

Ferromagnetyki i zjawiska magnetomechaniczne

Jarosław KULPA



Rozwiązanie zadania M 688.

Przypuśćmy, że $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{n_i} = \frac{p}{q}$ ($p, q \in \mathbb{N}$).

Wtedy

$$pn_1n_2 \dots n_{k-1} = \sum_{i=1}^{k-1} \frac{n_1 \dots n_{k-1} q}{n_i} + \sum_{i=k}^{\infty} \frac{n_1 \dots n_{k-1} q}{n_i}$$

Oczywiście $pn_1n_2 \dots n_{k-1}$ oraz skończona suma po prawej stronie są liczbami naturalnymi. Jeśli dobierzemy k tak, aby dla $i \geq k$ zachodziła nierówność $\frac{1}{n_i} > 3q$,

to łatwo zauważyć, że suma $\sum_{i=k}^{\infty} \frac{n_1 \dots n_{k-1} q}{n_i}$ jest mniejsza od

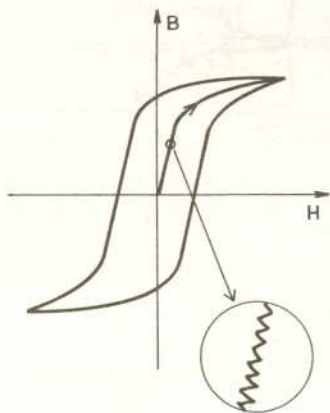
$$\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{n_k} + \frac{1}{n_k n_{k+1}} + \frac{1}{n_k n_{k+1} n_{k+2}} + \dots \right) < 1,$$

a to jest sprzeczność.

W numerze *Delty* 4/1992 w kąciku zadań fizycznych pojawił się problem z magnesem zawieszonym na cienkiej nitce i ogrzanym powyżej temperatury Curie. Dla wielu osób fakt, że magnes może zacząć się obracać po ogrzaniu, był zaskakujący. Stąd też zrodził się pomysł opisanego na łamach *Delty* zjawisk związanych z ferromagnetyzmem.

Mianem *ferromagnetyki* określamy substancje, które jesteśmy w stanie namagnesować. Ferromagnetyzm występuje tylko do pewnej temperatury nazywanej temperaturą Curie. Spośród pierwiastków ferromagnetykami są: żelazo Fe (770°C), nikiel Ni (1331°C), kobalt Co (358°C), gadolin Gd (20°C), terb Tb (-50°C), dysproz Dy (-186°C), holm Ho (-253°C), erb Er (-253°C) i tul Tm (-235°C). Ze względu na niskie temperatury Curie (wyżej podane w nawiasach) metale ziem rzadkich nie mają znaczenia jako ferromagnetyki. Warto wspomnieć, że istnieje cały szereg związków chemicznych wykazujących własności ferromagnetyczne, niekoniecznie zawierających powyższe pierwiastki, jak na przykład MnBi.

Człowiek wykorzystuje żelazo przeszło trzy tysiące lat. Ponoć już Tales zauważył, że niektóre gatunki żelaza przyciągają opilki żelazne, lecz dopiero kiedy w XII wieku pojawił się kompas, magnetyzm wzbudził większe zainteresowanie. W XIX wieku gruntownie poznano prawa elektryczności i magnetyzmu, czego ukoronowaniem były równania Maxwella. Wydawało się, że narzędzia poznania zostały skompletowane i samo wnikięcie w tajemnice, jakie kryje świat, będzie tylko kwestią czasu. Na początku naszego wieku zaczął kształtować się obraz struktury atomu. Stwierdzono, że atom może wytwarzać własne pole magnetyczne. Aby wyjaśnić magnetyzowanie się ciał ferromagnetycznych, P. Weiss w 1907 roku założył, że na małych obszarach, rzędu 10^{-6} m (nazwanych domenami), momenty magnetyczne atomów ustawione są w tym samym kierunku. W przypadku nieobecności zewnętrznego pola magnetycznego domeny ustawione są w sposób na ogół chaotyczny. Przyłożenie zewnętrznego pola sprawia, że domeny stopniowo porządkują się ustawiając się wzdłuż linii pola. Po usunięciu zewnętrznego pola nie wszystkie domeny powracają do stanu chaosu i otrzymujemy stan namagnesowania. W rzeczywistości, w przypadku słabych zewnętrznych pól, w domenach, w których kierunek pola magnetycznego najbardziej odpowiada zewnętrznemu polu, następuje ruch ścian domen, a dopiero przy silnych polach następują obroty momentów magnetycznych domen.



Pętla histerezy i efekt Barkhausena.

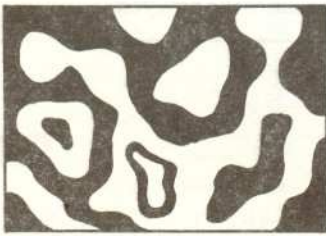
Jeżeli na ciało ferromagnetyczne umieszczone w rosnącym polu magnetycznym nałożymy cewkę podłączoną poprzez wzmacniacz do głośnika, to usłyszymy trzaski, za które odpowiedzialne są skokowe obroty domen. Na wykresie namagnesowania jako funkcje zewnętrznego pola magnetycznego otrzymujemy linię schodkową zamiast ciągłej. Takie rezultaty otrzymał H. Barkhausen w 1919 roku i było to pierwsze potwierdzenie istnienia domen. Z wielkości schodka można było oszacować rozmiary domen. W końcu lat trzydziestych zaczęto rozwijać techniki umożliwiające bezpośrednie ujście domen, na przykład za pomocą metody proszkowej. Specjalny proszek magnetyczny osadza się na granicach domen na powierzchni wypolerowanego ferromagnetyka. Granice domen można zobaczyć za pomocą mikroskopu o powiększeniu co najmniej 200 razy.

Przyjrzyjmy się obecnie bliżej atomom. Elektron krążąc wokół jądra atomu wytwarza pole magnetyczne, z którym związany jest orbitalny moment magnetyczny. Ponieważ ładunek elektronu jest ujemny, więc wektor momentu magnetycznego jest skierowany przeciwnie do wektora orbitalnego momentu pędu elektronu. Stosunek długości tych dwóch wektorów nazywany jest

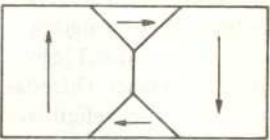
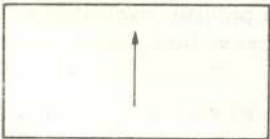


Rozwiązanie zadania M 639.

W rozkładzie liczby a_k na czynniki pierwsze znajdzie się liczba pierwsza p występująca z wykładnikiem większym niż suma wszystkich wykładników, z którymi p występuje w rozkładach pozostałych a_i na czynniki pierwsze (gdyby tak nie było, to a_k dzieliłoby $a_1 \dots a_{k-1} a_{k+1} \dots a_m$). Zatem dla dowolnego k możemy znaleźć liczbę pierwszą p , która występuje w rozkładzie a_k na czynniki pierwsze z wykładnikiem większym niż w rozkładzie innych a_i . Nazwijmy taką liczbę przedstawicielem a_k . Łatwo zauważyć, że różne liczby a_k mają różnych przedstawicieli, skąd $m \leq \pi(n)$.



Obraz struktury domenowej otrzymywany za pomocą metody proszkowej.



Rozpad dużej domeny na mniejsze zgodnie z zasadą minimum energii.

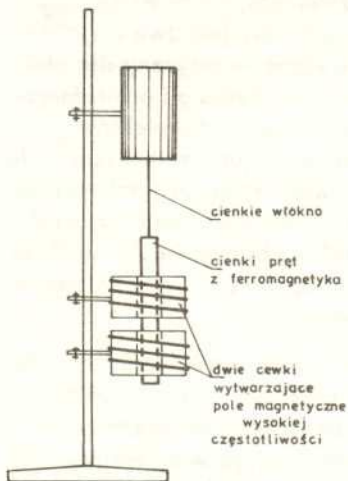
stosunkiem żyromagnetycznym. Jest on równy ładunkowi elektronu podzielonemu przez dwie masy elektronu. Oprócz orbitalnego momentu pędu elektron ma własny moment pędu, czyli spin, oraz związany z nim własny moment magnetyczny. Dla spinu stosunek żyromagnetyczny jest dwa razy większy niż dla ruchu orbitalnego. Ogólnie stosunek żyromagnetyczny dla obu tych przypadków można zapisać jako iloczyn pewnego czynnika g i orbitalnego stosunku żyromagnetycznego. Czynniki g przyjmuje wartość 2 dla efektów związanych ze spinem i wartość 1 w przypadku ruchu elektronu wokół jądra. Jak widać, z momentem magnetycznym atomu nierozzerwalnie związany jest moment pędu atomu. Powyższa uwaga stała się inspiracją do przeprowadzenia szeregu magnetodynamicznych eksperymentów. W roku 1915 A. Einstein i W. de Haas zmierzili obrót pręta wykonanego z ferromagnetyka umieszczonego w rosnącym polu magnetycznym i zawieszono na cienkim włóknie.

Porządkowaniu się momentów magnetycznych musi towarzyszyć porządkowanie się wektorów momentów pędów atomów. Ponieważ całkowity moment pędu bryły musi pozostać nie zmieniony, pręt zacznie się obracać. Dla osiągnięcia lepszych dokładności studiowano drgania pręta umieszczonego w zmiennym polu magnetycznym. Z wielkości maksymalnego wychylenia i modułu sprężystości można było obliczyć moment pędu pręta, a zatem i czynniki g . Wartość tego czynnika była równa około dwóch. Wcześniej, bo od roku 1909 prowadził doświadczenia z ferromagnetykami S. Barnett. Doświadczenia te miały charakter odwrotny do opisanego powyżej. Pręt został poddawany szybkiemu ruchowi obrotowemu (50 Hz). W pręcie pojawiała się pole magnetyczne proporcjonalne do częstotliwości obracania pręta. Mechanicznym odpowiednikiem tego zjawiska jest tendencja ustawiania się wirujących bączków w kierunku osi obrotu w nieinercjalnym, obracającym się układzie. W ten sposób można trwale namagnesować ferromagnetyk. Z pomiarów wykonanych dla żelaza, niklu i kobaltu Barnett otrzymał wartości czynnika g równe odpowiednio 2,072; 2,084 i 2,142. Zarówno Barnett, jak i Einstein, i de Haas oczekiwali wyniku dwukrotnie mniejszego, trzeba bowiem nadmienić, że spin wprowadzono do fizyki dopiero w roku 1925. Z doświadczeń tych wynika pewien ważny wniosek: w przypadku ferromagnetyków kluczową rolę odgrywają spinowe momenty magnetyczne elektronów.

Tworząc swoją fenomenologiczną teorię domen Weiss zastanawiał się, jakie siły mogłyby porządkować momenty magnetyczne w domenie. Z oszacowań wynikało, że siły magnetyczne są do tego celu zbyt słabe. Zagadka ta została rozwiązana przez W. Heisenberga w roku 1928 w ramach powstającej wówczas mechaniki kwantowej. Siła porządkująca wiąże się z oddziaływaniem wymiany między najbliższymi elektronami. Energia tego oddziaływania jest równa pewnej stałej J zwanej całką wymiany pomnożonej przez iloczyn spinów elektronów najbliższych, sąsiadujących ze sobą atomów. Siły wymiany są krótkozasięgowe, więc ograniczenie się do najbliższych sąsiadów w sieci krystalicznej jest całkiem uzasadnione. Dla $J > 0$ siły wymiany starają się utrzymać spiny obu elektronów w jednym kierunku. Gdy energia ruchu termicznego jest zbyt duża powyższe ustawienie może zostać zniszczone. Dla $J < 0$ oddziaływanie wymiany stara się utrzymać spiny dwóch elektronów w przeciwnych kierunkach i mamy do czynienia z antyferromagnetykiem. Temperatura Curie (mierzona w kelwinach) jest wprost proporcjonalna do wielkości J . Stąd wynika, że energia wymiany jest mała dla pierwiastków ziem rzadkich.

Jak już było wspomniane, powyżej temperatury Curie ferromagnetyki tracą swoje własności i przechodzą w stan paramagnetyczny lub czasem antyferromagnetyczny, jak na przykład erb i dysproz.

Zadajmy sobie teraz pytanie, dlaczego domeny mają takie, a nie inne wymiary i czym jest to uwarunkowane? Otóż, prawie wszystko w fizyce dąży do stanu o najniższej energii. Wyobraźmy sobie na początek duży twór jednodomenowy. Jeżeli rozpadnie się on na kilka domen różnie zorientowanych, to pole magnetyczne zmniejszy się wokół tego ferromagnetyka, a zatem energia pola będzie mniejsza. Postępującemu rozpadowi domen przeciwstawia się



Schemat doświadczenia Einsteina-de Haasa.

energia, którą należy wydatkować na powstanie ścianki międzydomenowej. Energia ta przypomina napięcie powierzchniowe. Na przykład dla żelaza ma ona wartość $0,0011 \text{ J/m}^2$. Dlatego przy pewnej wielkości domen tworzy się stan równowagi.

Czy ferromagnetyk może być nadprzewodnikiem? W myśl teorii opisującej stan nadprzewodnictwa (teoria BCS) w nadprzewodniku tworzą się pary złożone z dwóch elektronów przyciągających się za pośrednictwem sieci krystalicznej. Elektrony te mają przeciwnie skierowane spiny. Można więc wyobrazić sobie, że zjawisko nadprzewodnictwa jest w pewnym sensie odwrotne do ferromagnetyzmu i ferromagnetyki nie mogą być nadprzewodnikami.

Oczywiście, nie dotyczy to antyferromagnetyków. Na przykład cer jest antyferromagnetykiem i wykazuje również własności nadprzewodzące.

Na zakończenie przeglądu zjawisk mechanicznych związanych z ferromagnetykami należałoby jeszcze wspomnieć o magnetostrykcji. Otóż, w zewnętrznym polu magnetycznym ferromagnetyk zmienia swoją długość. W przypadku Ni i Co jest to skracanie, a dla Fe wydłużanie dla słabych pól i skracanie dla silnych. Maksymalny efekt względnej zmiany długości jest rzędu 10^{-4} . Ciekawszy jest efekt odwrotny. Otóż, stosując ciśnienia już rzędu 100 atmosfer zmieniamy silnie własności ferromagnetyka, na przykład wraz ze wzrostem ciśnienia zmniejsza się osiągnięte namagnesowanie przy danym zewnętrznym polu magnetycznym.

Dzisiaj nie wykorzystuje się zjawiska Barnettta ani Einsteina-de Haasa do pomiaru czynnika g . Metody te zostały zastąpione przez dokładniejsze metody rezonansowe. Niemniej jednak stanowią one piękny przykład wpływu własności mikroświata, takich jak spin, na zachowanie się ciał makroskopowych.

Zupełnie inaczej

W tym roku minęło 350 lat od śmierci Galileo Galilei, Galileusza. Jego osiągnięcia są liczne i powszechnie znane. Matematykę wzbogacił o wspaniałe narzędzie, jakim są wektory (umożliwił w ten sposób wprowadzenie, jeszcze za swego życia, geometrii analitycznej). Wprowadził do fizyki pojęcie siły (naprawdę dopiero on) i przyspieszenia oraz związał je zależnością $F = m \cdot a$ (dał tym samym Newtonowi – ciekawe, że urodził się on w roku śmierci Galileusza – pojęcia umożliwiające sformułowanie zasad dynamiki). Opisał matematycznie ruch wahadła. Rozwiązał problem swobodnego spadku i ruchu po równi pochyłej. Zbudował teleskop i odkrył za jego pomocą cztery księżycy Jowisza. Itd., itp.

Chciałem tu jednak napisać o czym innym – o jego wpływie na sposób uprawiania nauki w ogóle, a matematyki w szczególności.

Od szóstego wieku przed naszą erą, aż po wiek siedemnasty, dominującym podejściem do matematyki był pitagoreizm. Zasada się on na przekonaniu, że najważniejszą cechą świata jest *harmonia*, czyli nadrzędna struktura utrzymująca w całości jego różnorodne, często przeciwstawne siły, działania, tendencje itd. W czasach Odrodzenia pitagoreizm przybrał inną nazwę – wobec obowiązującej monoteistycznej religii istniała tylko jedna możliwa nazwa dla pitagorejskiej harmonii: Bóg – poglądy pitagorejskie nazwano panteizmem. I tak, jak nadrzędnym celem badawczym pitagorejczyków było poszukiwanie harmonii w każdym przejawie świata, tak dla panteistów stało się nim poszukiwanie w każdym przejawie świata Boga. I jedni, i drudzy byli zdania, że harmonia/Bóg jest w swej istocie niesłychanie prosta, a więc powinna dać się wyrazić najklarowniejszym językiem, jaki ludzkość posiada – matematyką. Bóg jest matematykiem, jak mówił Kepler.

Byli jednak i inni. Np. Arystoteles przyznawał matematyce tylko walor narzędzia pozwalającego na precyzyjny opis różnych zjawisk. Poznanie matematyczne nie jest, według Arystotelesa, poznawaniem świata, lecz tylko kształceniem swojej sprawności, która może, rzecz jasna, później do czegoś się przydać. W czasach Galileusza uniwersytety były opanowane przez wyznawców Arystotelesa (zważmy: jedyne poganina, któremu przyznawano prawo kształtowania chrześcijańskich dusz i umysłów).

Badawczy aspekt panteizmu odnajdujemy choćby w wierszu, którego nauczyliśmy się w szkole:

*Czego chcesz od nas, Panie,
za twe hojne dary?
Czegóż za dobrodziejstwa,
w których nie znasz miary?
Gdziekolwiek się obrócim,
wszędę pełno Ciebie:
na morzu i na lądzie,
w powietrzu i w niebie.*

Z kolei arystotelesowskie podejście do matematyki zaprezentował Nobel nie przyznając matematyce miejsca wśród umiejętności służących człowiekowi.