

5

mata delta

Czy umiecie wykryć twierdzenie?

Dowodzi się, że liczba wymierna ma rozwinięcie dziesiętne okresowe (może też mieć rozwinięcie skończone, ale formalnie rzecz biorąc można je traktować jako okresowe — zero w okresie). Dowód jest taki:

Rozwinięcie dziesiętne uzyskujemy przez dzielenie licznika przez mianownik. Po wyczerpaniu cyfr znaczących licznika następnym krokiem dzielenia przebiega tak

$((\text{reszta z poprzedniego kroku}) \cdot 10) : (\text{mianownik}) =$
 $= (\text{coś})$ i zostaje (następna reszta).

Ponieważ każda (różna od zera) reszta jest mniejsza od mianownika, więc co najwyżej po $((\text{mianownik}) - 1)$ krokach reszta się powtórzy i będzie się od tego momentu powtarzało dzielenie — wynik będzie więc okresowy.

Rozpatrzony przykład ułamka $\frac{1}{7}$ pokazuje, że maksymalna długość okresu jest czasami osiągnana.

Czasami, bo np. $\frac{1}{3}$ ma okres krótszy od maksymalnego (maksimum wynosiłoby tutaj 2). Co więcej, każdy ułamek o mianowniku 7 ma okres sześciomiejscowy i to wybrany z ciągu

... 142857142857142857142 ...

(łatwo to stwierdzić przyglądając się dzieleniu 1 : 7). Z kolei każdy ułamek o mianowniku 3 ma okres jednomiejscowy — tym razem jest to zawsze (3) lub (6).

Powstaje pytanie: czy każdy ułamek nieskracalny postaci $\frac{p}{q}$ ma okres tej samej długości co $\frac{1}{q}$?

I drugie pytanie: jakie liczby mają rozwinięcie o okresie maksymalnej długości?

Czy umiecie wykryć odpowiednie twierdzenia?

$\frac{1}{7} = 1:7 = 0,142857142... = 0,(142857)$

ta sama reszta

$$\begin{array}{r} 1 \\ 7 \overline{) 1428571428571428} \\ \underline{7} \\ 14 \\ \underline{14} \\ 20 \\ \underline{14} \\ 60 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{35} \\ 50 \\ \underline{49} \\ 10 \\ \underline{7} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{14} \\ 6 \\ \underline{6} \\ \text{itd.} \end{array}$$

$\frac{1}{3} = 1:3 = 0,333... = 0,(3)$ $\frac{296}{3} = 296:3 = 98,66... = 98,(6)$

ta sama reszta

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3 \overline{) 9} \\ \underline{9} \\ \text{itd.} \end{array}$$

ta sama reszta

$$\begin{array}{r} 296 \\ 3 \overline{) 296666666666} \\ \underline{27} \\ 26 \\ \underline{24} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 2 \end{array}$$

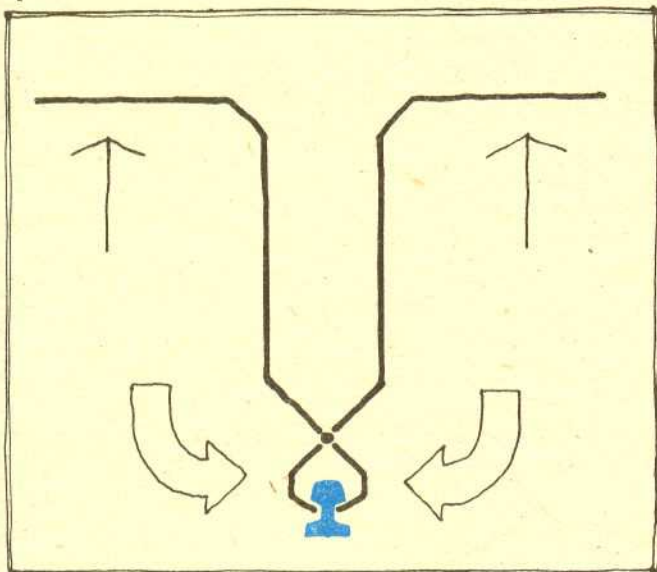
$\frac{121}{19} = 121:19 = 6,(368421052631578947)$

ta sama reszta

$$\begin{array}{r} 121 \\ 19 \overline{) 121421052631578947} \\ \underline{114} \\ 70 \\ \underline{57} \\ 130 \\ \underline{114} \\ 160 \\ \underline{152} \\ 80 \\ \underline{76} \\ 40 \\ \underline{38} \\ 20 \\ \underline{19} \\ 100 \\ \underline{95} \\ 50 \\ \underline{38} \\ 120 \\ \underline{114} \\ 60 \\ \underline{57} \\ 30 \\ \underline{19} \\ 110 \\ \underline{95} \\ 150 \\ \underline{133} \\ 170 \\ \underline{152} \\ 180 \\ \underline{171} \\ 90 \\ \underline{76} \\ 140 \\ \underline{133} \\ 90 \end{array}$$

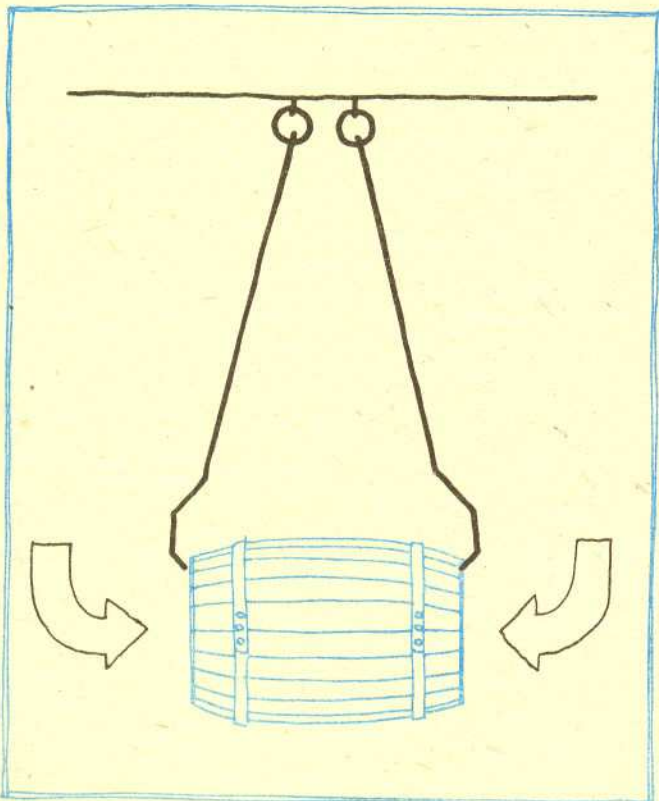
Ciążenie przeciw ciężnieniu

Gdy nie było jeszcze mechanizacji, szyny przenoszono za pomocą specjalnych obcęǳów. Konieczność użycia narzędzia brała się nie z chęci zmniejszenia potrzebnej do podniesienia siły, a z trudności w uchwyceniu szyn rękami.

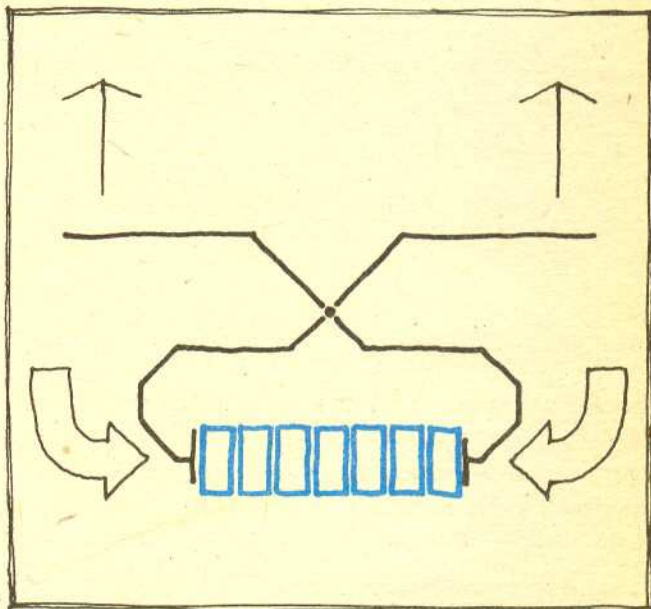


Zastosowane obcęǳi mają, jak łatwo zauważyć, tę własność, że im cięższa jest podnoszona szyna, tym mocniej się na niej zaciskają. Siła ciężkości wyrywająca szynę z obcęǳów pracuje przeciw sobie i uniemożliwia wyrwanie.

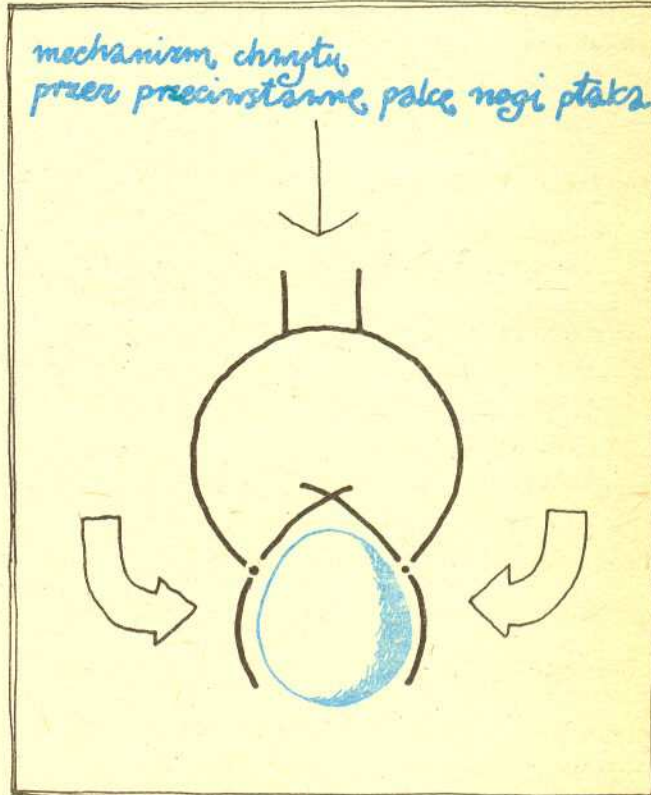
Pomysł nie był nowy. Już dawno podobny pomysł był wykorzystywany do wożenia beczek (np. z piwem) pod wozem za pomocą luźno zamocowanych haków.



W samym pomysle nie jest istotne, że oba wymienione urządzenia miały ząb czy hak. Takich samych prawie obcęǳów jak do szyn używano do przenoszenia cegieł w szczęśliwych czasach, gdy duże domy jeszcze z małych cegieł budowano. Każdy chyba umie uzasadnić, dlaczego cegły z narysowanego urządzenia nie wypadną.



Jeszcze dawniej Natura wyposażyła w podobne urządzenia ptaki. Chodziło mianowicie o to, by siedzący na gałęzi ptak nie musiał ani kontrolować siły uchwytu, ani zużywać na ten chwyt energii mięśni. By siedział na gałęzi „automatycznie”, nawet podczas snu. Jak widać, zadanie udało się świetnie rozwiązać.



Małą Deltę przygotował Marek KORDOS