADICTION BY A,Z4
```

napisać

```
NOT NWEA,DJ BY .?. HENCE CONTRADICTION BY Z4
```

A teraz o jeszcze jednym udogodnieniu. W poprzednich dwu odcinkach, gdy omawialiśmy dowody, wielokrotnie używaliśmy zwrotu „to, co zostało do udowodnienia”. Otóż to „coś” zawsze było zdaniem, ale znaczyło co innego w różnych miejscach dowodu. Zaraz na początku po **proof** była to po prostu cała dowodzona teza. W przypadku implikacji po założeniu poprzednika do udowodnienia pozostawał następnik. W Mizarze na oznaczanie tego „czegoś”, co mamy jeszcze udowodnić, by zakończyć dowód, używamy słowa **thesis**. Oczywiście zdanie kryjące się za **thesis** może zmienić się w czasie dowodu po każdym: założeniu (**assume**), deklaracji obiektu (**let**) oraz konkluzji (**thus**, **hence**). Weźmy przykłady

```
NWCE,AJ IMPLIES NWCE,DJ
PROOF
```

W tym miejscu **thesis** oznacza po prostu wyjściową tezę. Natomiast po założeniu:

```
ASSUME NWCE,AJ
```

thesis oznacza NW $[e, d]$ i nie zmienia się po kroku pomocniczym:

```
THEN NWCE,CJ BY Z2,PRZECHODNOSC
```

A teraz zamiast konkludować NW $[e, d]$ napiszemy:

```
HENCE THESIS BY Z4,PRZECHODNOSC
END
```

w przypadku dowodzenia zdania ogólnego:

```
FOR X HOLDS NWEX,XJ
PROOF
```

Tutaj **thesis** oznacza jeszcze wyjściową tezę. Po wprowadzeniu pewnego dowolnego obiektu:

```
LET X1 BE ULAMEK
```

thesis jest równa zdaniu NW $[x1, x1]$. Nie zmienia się po

```
NWEX1,X1J OR NWEX1,X1J BY SPOJNOSC
```

i dowód możemy zakończyć

```
HENCE THESIS
END
```

gdyż NW $[x1, x1]$ wynika z poprzedniego zdania.

A jak wygląda **thesis** po ostatniej konkluzji w poprawnym dowodzie, kiedy dowód jest już w istocie zakończony? Wtedy **thesis** oznacza pewne specjalne zawsze prawdziwe zdanie (**not contradiction**). Oczywiście nie musimy go dowodzić. Symbolem **thesis** możemy posłużyć się również w przypadku dowodu nie wprost.

```
FOR X,Y,Z ST NOT NWEX,YJ & NOT NWCY,ZJ HOLDS X<Z
PROOF
LET X',Y',Z' BE ULAMEK SUCH THAT
A: NOT NWEX',Y'J & NOT NWCY',Z'J
```

w tym miejscu dowodu **thesis** znaczy $x' < z'$.

Załóżmy więc, że to nieprawda:

```
ASSUME NOT THESIS
HENCE CONTRADICTION BY A,SPOJNOSC
END
```

Zakładając **not thesis** założyliśmy w istocie **not $x' < z'$** , czyli

$x' = z'$. Po tym założeniu pozostała do udowodnienia sprzeczność, treścią *thesis* było **contradiction**, i mogliśmy napisać konkluzję *hence thesis* z takim samym skutkiem jak *hence contradiction*. Posługując się *thesis* możemy znacznie skrócić zapis dowodu, gdy mamy udowodnić tezę kwantyfikatorem szczegółowym.

```
FOR X EX Y ST NWCX,YJ
PROOF
  LET X' BE ULAMEK;
  NWCX',X'J BY ZWROTHOSC;
  HENCE THESIS
END;
```

Użyte w konkluzji *thesis* znaczyło tyle co *ex y st NW* [x' , y], które dla checkera wynika z poprzedniego zdania.

Zadania

Pozostajemy we wstępie napisanym w tym odcinku; możemy korzystać ze zdań Z1—Z5 oraz pozostałych już dowiedzionych. Proszę uzasadnić, że

```
T14: FOR Z HOLDS NWCZ,AJ OR (NWCZ,ZJ & NWCZ,DJ) OR NWCZ,ZJ;
T15: FOR X EX Y ST X<Y;
T16: FOR X ST NWCX,AJ HOLDS NOT NWCZ,XJ;
```

A OTO TYPOWE BŁĘDY W ROZWIĄZANIACH ZADAŃ Z DELTY NR 10!

- NIE MALEZY UZYWAC INNYCH PREDYKATOW OD TYCH, DLA KTORYCH ZOSTALA PODANA AKSJOMATYKA, NIE BYLO AKSJOMATOW DOTYCZACYCH PREDYKATU LT I KOMPUTER NIE WIE, CO TEN PREDYKAT ZNACZY.
- ALTERNATYWA BEDACA ARGUMENTEM IMPLIKACJI MUSI BYC UJETA W NAWIASY OKRAGLE. ALTERNATYWA, IMPLIKACJA I ROWNOWAZNOSC MAJA TE SAMA SILE WIĄZANIA.
- POPRAWNE LOGICZNIE UZASADNIENIA:
 - T7: EX X BEING ULAMEK ST NWCX,XJ BY ZWROTHOSC;
 - T7': NWCZ,DJ BY T1,Z5,PRZECHODNIOSC,SPJNOJOSC;
- SA DLA CHECKERA ZBYT SKOMPLIKOWANE. TRZEBA WPROWADZIC PONOWNICZE TWIERDZENIA, JAK TO ZROBITO W TEKSCIE, LUB NP:

```
A: NWCZ,AJ BY Z5,SPJNOJOSC;
T7': NWCZ,DJ BY A,T1,PRZECHODNIOSC;
```

```
B: NOT NWCZ,EJ BY T1,Z5,PRZECHODNIOSC;
T7': NWCZ,DJ BY B,T1,SPJNOJOSC;
```

A DLA T7 UZYC T3.

Z.TRYBULEC

Przypominamy

Każdy, kto nadesłał pod adresem redakcji rozwiązanie (wraz z zaadresowaną do siebie kopertą — większą — z naklejonym znacznikiem), otrzyma wydruk z komputera z komentarzem do tego rozwiązania.

dr Krzysztof PRAŻMOWSKI, dr Piotr RUDNICKI

Protokół posiedzenia Jury Konkursu Uczniowskich Prac z Matematyki

Jury w składzie: prof. dr Leon Jeśmanowicz — przewodniczący, dr Waław Wierzbiński — przedstawiciel Ministerstwa Oświaty i Wychowania, dr Jerzy Bednarczuk, dr Alicja Derkowska, dr Marek Kordos, dr Agnieszka Wojciechowska-Waszkiewicz, prof. dr Wojciech Żakowski na posiedzeniu w dniu 24.08.1983 r. biorąc pod uwagę temat pracy, jej wykonanie oraz przebieg obrony postanowiło przyznać:

- 1) Złoty medal i nagrodę w wysokości zł 5.000. — Jackowi Kalecie z LO w Świdnicy za pracę „Twierdzenie o pewnej szczególnej metodzie całkowania”;
- 2) Srebrny medal i nagrodę w wysokości zł 5.000. — Wojciechowi Waleckiemu z XIV LO w Warszawie za pracę „O błonach mydlanych”;
- 3) Brązowy medal i nagrodę w wysokości zł 4.000. — Henrykowi Łukomskiemu z ZSZ w Gliwicach za pracę „Negacje liczb n -cyfrowych oraz otrzymywanie wyników negacji w układzie dziesiętkowym bez zamiany na układ dwójkowy”;
- 4) Wyróżnienie i nagrodę w wysokości zł 2.000. — Marcinowi Kotulskiemu z III LO we Wrocławiu za pracę „Przekształcenia afiniczne przestrzeni w ujęciu wektorowym”;
- 5) Dyplom uczestnictwa w finale Dariuszowi Baranowi z II LO w Dąbrowie Górniczej za pracę „Zastosowanie teorii grafów w rozwiązywaniu zagadnień fizycznych”;
- 6) Dyplom uczestnictwa w finale Mariuszowi Gąsowskiemu z LO w Sokółce za pracę „Kilka uwag na temat grup ilorazowych”;
- 7) Nagrody pieniężne po 2.000 zł — nauczycielom uczestników finału: Leszkowi Stefańskiemu, Andrzejowi Walatowi, Zbigniewowi Zwierzyńskiemu, Franciszkowi Ferdekowi, Marii Mizgale, Teresie Kozłowskiej.



Złoty medalista narysowany przez przewodniczącego Jury

Skrót zwycięskiej pracy zamieścimy w nr 3/1984.

Jak co roku organizujemy Konkurs Uczniowskich Prac z Matematyki. Zapraszamy do wzięcia udziału. Oto regulamin:

1. Konkurs organizowany jest corocznie przez Zarząd Główny Polskiego Towarzystwa Matematycznego i Redakcję miesięcznika *Delta*, przy poparciu Ministerstwa Oświaty i Wychowania.
2. W konkursie mogą brać udział uczniowie wszystkich typów szkół.
3. Konkurs składa się z eliminacji i finału.
4. W eliminacjach bierze udział każdy uczeń, który w terminie do dnia 1 maja prześle pod adresem Redakcji *Delty* jeden egzemplarz swojej pracy matematycznej. Do pracy należy dołączyć następujące informacje: adres prywatny autora, klasa, nazwa i adres szkoły, imię, nazwisko i adres nauczyciela — opiekuna pracy.
5. Praca powinna zawierać samodzielny wkład ucznia i pełną informację o źródłach, z których korzystał jej autor. Prace czysto kompilacyjne nie będą dopuszczone do finału konkursu.
6. Prace nadesłane na eliminacje zostaną ocenione przez Komisję Konkursu i kompetentnych recenzentów. Te spośród prac, które spełniają warunki konkursu, zostaną przedstawione Jury Konkursu. Jury zakwalifikuje najlepsze prace do finału, który odbędzie się w trakcie dorocznej Sesji Naukowej Polskiego Towarzystwa Matematycznego.

7. Zawiadomienia o zakwalifikowaniu do finału zostaną przesłane autorom prac oraz nauczycielom — opiekunom prac przed końcem roku szkolnego.
8. Finałiści i nauczyciele opiekujący się ich pracami otrzymują od Zarządu Głównego PTM zaproszenie do udziału w Sesji na koszt Towarzystwa.
9. Finał polega na wygłoszeniu (nie na odczytaniu) przez ucznia, podczas specjalnego otwartego posiedzenia Sesji, referatu (trwającego nie dłużej niż 15 minut) i wzięciu udziału w dyskusji na temat, któremu poświęcona była praca.
10. Rezultaty finału oceni Jury Konkursu. Jury będzie brało pod uwagę, oprócz merytorycznej wartości pracy, również samodzielność i oryginalność ujęcia tematu oraz przebieg referatu i dyskusji. Jury przyznaje medale: złoty, srebrny i brązowy, wyróżnienia oraz nagrody pieniężne fundowane przez Ministerstwo Oświaty i Wychowania.
11. Ogłoszenie wyników finału następuje w trakcie Walnego Zgromadzenia Polskiego Towarzystwa Matematycznego. Medale wręcza Prezes Towarzystwa. Wszyscy uczestnicy finału otrzymują dyplomy.
12. Wyniki konkursu i skrót zwycięskiej pracy będą opublikowane w miesięczniku *Delta*.
13. Komisję Konkursu oraz Jury Konkursu powołuje Zarząd Główny PTM na wniosek Komitetu Redakcyjnego *Delty*.