Kłopoty z rachunkami

W średniowiecznej Europie matematyka w znacznej mierze sprowadzała się do rachunków. Były to, na przykład, rachunki kupieckie i rachunki kalendarzowe – takie jak wyliczenie daty Wielkanocy. Ponieważ jednak nie posługiwano się systemem dziesiętnym, więc nawet te proste rachunki nie były tak proste.

Jeśli chcesz się o tym przekonać, to rozwiąż następujące „proste" zadanie kalendarzowe.

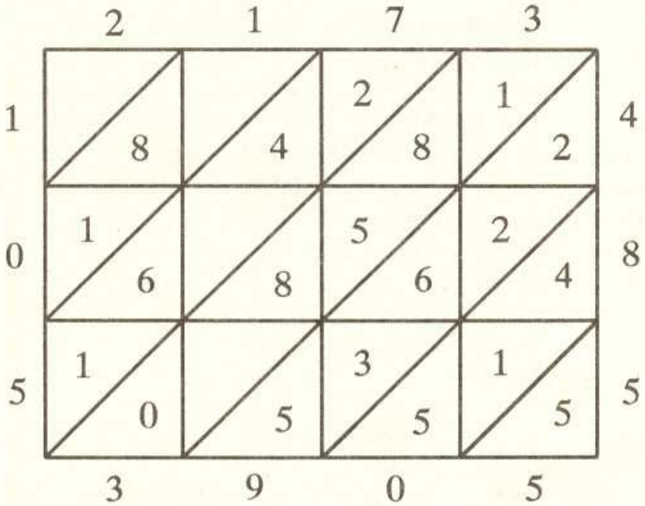
Dziś jest wtorek. Oblicz – nie posługując się systemem dziesiątkowym – jaki dzień będzie za MCCXXIII dni.

(dla tych, którzy nie pamiętają: M oznacza 1000, C zaś 100).

Jak piszemy na stronie 11, z takimi rachunkami radzono sobie za pomocą abaka.

Wprowadzenie systemu dziesiętnego umożliwiło zastąpienie rachunków na abaku rachunkami pisemnymi. Oprócz obecnie stosowanych metod dodawania, mnożenia i dzielenia pisemnego było wiele innych. Poniżej opisana metoda mnożenia liczb nosiła nazwę „gelosia", dlatego, że sposób zapisywania rachunków przypomina zakratowane okiennice, które tak właśnie się nazywały.

Chcąc pomnożyć liczby 2173 i 485 rysujemy „szachownicę" 4 na 3 (bo po tyle cyfr mają mnożone liczby).



$$2\,173 \cdot 485 = 1\,053\,905$$

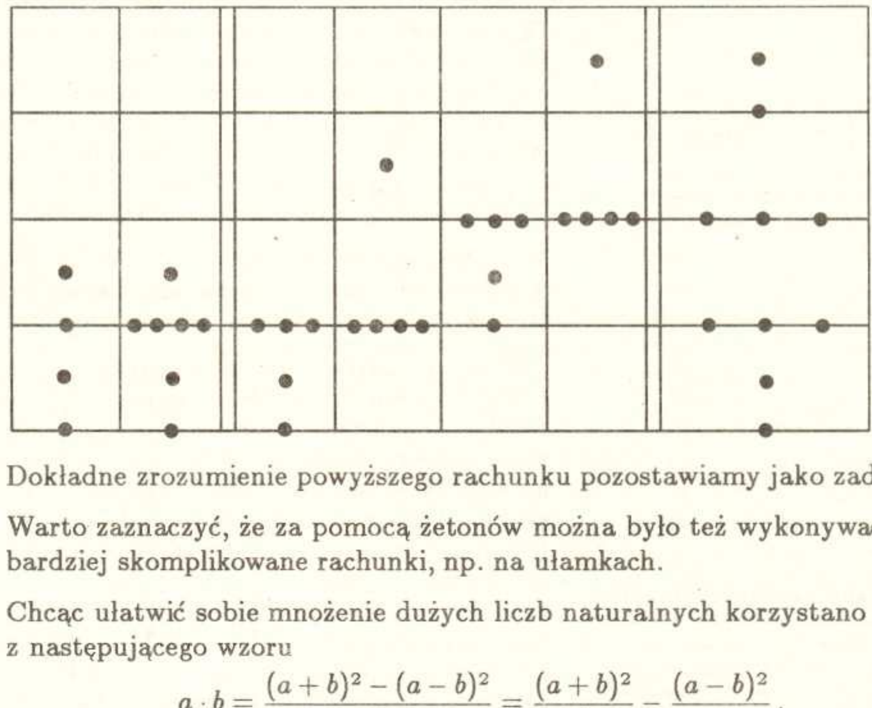
Każde z pól dzielimy przekątną. U góry i z boku zapisujemy mnożone liczby. Iloczyny cyfr – po jednej z obu liczb – zapisujemy w odpowiednich polach, a następnie wyniki dodajemy po skosach – tak jak na rysunku. Dokładne prześledzenie i zrozumienie omawianej metody pozostawiamy jako zadanie.

Wprowadzenie systemu dziesiętnego nie wyparło rachunków na różnych przyrządach do liczenia. Od końca XV w. rozpowszechnione było tzw. liczenie na liniach.

Na desce rysowano proste poziome – najniższe dla jednostek, wyższe dla dziesiątek, dalej dla setek, tysięcy itd. Liniami pionowymi oddzielano poszczególne składniki, czynniki itd. Cyfry oznaczano kładąc na odpowiednich polach metalowe żetony. Żeton na linii oznaczał jednostkę, a pomiędzy liniami – pięć jednostek.

Na poniższym rysunku przedstawiamy przykład wykonania mnożenia na liniach

$$66 \cdot 96 = 36 + 540 + 360 + 5400 = 6336\,.$$



Dokładne zrozumienie powyższego rachunku pozostawiamy jako zadanie.

Warto zaznaczyć, że za pomocą żetonów można było też wykonywać bardziej skomplikowane rachunki, np. na ułamkach.

Chcąc ułatwić sobie mnożenie dużych liczb naturalnych korzystano z następującego wzoru

$$a \cdot b = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{4} = \frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4}\,.$$

Dlatego też wydawano tablice kwadratów albo też ćwiartek kwadratów liczb naturalnych. (W 1592 roku wydano tablice zawierające kwadraty liczb od 1 do 100 000). Dzięki temu pomysłowi mnożenie sprowadzało się do jednego dodawania i dwóch odejmowań (jeżeli dysponowaliśmy tablicą ćwiartek kwadratów).

Aby przekonać się, czy rzeczywiście jest to dobra metoda, proponuję zadanie.

Pomnóż liczby 35742 i 63179 sposobem szkolnym i powyższym. Zamiast tablicy ćwiartek kwadratów użyj kalkulatora. Oczywiście, wszystkie inne operacje wykonaj na kartce.

No i który sposób jest lepszy?

Małą Deltę przygotował Piotr HAJŁASZ