Szybciej niż światło?

Stanisław MRÓWCZYŃSKI

Fundamentem, na którym zbudowana jest szczególna teoria względności, jest postulat o niezmienniczości prędkości światła, tzn. przyjmuje się, że wartość prędkości światła, oznaczana tradycyjnie literą c, jest taka sama we wszystkich układach odniesienia. Pojawia się naturalne pytanie: czy mogą istnieć obiekty zwane tachionami (od greckiego $\tau\alpha\chi\upsilon\varsigma$ – szybki) poruszające się szybciej niż światło? Większość fizyków uważa, że nie mogą i dlatego przyjmują, iż prędkość światła jest nie tylko prędkością niezmienniczą, ale i maksymalną. Są też jednak tacy, jak autor tego artykułu, którzy sądzą, że istnienia tachionów wykluczyć całkowicie nie można.

Prześledźmy argumenty przeciw tachionom.

Argument 1. Prędkość światła ma wartość skończoną (około 300 000 km/s). Można jednak posługiwać się do opisu ruchu zmienną inną niż prędkość, np. zmienną y, po angielsku zwaną *rapidity*, a przez niektórych po polsku *chyżością* lub *pośpiesznością*, która z prędkością v wiąże się w sposób następujący

(1) $$y = \frac{1}{2}\ln\frac{c+v}{c-v}\,.$$

Pośpieszność światła jest nieskończona i pytanie, czy mogą istnieć obiekty o większej pośpieszności, pozbawione jest sensu. Zmienna określona równaniem (1) ma istotnie kilka zalet. Jeśli prędkość jest mała w porównaniu z prędkością światła, wówczas $v \approx yc$. Składanie pośpieszności odbywa się jak składanie nierelatywistycznych prędkości, co zwykle bardzo upraszcza rozważania. Jednak stosowanie zmiennej (1) w niczym nie rozwiązuje problemu istnienia tachionów, jedynie pytanie należy postawić inaczej. A mianowicie: czy istnieją obiekty, których pośpieszność jest zespolona?

Argument 2. Jak wiadomo, energia i pęd cząstki o masie m poruszającej się z prędkością v wyrażają się następującymi wzorami

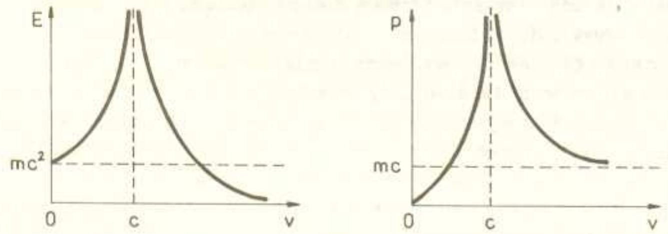
(2) $$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\,, \quad p = \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\,,$$

z których wynika, że nie można przyśpieszyć cząstki do prędkości większej niż c, gdyż wymagałoby to przejścia przez nieskończenie wysoką barierę energii przy v=c. Niektórzy wyciągają z tego wniosek, że tachiony istnieć nie mogą. Przypomina to jednak rozumowanie pewnego staroindyjskiego mędrca, który uważał, że nikt nie żyje na północ od Himalajów, gdyż człowiek nie zdoła przejść przez tak wielkie góry. Mędrzec nie zauważył, że ludy zamieszkujące Azję Środkową bynajmniej nie musiały się przeprawiać przez Himalaje. Podobnie może się mieć rzecz z tachionami. Być może one istnieją, lecz zawsze poruszają się z prędkościami większymi niż c, a zatem są za barierą prędkości światła. Zauważmy, że podobną sytuację mamy z fotonami, które zawsze poruszają się z prędkością c i spowolnić ich nie sposób.

Łatwo można sobie wyobrazić, jak zmodyfikować wzory (2), by opisywały energię i pęd tachionu, tzn. gdy v>c. A mianowicie

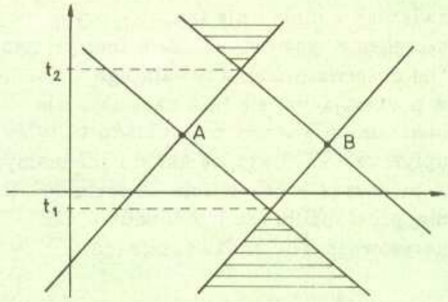
(3) $$E = \frac{mc^2}{\sqrt{v^2/c^2-1}}\,, \quad p = \frac{mv}{\sqrt{v^2/c^2-1}}\,.$$

Rysunek przedstawia zależność energii i pędu od prędkości.



Rys. 1

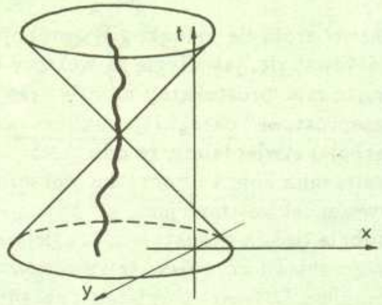
Istotnie – wykres ruchu z prędkościami mniejszymi od prędkości światła ma zawsze styczne spośród fizycznie dozwolonych prostych – nigdy więc poza stożek przeszłość-przyszłość nie wyjdzie.



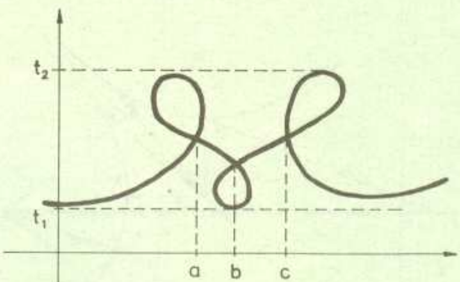
Jeśli punkty A i B spotkały się kiedyś, było to nie później niż w chwili t_1; jeśli się kiedyś spotkają, będzie to nie wcześniej niż w chwili t_2.

I to niezależnie od tego, czy będziemy się interesować tym, co jest wyżej (czyli w przyszłości układu znajdującego się w naszym punkcie), czy też tym, co niżej (czyli w przeszłości).

W czasoprostej stożek przeszłość-przyszłość to kąt, ale nazwa została wzięta z czasoprzestrzeni – tam rzeczywiście jest to zwyczajny stożek.

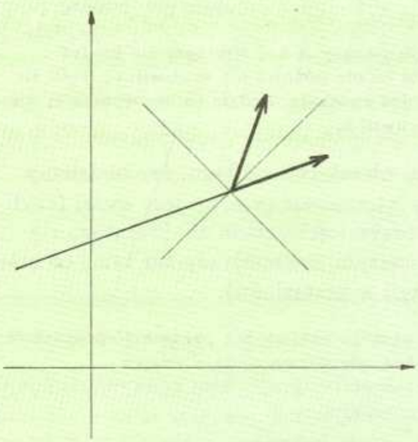


Od razu widać, że znakomita większość krzywych z fizycznego punktu widzenia nie ma sensu (większość w tym znaczeniu, że losując z rodziny krzywych jedną zazwyczaj trafimy na taką bez sensu).

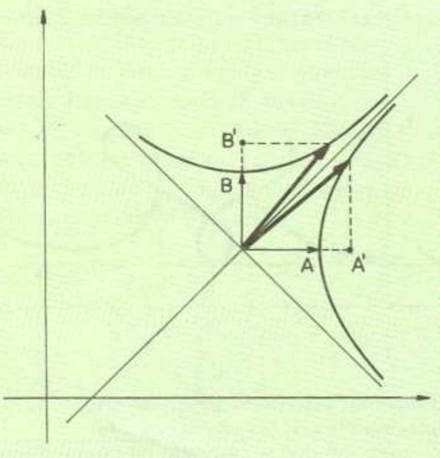


„Fizyczna" interpretacja tej historii: opisywany punkt od chwili t_1 do t_2 równocześnie był w czterech, a czasem w trzech miejscach, przy czym w a, b i c spotkał się sam ze sobą; poruszał się przy tym w czasie zarówno w przód, jak i w tył.

Mówiąc o interpretacji fizycznej czasoprostej nie sposób pominąć sprawy zmiany układu współrzędnych (stosowne wzory w innych artykułach w tym numerze). Chodzi mianowicie o to, jak będzie wyglądał układ współrzędnych związany z innym niż ten, w którym zaczęliśmy rysować, układem inercjalnym. Dla obserwatora spoczywającego w poruszającym się (dla nas) układzie inercjalnym historia tego układu to tylko upływ czasu. Drugą oś układu już mamy. A pierwsza? – oczywiście – będzie do niej prostopadła (co już wiadomo, jak narysować). Nic nadzwyczajnego.



Ciekawie zrobi się jednak, gdy spróbujemy zorientować się, jak długie są wektory osi. Rysując rzut prostokątny na osie oraz „czasoprostowe" okręgi (tj. euklidesowe hiperbole) stwierdzimy, że odległość przestrzenna końca i początku wektora pierwszej osi jest mniejsza, niż była. Podobnie będzie z wektorem drugiej osi nowego układu. Zjawiska te zwane są skróceniem Lorentza i dylatacją czasu; stanowią one wdzięczny obiekt układania przez fizyków różnych zaskakujących zadań.



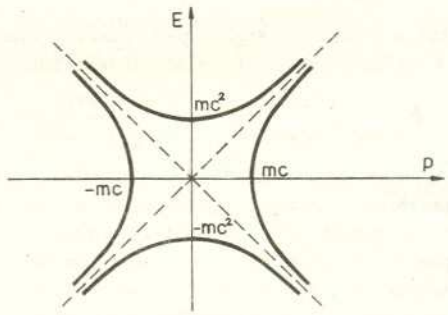
AA' to skrócenie Lorentza, *BB'* – dylatacja czasu.

Dla porównania przedstwiliśmy również odpowiednie zależności dla bradionów (od greckiego $\beta\rho\alpha\delta\upsilon\varsigma$ – powolny) – tak nazwano obiekty wolniejsze niż światło. Widzimy, że tachion ma minimalną, zerową energię, gdy porusza się z nieskończoną prędkością, pęd jest równy wówczas mc. Gdy prędkość tachionu zbliża się do prędkości światła, energia i pęd dążą do nieskończoności.

Mamy więc tutaj sytuację analogiczną do tej z bradionami, z tym że energię należy zamienić z pędem, prędkość zerową zaś z prędkością nieskończoną. Zauważmy również, że gdy prędkość tachionu jest dużo większa niż c, możemy wyrażenia (3) przybliżyć, podobnie jak przybliżamy wzory (2) w granicy nierelatywistycznej, tzn. gdy $v \ll c$. W obu przypadkach odpowiada to sytuacji małych energii, tzn. $\frac{E}{c^2} - m \ll m$.

Kwadrat czterowektora pędu, określany jako $E^2 - p^2c^2$, równy jest dla bradionu m^2c^4. W przypadku tachionów natomiast $E^2 - p^2c^2 = -m^2c^4$. Można więc mówić, że tachion to cząstka o urojonej masie. Nie prowadzi to jednak do żadnych paradoksów. Masa odpowiada energii w układzie, gdzie cząstka spoczywa. Nie możemy jednak przejść do takiego układu odniesienia, ponieważ musielibyśmy przejść wspomnianą barierę prędkości światła. Łatwo natomiast wykazać, że cząstka będąca tachionem w układzie, w którym na przykład Ty, Czytelniku, spoczywasz, jest bradionem dla hipotetycznego obserwatora, który poruszałby się względem Ciebie z prędkością większą niż c.

Transformacja Lorentza, która wiąże energię i pęd danej cząstki w różnych inercjalnych układach odniesienia (poruszających się względem siebie z prędkością nie większą niż c), zachowuje wspomniany powyżej kwadrat czteropędu. Oznacza to, że przy przechodzeniu od jednego do drugiego układu odniesienia punkt (E, p) będzie przesuwał się wzdłuż hiperboli wyznaczonej równaniem $E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$ dla bradionu i $E^2 - p^2c^2 = -m^2c^4$ dla tachionu. Hiperbole takie zaznaczono na rysunku.

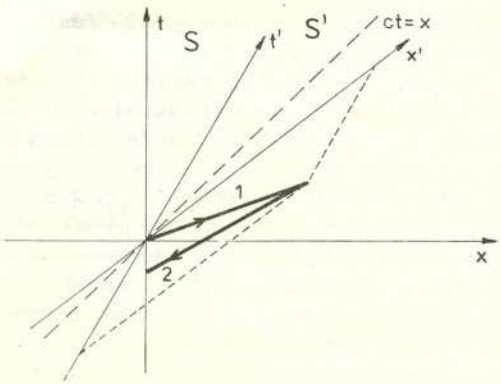


Rys. 2

Jak widać, bradion mający dodatnią energię w jednym układzie odniesienia, ma dodatnią energię we wszystkich innych układach. W przypadku tachionów natomiast znak energii może być różny w różnych układach odniesienia. Ponieważ cząstki o ujemnej energii odpowiadają antycząstkom, dwaj obserwatorzy o odpowiednio dobranej prędkości względnej postrzegaliby ten sam tachion, jeden jako cząstkę, drugi zaś jako antycząstkę. W przypadku bradionów taka możliwość nie istnieje. Przedstawioną własność tachionów wykorzystamy przy analizowaniu najpoważniejszego argumentu przeciw istnieniu tachionów, tzw. paradoksu przyczynowego.

Argument 3. Rozważmy dwa poruszające się względem siebie układy odniesienia S i S' oraz dwóch obserwatorów związanych z tymi układami. Obserwator z układu S wysyła tachion do obserwatora z S'. Ten po odebraniu go wysyła drugi tachion do obserwatora w S. Można tak dobrać prędkości tachionów i względną prędkość układów (tę ostatnią mniejszą niż c), że drugi tachion przybędzie do obserwatora w S, zanim pierwszy tachion został wyemitowany. Przedstawioną sytuację, określaną jako paradoks przyczynowy, ilustruje rysunek 3, gdzie (t, x) i (t', x') oznaczają współrzędne czasowe i przestrzenne, odpowiednio w S i S'. Przyczynę nachylenia osi układu S' (obserwowanego z układu S) wyjaśnia artykuł *Geometria czasoprzestrzemi*.

Źródłem paradoksu jest to, że tachion poruszający się do przodu w czasie w jednym układzie odniesienia (tutaj w układzie, w którym został wysłany) może poruszać się do tyłu w czasie w innym układzie odniesienia (w naszym przypadku w układzie, gdzie jest odbierany).

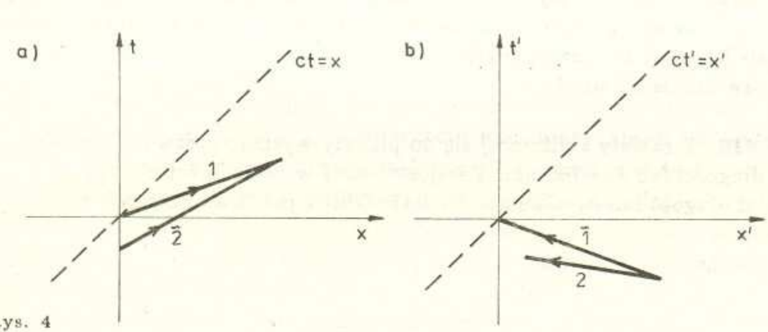


Rys. 3

Istnienie opisanego paradoksu sformułowanego już w 1917 roku, naruszającego zasadę przyczynowości stwierdzającą, że przyczyna zawsze poprzedza skutek, spowodowało brak zainteresowania tachionami aż do lat sześćdziesiątych, kiedy zaproponowano rozwiązanie paradoksu. W owym czasie zresztą pojawił się dopiero termin tachion.

Rozwiązanie paradoksu opiera się na obserwacji, że tachion poruszający się do tyłu w czasie niesie ujemną energię. Dzieje się tak dlatego, że czterowektor położenia (t, x) transformuje się tak samo jak wspomniany powyżej czterowektor pędu (E, p). W związku z tym zaproponowano przyjęcie następującego postulatu, zwanego postulatem reinterpretacji: Tachion z ujemną energią poruszający się do tyłu w czasie jest antytachionem poruszającym się do przodu w czasie.

Zastosujmy teraz postulat reinterpretacji do rozwiązania paradoksu przyczynowego. Jak wynika z rysunku 3, dla każdego z obserwatorów jeden tachion porusza się do przodu w czasie, drugi zaś do tyłu. Jeśli przyjąć postulat reinterpretacji, to każdy z obserwatorów będzie widział w swoim układzie odniesienia tachion i antytachion, oba poruszające się do przodu w czasie, jak to pokazują rysunki 4a i 4b, gdzie falką zaznaczono reinterpretowany tachion.



Rys. 4

Każdy z obserwatorów będzie uważał, że to on wysłał oba tachiony. Ponieważ w żadnym z układów nie ma związków przyczynowych między aktami emisji tachionu i antytachionu, zasada przyczynowości nie jest złamana.

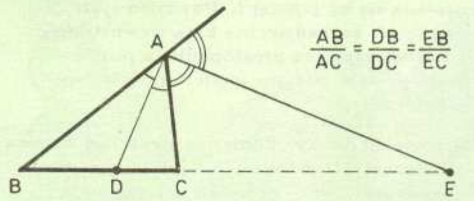
Cena za rozwiązanie paradoksu jest wysoka. Co jest przyczyną, a co skutkiem można określić jedynie w danym układzie odniesienia. To, co nazywamy przyczyną w jednym układzie odniesienia, może być skutkiem w innym. Zasada przyczynowości traci swój absolutny charakter, lecz stosowana musi być różnie w różnych układach odniesienia. Nie jest to jednak nieszczęście. Jak wiemy, teoria względności usunęła z fizyki absolutny czas i absolutną przestrzeń, więc i relatywizacja pojęć przyczyny i skutku wydaje się być w duchu teorii względności. Niestety, pojawia się poważniejszy problem, tzw. paradoks wolnej woli. Rzecz w tym, że zastosowanie postulatu reinterpretacji do rozwiązania paradoksu

Wróćmy jednak do geometrii. Zapytajmy o najoszczędniejszy układ pojęć, za pomocą którego można by taką geometrię uprawiać.

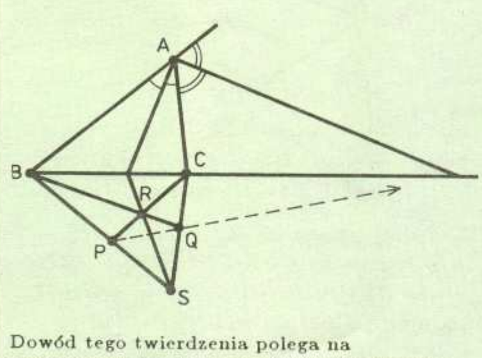
Pytania tego rodzaju wchodzą w skład mało od pewnego czasu modnej gałęzi matematyki – podstaw geometrii. Tutaj piszę na ten temat, bo uzyskany rezultat ma – w kontekście fizyki – głębszy sens.

Okazuje się, że układ taki tworzą współliniowość punktów i przynależność pary punktów do jednej prostej izotropowej. Aby się o tym przekonać, wystarczy stwierdzić, że za ich pomocą można opisać przystawanie odcinków. A można. Jest to jednak dość trudne zadanie... z geometrii euklidesowej. Niżej drobniejszą czcionką podany jest schemat dowodu z informacjami, jak każdy z Czytelników mógłby go uzupełnić. Tym, którzy nie mają ochoty na takie figle, proponuję ten fragment opuścić.

Najpierw przypomnienie twierdzenia o dwusiecznych:
Dwusieczna kąta wewnętrznego (zewnętrznego) trójkąta dzieli wewnętrznie (zewnętrznie) przeciwległy bok na części proporcjonalne do przyległych do nich boków trójkąta.

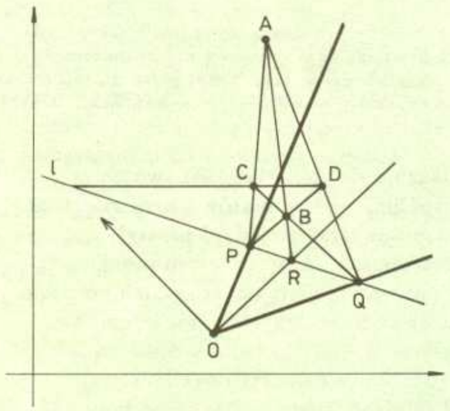


Twierdzenie to wchodzi w skład obowiązującego w klasach matematyczno-fizycznych liceum programu nauczania. Następne twierdzenie już takie nie jest.
Jakkolwiek dobierzemy do trójkąta ABC punkty P, Q, R, S spełniające warunki
– proste PS i QR przechodzą przez B,
– proste PR i QS przechodzą przez C,
– prosta RS przechodzi przez punkt przecięcia dwusiecznej kąta BAC z bokiem BC,
to prosta PQ przejdzie przez punkt przecięcia dwusiecznej kąta zewnętrznego trojkąta ABC przy wierzchołku A z prostą BC.



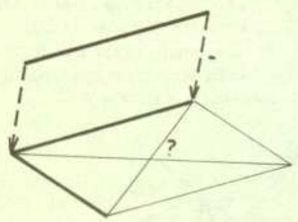
Dowód tego twierdzenia polega na zastosowaniu do trójkąta BSC twierdzenia Cevy, twierdzenia Menelaosa i podanego wyżej twierdzenia o dwusiecznych.

Teraz możemy bez trudu podanymi wyżej środkami rozpoznawać na czasoprostej jej kąty proste.



Przecinamy oba ramiona weryfikowanego kąta i jedną z prostych izotropowych wychodzących z jego wierzchołka O prostą l otrzymując punkty P, Q i R. Następnie obieramy poza prostą l dowolny punkt A i łączymy go z P, Q i R. Na odcinku AR obieramy punkt B i łączymy go prostymi z Q i P. Oznaczmy przecięcie BQ z AP przez C i BP z AQ przez D. Czytelnik bez trudu z podanych wyżej twierdzeń wyprowadzi fakt, że badany kąt jest prosty wtedy i tylko wtedy, gdy prosta CD i drugie ramię kąta przetną się na prostej l. Powinien tylko pamiętać, że dwusieczne kąta wewnętrznego i zewnętrznego są prostopadłe, a proste izotropowe w naszym modelu również są prostopadłe.

A oto ciąg dalszy. Ponieważ struktura liniowa czasoprostej jest taka sama jak płaszczyzny euklidesowej, więc pojęcia równoległobok, przesunięcie czy środek odcinka są na nich jednakowe. Aby sprawdzić, czy dane odcinki są w sensie czasoprostej tej samej długości, wystarczy przesunąć jeden z nich tak, by miały wspólny koniec, uzupełnić je do równoległoboku i przekonać się, czy jest rombem, czyli czy ma prostopadłe (w sensie czasoprostej) przekątne – a to już umiemy.



Podany dowód przenosi się praktycznie bez zmian na czasoprzestrzeń dowolnego wymiaru. Ale jaki jest z niego pożytek?

Zwróćmy uwagę, że oba pojęcia wystarczające do opisania czasoprzestrzeni mają sens fizyczny. Punkty współliniowe to punkty należące do historii jednego układu inercjalnego. Punkty należące do prostej izotropowej to punkty z historii jednego promienia światła.

przyczynowego, ilustrowanego rysunkami 3 i 4, prowadzi do sytuacji, w której wysłanie antytachionów przez obu obserwatorów staje się aktem niezależnym od ich woli. Pozostaje kwestią indywidualnego poczucia zdrowego rozsądku, czy taka sytuacja jest do zaakceptowania, czy nie.

Postulat reinterpretacji przywrócił zainteresowanie tachionami. Wykonano nawet kilka eksperymentów, w których próbowano je zarejestrować. Niestety, bez skutku. Nie udało się również skonstruować chociażby modelu poprawnego formalnie, który opisywałby oddziaływanie tachionów z bradionami, a więc z materią nas otaczającą. A może tachiony z taką materią po prostu nie oddziałują. Wówczas i paradoks przyczynowy nie zachodzi, tachiony zaś są absolutnie niewykrywalne, choć można by myśleć, że istnieje jakiś tachionowy wszechświat. Jeśli jednak coś jest absolutnie niewykrywalne, przestaje być obiektem zainteresowania fizyki, która swe teorie konfrontuje z obserwacjami. Tak czy inaczej, zajmowanie się tachionami nie jest pozbawione sensu, gdyż rozwija wyobraźnię, tak potrzebną przy studiowaniu teorii względności.

Zadania

Redaguje Jarosław KULPA

F 312. W szklanej płytce poruszającej się z relatywistyczną prędkością v biegnie światło z prędkością u zgodnie z kierunkiem ruchu płytki. Oblicz współczynnik załamania płytki.
Rozwiązanie na str. 12

F 313. Z rakiety zbliżającej się do planety wysłano czerwony sygnał o długości fali $\lambda_0=760$ nm. Zarejestrowany w rakiecie odbity sygnał miał długość fali $\lambda_1=380$ nm (fiolet). Oblicz prędkość rakiety względem planety.
Rozwiązanie na str. 12

F 314. Oblicz, o jaką wielokrotność k masy Ziemi zmniejszyła się masa Słońca w trakcie jego istnienia, tj. przez czas około 6 mld lat. Załóż, że temperatura powierzchni Słońca równa $T\approx6000$ K nie uległa zasadniczym zmianom. (Masa Ziemi jest równa $m=6\cdot10^{24}$ kg, a promień Słońca $R=6,95\cdot10^{8}$ m.)
Rozwiązanie na str. 12

F 315. Neutralna cząstka rozpada się na dwa kwanty γ biegnące pod katem 120° względem siebie i mające jednakowe częstości. Oblicz prędkość rozpadającej się cząstki.
Rozwiązanie na str. 13

F 316. Oblicz minimalną energię (zw. progową) fotonu, który może wywołać produkcję pary e^+e^- na spoczywającym elektronie.
Rozwiązanie na str. 13