

Dr Tomasz KWAST

Pozorne grupowanie się gwiazd w gromady moglibyśmy też widzieć w przypadku, gdyby równomiernie tło gwiazdowe było przesłonięte obłokami ciemnej materii. Oczywiście, że wtedy powstają „dziury” w tle gwiazdowym, ale obraz taki może ludzko przypominać zwyczajne zgrupowania gwiazd.



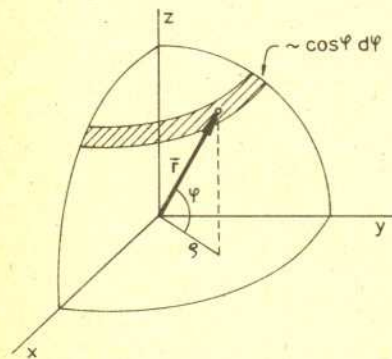
Rozwiązanie zadania M 548.
Ponieważ A_k spełnia również założenia twierdzenia, wystarczy wykazać, że $a_1 = 0$. Niech p_1, \dots, p_m będą kolejnymi początkowymi liczbami pierwszymi. Wtedy suma:

$$A_1 - \sum_{i \leq m} A_{p_i} + \sum_{i_1 < i_2 \leq m} A_{p_{i_1} p_{i_2}} - \dots \pm A_{p_1 \dots p_m}$$

jest równa zero, a z drugiej strony – zawiera dokładnie te wyrazy a_i , których wskaźnik i jest niepodzielny przez żadną z liczb p_1, \dots, p_m . W szczególności zawiera a_1 , a nie zawiera a_i dla $2 \leq i \leq p_m$. Dlatego

$$|a_1| \leq \sum_{i=p_m+1}^{\infty} |a_i| \quad (\text{dla każdego } m),$$

stad $a_1 = 0$, czego należało dowieść.



Rys. 1

Radziecki astronom Wiktor Ambarcumian badając w końcu lat czterdziestych rozkład gwiazd wczesnych typów widmowych zauważył, że są one rozmieszczone na niebie nierównomiernie. Ich rozrzut był wyraźnie większy niż wynikający z przypadku, nie dało się go też uzasadnić rozmieszczeniem obłoków ciemnej materii międzygwiazdowej. Te fakty oraz dalsze badania natury zgrupowań tych gwiazd typu O i B zmusiły do uznania, że są to zgrupowania realne. Nazwano je OB-asocjacjami.

Obecnie znamy około 70 OB-asocjacji. Wszystkie leżą w pobliżu płaszczyzny Galaktyki, a więc – na niebie – blisko równika galaktycznego. Jedyne niektóre najbliższe leżą poza Drogą Mleczną, co jest tylko efektem perspektywy. Najdalej od Drogi Mlecznej leży asocjacja Orion OB1, mianowicie między szerokościami galaktycznymi -10° i -25° . Jest ona rzeczywiście jedną z najbliższych, jej odległość wynosi 460 pc i ma największe rozmiary kątowe. W ogóle nie jest łatwo określić granice i rozmiary asocjacji, ponieważ tworzące ją gwiazdy są tam rozmieszczone dość luźno, na jej tle leżą gwiazdy bliższe, a poprzez nią widać gwiazdy dalsze. Dlatego oglądając niebo lub zdjęcie nieba nie da się na pierwszy rzut oka określić zarysu asocjacji – o przynależności do niej może świadczyć dopiero typ widmowy gwiazdy, jej odległość i ruch w przestrzeni (mniej więcej takie jak dla całej asocjacji). Za to często wyraźnie widać najgęstszą część centralną. Tak np. we wspomnianej asocjacji Orion OB1 w centrum są cztery gwiazdy tworzące charakterystyczny tzw. Trapez Oriona. Odległości między tymi gwiazdami są rzędu 0,5, a całość zanurzona jest w jasnej mgławicy M42, co razem stanowi wdzięczny obiekt do oglądania przez niewielkie nawet lunety.

Podobnie jest w innych asocjacjach, tzn. gwiazdy najjaśniejsze (najmasywniejsze) tworzą układy wielokrotne typu Trapezu lub tworzą łańcuszki – a są to wszystko układy dynamicznie nietrwałe. Okazuje się, że asocjacje w całości są obiektami nietrwałymi, a wiadomo to dzięki temu, że możemy oszacować całkowitą energię takiej grupy gwiazd. Jest to o tyle interesujące, że z obserwacji mamy bezpośrednio przecież tylko rzuty odległości gwiazd na płaszczyznę styczną do sfery niebieskiej (ze znanych odległości kątowych i odległości całej asocjacji) oraz rzuty prędkości na kierunek widzenia (z pomiaru dopplerowskiego przesunięcia widma). A energię – zarówno potencjalną, jak i kinetyczną – możemy oszacować dopiero, gdy znajdziemy średnie pełne odległości i pełne prędkości gwiazd w gromadzie. Jak się to robi?

Wyobraźmy sobie (rys. 1), że z początku układu współrzędnych odkładamy wektory \vec{r} reprezentujące położenia każdej gwiazdy względem wszystkich pozostałych w gromadzie. Do oszacowania energii potencjalnej gromady będzie potrzebna wartość średnia $\langle 1/r \rangle$, tymczasem patrząc (np. wzdłuż osi z) widzimy tylko rzuty wektorów \vec{r} na płaszczyznę xy . Na średnią odwrotność rzutu $\langle 1/\rho \rangle$ będą się składały przyczynki $1/(r \cos \phi)$ w ilości proporcjonalnej do pola tego fragmentu powierzchni sfery, ku któremu skierowane są odpowiednie wektory \vec{r} . Pole to (na rysunku zacieniowane) jest proporcjonalne do $\cos \phi d\phi$, zatem $\langle 1/\rho \rangle$ będzie średnią wartością $1/(r \cos \phi)$ „ważoną” funkcją $\cos \phi$:

$$\langle 1/\rho \rangle = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (r \cos \phi)^{-1} \cos \phi d\phi}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \phi d\phi} = \langle 1/r \rangle \frac{\pi}{2}.$$

Z kolei do oszacowania energii kinetycznej potrzebny będzie średni kwadrat prędkości jednej gwiazdy $\langle v^2 \rangle$ (w jej ruchu względem całej gromady), tymczasem możemy mierzyć tylko ich prędkości radialne, czyli rzuty prędkości na kierunek widzenia u . Analogiczne rozumowanie mówi nam, że $\langle u^2 \rangle$ będzie średnią



wartością $v^2 \sin^2 \phi$ „ważoną” funkcją $\cos \phi$:

$$\langle u^2 \rangle = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} v^2 \sin^2 \phi \cos \phi \, d\phi}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \phi \, d\phi} = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle.$$

Tu od razu ostrzegam, że jeżeli obliczy się (powiedzmy – dla wprawy) $\langle \rho \rangle$, a potem tego odwrotność, to wynik będzie inny. Również inny będzie wynik, gdy obliczy się $\langle u \rangle$, a potem podniesie do kwadratu, a to ponieważ średnia odwrotność to nie to samo co odwrotność średniej, albo też średni kwadrat to nie to samo co kwadrat średniej!

W każdym razie mamy sposób, by z wielkości obserwowalnych $\langle \rho^{-1} \rangle$ i $\langle u^2 \rangle$ znaleźć „prawdziwe” $\langle r^{-1} \rangle$ i $\langle v^2 \rangle$, a stąd całkowitą energię gromady gwiazd czy galaktyk:

$$E \approx -\frac{n(n-1)}{2} GM^2 \left\langle \frac{1}{r} \right\rangle + \frac{1}{2} Mn \langle v^2 \rangle,$$

gdzie M oznacza średnią masę gwiazdy (galaktyki), n ich liczbę, G stałą grawitacji.

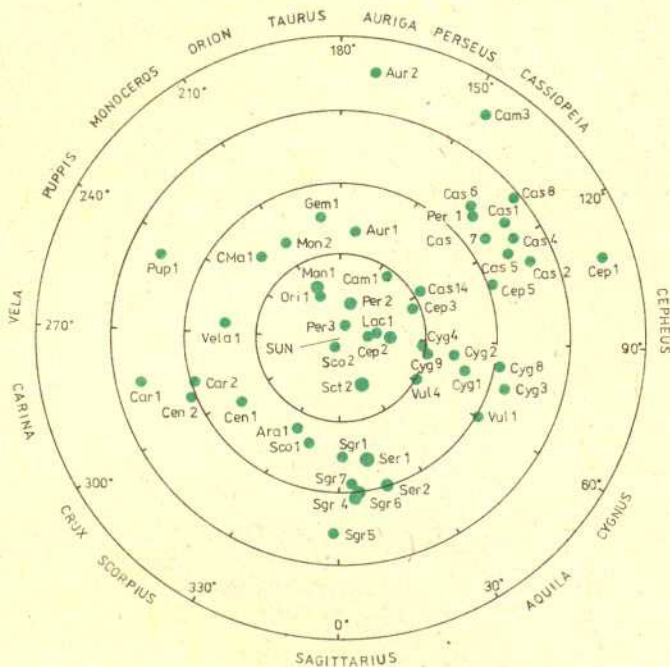
I tak właśnie okazało się, że asocjacje są nietrwale – ich całkowita energia jest bliska zeru lub dodatnia. Wobec tego muszą to być obiekty krótko żyjące i młode, albo po prostu asocjacje to zgrupowania dopiero co uformowanych gwiazd. Poza nietrwałością dynamiczną asocjacji przemawia za tym sama fizyczna natura gwiazd (masywne gwiazdy nie mogą zbyt długo świecić z taką mocą) oraz często tam spotykana materia rozproszona (będąca resztkami mgławicy, z której asocjacja powstała).

A więc gwiazdy rodzą się w płaszczyźnie Galaktyki. Ale dokładniej – gdzie? Na to pytanie dostajemy odpowiedź odtworzywszy przestrzenny rozkład asocjacji. Praktycznie wszystkie leżą w odległościach zbyt wielkich dla metody paralaksy rocznej. Odległości ich wyznacza się fotometrycznie: znając widmo gwiazdy określamy jej jasność absolutną M , z obserwacji mamy jasność widomą m , zatem porównując te dwie wartości wyznaczamy odległość r ze związku

$$m - M = 5 \log r - 5,$$

gdzie r jest tu liczone w parsekach. Jest to metoda wprawdzie mniej dokładna niż metoda paralaks rocznych, wystarczająco jednak dokładna, by wyciągnąć całkiem konkretne wnioski. Asocjacje najwyraźniej układają się wzdłuż ramion spiralnych Galaktyki (rys. 2). Obecnie znamy już chyba ogólny obraz Galaktyki i innych galaktyk spiralnych. Ramiona tych galaktyk to „fale” o podwyższonej gęstości materii, zbudowane z coraz to innych obiektów. Gwiazdy i obłoki materii doganiają ramiona, biegnące na rysunku 2 od lewej. W wyniku zderzeń z już obecną tam materią następuje zgęszczanie się obłoków, co prowadzi do powstawania asocjacji nowych gwiazd. Na rysunku wyraźnie widać dwa ramiona spiralne (jedno u dołu, drugie biegnące przez środek rysunku i w tym ramieniu jest Słońce) i ewentualnie słabiej zaznaczone trzecie u góry.

Asocjacje rozpraszają się w ciągu kilku milionów lat (a jest to w skali życia Galaktyki niewiele – pamiętajmy, że jeden obieg Słońca wokół jej centrum trwa około 250 mln lat) i w ten sposób ich gwiazdy stają się samodzielnymi członkami Galaktyki.



Rys. 2. Rozkład OB-asocjacji w płaszczyźnie Galaktyki. W środku rysunku jest Słońce, a okręgi wyznaczają odległości od niego co 1 kpc. Centrum Galaktyki znajduje się w długości galaktycznej 0° o około 10 kpc od Słońca. Rotacja Galaktyki na tym rysunku odbywałaby się w kierunku ruchu wskazówek zegara.