

Kontynuując tę procedurę obliczania otrzymamy w końcu

$$a_{2^{n+1}} = \sqrt{2 - \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}}_{n \text{ dwójek}}}$$

skąd

$$\text{obwód } W_{2^{n+1}} = 2^{n+1} \sqrt{2 - \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}}_{n \text{ dwójek}}} \rightarrow 2\pi.$$

I ostatecznie dzieląc przez 2 mamy

$$2^n \sqrt{2 - \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}}_{n \text{ dwójek}}} \rightarrow \pi.$$

Zauważmy ponadto, że jeżeli  $|BC| = a_{2^{n+1}}$ , to

$$|AC| = \sqrt{4 - a_{2^{n+1}}^2} = \sqrt{2 + \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}}_{n \text{ dwójek}}}$$

Ponieważ  $a_{2^{n+1}}$  jest bardzo małe przy bardzo dużym  $n$ , więc  $|AC|$  jest bardzo bliskie 2, czyli

$$\sqrt{2 + \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}}_{n \text{ dwójek}}} \rightarrow 2,$$

co często symbolicznie zapisuje się w postaci

$$\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}} = 2.$$

Opracował Piotr HAJŁASZ

## Zadania

Redaguje Paweł STRZELECKI

**M 634.** Wielomian  $P(x) = x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + 1$  o nieujemnych współczynnikach  $a_i$  ma  $n$  pierwiastków rzeczywistych. Wykazać, że wtedy  $P(k) \geq (k+1)^n$  dla dowolnej liczby naturalnej  $k$ .

Rozwiązanie na str. 11

**M 635.** Gracz  $A$  rzuca symetryczną monetę  $n+1$  razy, gracz  $B$  zaś  $n$  razy. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że  $A$  uzyska więcej orłów niż  $B$ ?

Rozwiązanie na str. 11

**M 636.** Udowodnić, że jeśli liczby naturalne  $a, b, c, n$  ( $n \geq 2$ ) spełniają równanie  $a^n + b^n = c^n$ , to  $\min(a, b) > n$ .

Rozwiązanie na str. 11

Redaguje Jarosław KULPA

**F 335.** Ciężarek zawieszono na sprężynie o znanym współczynniku sprężystości. Na podstawie analizy ruchu harmonicznego, zakładając nieważkość sprężyny, wyznaczono masę ciężarka. Po zważeniu ciężarka okazało się, że jego masa jest mniejsza o  $\Delta m$ . Oceń, jaka była masa sprężyny?

Rozwiązanie na str. 10

**F 336.** Jaka temperatura ustaliłaby się na powierzchni Ziemi, gdyby nagle zgasło Słońce? Gradient temperatury w głąb Ziemi wynosi  $25^\circ\text{C}$  na 1 km, a współczynnik średniego przewodnictwa cieplnego zewnętrznych warstw Ziemi wynosi  $\lambda \approx 10 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ .

Rozwiązanie na str. 10

Następne pokolenia fizyków rozwijały i udoskonalały mechanikę Newtona. Jak powiedzieliśmy, *Zasady* były dziełem pisanim w języku geometrii, nie ma więc w nich np. tego, co dziś nazywamy równaniami Newtona. Drugie prawo dynamiki Newtona w postaci różniczkowej podał po raz pierwszy Jacob Herman w 1716 r. Leonhard Euler zrobił poważny krok w kierunku przedstawienia fizyki Newtona w języku matematycznym Kartezjusza i Leibniza. Gdy Joseph Louis de Lagrange opracował swą mechanikę analityczną, mógł już z dumą oświadczyć w przedmowie: „W tej książce nie ma w ogóle rysunków. Metody, jakie tu przedstawiam, nie wymagają ani konstrukcji, ani rozważań geometrycznych ...”

Newton dokonał ogromnego dzieła. Oczywiście, wykorzystywał to, co przed nim znaleźli Galileusz, Kartezjusz, Kepler, Hooke i Huygens, choć nie zawsze to przyznawał. Nawet Newton, gdyby urodził się kilkadziesiąt lat wcześniej, nie zdołałby chyba sam zbudować swego systemu. Ale Newton nie zapożyczał po prostu od swoich poprzedników, lecz ich odkrycia i pomysły twórczo przetworzył i połączył w jedną spójną całość. Stał na ramionach gigantów, jednak przewyższył ich ogromem swego intelektu. Lagrange wyraził się o Newtonie, że był najszcześniejszym z ludzi, gdyż istnieje tylko jeden świat i tylko jeden człowiek mógł ustalić prawa nim rządzące.

Gdy Newton zmarł 20 III 1727 roku, wyprawiono mu wspaniały pogrzeb z udziałem Lorda Kanclerza, wielu książąt i hrabiów. Pochowano go w katedrze Westminster, a długie epitafium na wspaniałym grobowcu kończy się słowami: *Sibi gratulentur mortales, tale tantumque exstisisse humani generis decus* – Niech się radują śmiertelni, że istniała taka ozdoba rodzaju ludzkiego.

Są to fragmenty większego artykułu zamieszczonego w *Postępkach Fizyki*, 1987, tom 38, zeszyt 4, str. 315-343.