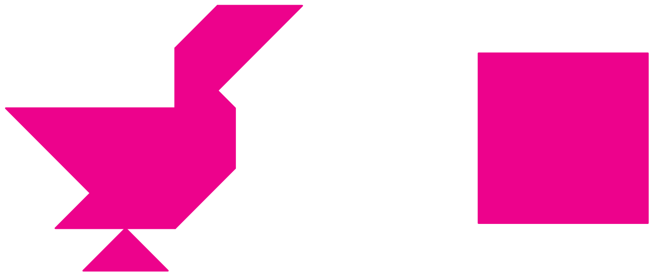
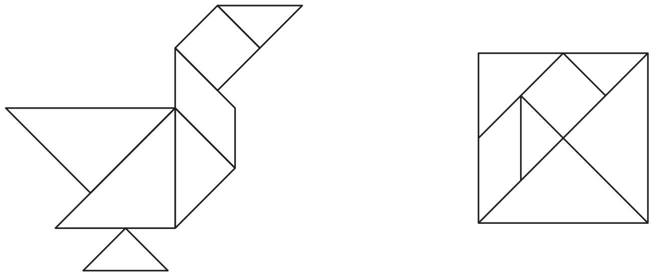
mała delta

Tangram bez ograniczeń

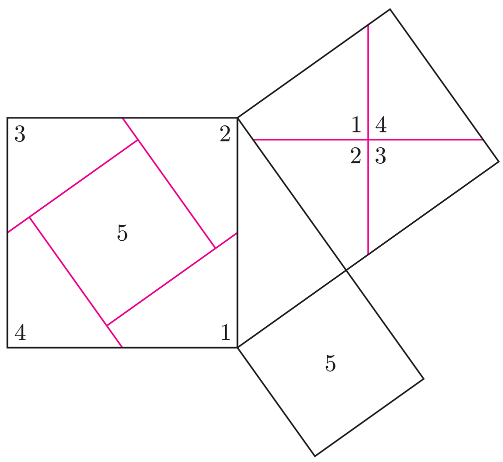
Czy dwie figury, widoczne na rysunku, mają równe pola?

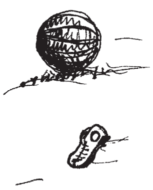


Znawcy gry o wdzięcznej nazwie „tangram” wiedzą z pewnością, że tak, ponieważ każda z tych figur jest zbudowana z tych samych wielokątów.



A jeśli wielokąty są te same, to i sumy ich pól, równe polom całych dużych wielokątów, są te same. Nietrudno sobie wyobrazić, że odnosi się to nie tylko do klocków tangramu: jeśli jeden wielokąt można pociąć na wielokąty mniejsze, z których można złożyć drugi, to oba mają równe pola. Oto przykład: dwa kwadraty rozłożono na wielokąty, z których można złożyć jeden, większy kwadrat. (Czy nie ma w tym jakiegoś twierdzenia geometrycznego?)

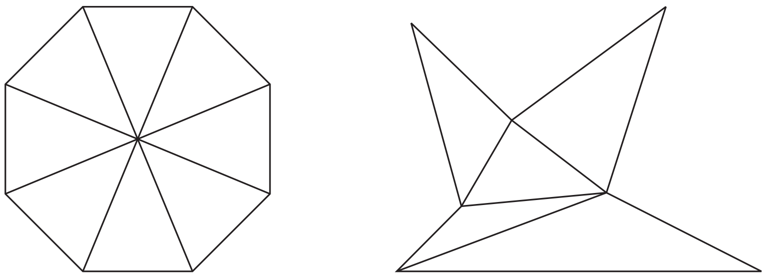




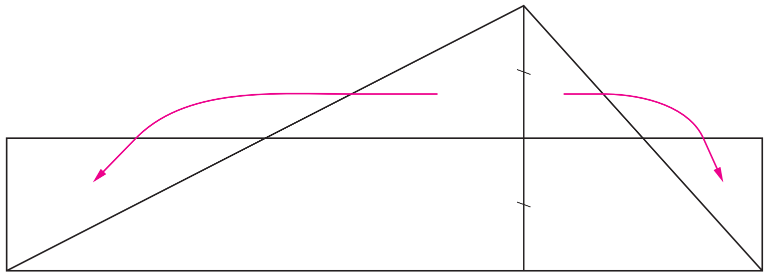
A czy jest odwrotnie? Czy mając dwa wielokąty o równym polu można jeden z nich pociąć tak, aby z otrzymanych kawałków złożyć drugi?

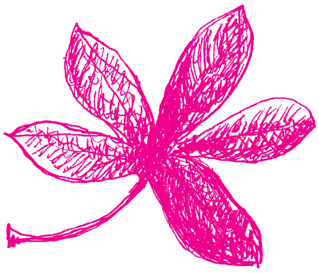
Okazuje się, że można (choć wiemy to dopiero od 170 lat). Zobaczmy, jak to zrobić. Niech A i B będą wielokątami o równych polach.

Po pierwsze, tniemy wielokąt A na trójkąty (wszystko jedno jak); możemy to, oczywiście, zrobić z każdym wielokątem, nie tylko wypukłym:

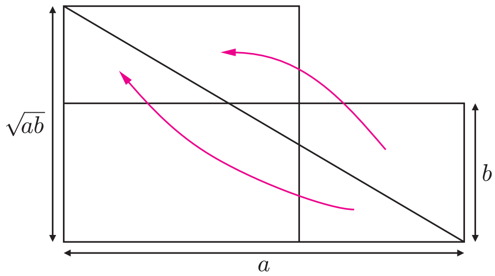


Po drugie, z każdego z otrzymanych trójkątów budujemy prostokąt, tak jak na rysunku:





Po trzecie, każdy z prostokątów rozcinamy na części, z których budujemy kwadrat, jak na rysunku:



Jeśli nie można tego wykonać, to znaczy, że bok a prostokąta jest za długi w stosunku do boku b (dokładniej: musi być $\sqrt{ab} \leq 2b$, czyli $a \leq 4b$); wtedy rozcinamy prostokąt w połowie i jedną połówkę nakładamy na drugą. Stosunek dłuższego boku do krótszego zmniejszy się i możemy tak postępować tak długo, aż będzie spełniony warunek umożliwiający konstrukcję z rysunku powyżej.

Mamy tyle kwadratów, ile trójkątów wycięliśmy z wielokąta A. Teraz więc pora na po czwarte: składając z dwóch kwadratów jeden, np. tak jak na ostatnim rysunku z poprzedniej strony, sprowadzamy wszystko do jednego kwadratu o polu równym polu wielokąta A. A co z wielokątem B?

Wielokąt B możemy też sprowadzić do jednego kwadratu (dokładnie takiego, jak kwadrat powstały z A, bo przecież A i B mają równe pola) – a jeśli możemy to zrobić, to możemy też całą operację odwrócić i z tego kwadratu „odbudować” wielokąt B. W ten sposób mamy drogę prowadzącą od wielokąta A do wielokąta B.

Na koniec proste zadanie.

Jak pociąć wielokąt z rysunku obok, aby złożyć z niego kwadrat o tym samym polu? I jak to zrobić „od razu”, bez przejścia całej opisanej wyżej drogi?

W. B.

O tym, jak bramkarz strzelił gola

„Białe” światło słoneczne, jakkolwiek dziwnie może to zabrzmieć, jest bardzo kolorowe. Kto nie wierzy, może to sprawdzić używając pryzmatu, który rozszczepi wszystkie kolorowe składniki. Pozorna jednokolorowość białego światła jest tylko wrażeniem naszego mózgu rejestrującego całe spektrum kolorów. Prawdopodobnie pierwszą osobą, która zdała sobie z tego sprawę, był Izaak Newton. Przez wiele, wiele lat wszystkim wydawało się, że światło słoneczne zawiera wszelkie możliwe kolory. Sytuacja zmieniła się dopiero, gdy zaczęto używać precyzyjnej spektrografii, dzięki której można było badać widmo światła o wiele dokładniej.

Nowe wyniki były zaskakujące, okazało się bowiem, że spektrum światła słonecznego wcale nie obejmuje wszystkich kolorów. Jeśli wyobrazimy sobie, że kolory od czerwonego poprzez żółty i zielony, aż do niebieskiego i fioletowego reprezentowane są przez punkty na odcinku, to tylko niektóre punkty wchodziły w skład widma słonecznego. Ponieważ punkty te były ułożone bardzo gęsto, to nieprecyzyjne pomiary przy użyciu pryzmatu mogły sugerować, że widmo jest ciągłe. Wrażenie to było dodatkowo spotęgowane tym, że z pewnych powodów linie widmowe (czyli punkty naszego odcinka) są trochę rozmyte i częściowo na siebie nachodzą.

Zaczęto wykonywać wiele eksperymentów spektrograficznych nie tylko ze światłem słonecznym. Napełniano szklane rurki różnymi gazami i przepuszczano przez nie prąd elektryczny. W efekcie gaz zaczynał świecić i można było zbadać widmo emitowanego przezeń światła. Wyniki ponownie wprawiły wszystkich w zdumienie. Okazało się, że każdy gaz świecił tylko kilkoma ściśle ustalonymi kolorami, czyli widać było kilka „linii spektralnych”. Nikt na świecie nie był w stanie powiedzieć, dlaczego tak się działo. W miarę zwiększania czułości spektrografów ilość obserwowanych linii widmowych rosła dla każdego gazu. Obecnie wiadomo, że każdy gaz ma nieskończone spektrum linii, które nie obejmuje jednak pełnego widma kolorów.

Częstości obserwowanych linii analizowano i katalogowano dla wielu różnych gazów. Kilku naukowcom udało się nawet zauważyć, że dla najlżejszego gazu – wodoru – odległości między liniami spektralnymi spełniają pewne proste algebraiczne prawo. Wciąż jednak natura tych linii pozostawała niewyjaśnioną zagadką. Aby rozwiązać problem, trzeba było odkryć schemat budowy materii i naturę pochłaniania i emisji światła.

Od czasu doświadczeń Rutherforda wiadomo było co nieco na temat budowy materii. Mniej więcej tyle, że wewnątrz atomów, wokół ciężkiego jądra poruszają się po orbitach kołowych lekkie elektrony przypominające planety okrążające słońce. Hipoteza ta była, niestety, sprzeczna z klasycznymi prawami elektromagnetyzmu, zgodnie z którymi ładunek elektryczny poruszający się z przyspieszeniem powinien emitować fale elektromagnetyczne. Zatem elektrony natychmiast wypromieniowałyby całą swoją energię kinetyczną, spadając na jądro. Z drugiej strony, zgodnie z klasyczną teorią, częstości emitowanych fal odpowiadałyby mniej więcej światłu widzialnemu. Wyraźnie brakowało kilku elementów układanki pozwalającej w pełni zrozumieć mechanizm emisji światła.

Na trop rozwiązania wpadł bramkarz młodzieżowej reprezentacji piłkarskiej Danii – Niels Bohr. Oprócz uprawiania sportu studiował on fizykę i natknąwszy się na wyniki eksperymentów spektrograficznych zaczął je uważnie studiować. Wkrótce potem przybył do sławnego wówczas Rutherforda, laureata Nagrody Nobla, znanego z apodyktyczności i lekceważącego stosunku do teoretyków. Niewiele ponad dwudziestoletni Bohr przedstawił się grzecznie i oznajmił Rutherfordowi, że przybywa z Danii, by mu pomóc. O wiele większym zaskoczeniem dla Rutherforda musiał być jednak sposób wytłumaczenia wyników eksperymentów przez nieznajomego młodzieńca.

Według szalonej teorii Bohra elektrony co prawda poruszały się wokół jądra po kołowych orbitach, ale nie po byle jakich. Według niego istniała bowiem minimalna orbita, której nic nie mogło już zmniejszyć. Dozwolone dla elektronu były też orbity dalsze, ale tylko takie, dla których moment pędu elektronu był całkowitą wielokrotnością tajemniczej, znanej wówczas od kilkunastu lat stałej Plancka. Elektrony mogły przeskakiwać z orbity na orbitę, co związane było jednak z emisją lub absorpcją fotonów. Przeskokowi na orbitę bliższą jądru towarzyszyła emisja fotonu o energii równej różnicy energii elektronu na obu orbitach. Natomiast przeskok w przeciwnym kierunku musiał być wywołany absorpcją padającego z zewnątrz fotonu.

Ponieważ orbity elektronów były „dyskretne”, również energie emitowanych z atomu fotonów i ich częstości nie mogły być dowolne. W dodatku dla atomu wodoru obserwacje idealnie pasowały do teorii Bohra. Nie było wyjścia, trzeba było pogodzić się z nowymi, niesamowitymi prawami.

Zakończenie historyjki było szczęśliwe – młody Duńczyk wkrótce sam otrzymał za swe odkrycie Nagrodę Nobla, a w kilka lat potem Erwin Schrödinger przybliżył naturę arbitralnych postulatów Bohra, za co również został nagrodzony. Dokonał się przewrót. Nieuchronnie zbliżała się nowa era w nauce – era mechaniki kwantowej. Chciałoby się rzec – „i żyli długo i szczęśliwie”, lecz wkrótce pojawiły się nowe kłopoty...

Andrzej DRAGAN

Pomysł Euklidesa

Jak można wykazać, że czegoś jest nieskończenie wiele? Wystarczy ośmieszyć przypuszczenie, że jest przeciwnie.

Liczba pierwsza to taka liczba naturalna, która ma dokładnie dwa dzielniki. Skoro tak, to dzieli się ona tylko przez 1 i przez siebie, ale skoro dzielniki są dwa – nie jest równa 1.

Można udowodnić, że każda liczba naturalna większa od 1 da się przedstawić w postaci iloczynu liczb pierwszych (niekoniecznie różnych) i to tylko w jeden – z dokładnością do kolejności czynników – sposób.

Oto, jak Euklides ośmieszył pomysł, że liczb pierwszych jest tylko skończona liczba. Zaproponował mianowicie, aby wszystkie liczby pierwsze od najmniejszej liczby pierwszej (którą jest 2) do największej (gdyby była ich skończona liczba, to byłaby i taka) przemnożyć i do tego iloczynu dodać 1.

Tak otrzymana liczba nie jest pierwsza, bo od każdej z liczb pierwszych (poprzednio mnożonych) jest większa – przecież jest większa od największej z nich. Nie jest także złożona, bo przez żadną liczbę pierwszą się nie dzieli – reszta z takiego dzielenia przez dowolną liczbę pierwszą wynosi przecież 1. Nie jest ani pierwsza, ani złożona – toż to bzdura.

Skoro otrzymaliśmy bzdurę w wyniku poprawnego rozumowania, to bzdura musiała być jego podstawą. A podstawą było założenie o istnieniu tylko skończonej liczby liczb pierwszych. Skoro to jest bzdura, to liczb pierwszych jest nieskończenie wiele.

Ale, gdy już sprawę załatwiliśmy, zastanówmy się, jakie to byłyby kolejne liczby zaprojektowane przez Euklidesa, gdybyśmy przypuszczali, że liczb pierwszych jest tylko określona liczba.

Gdybyśmy wzięli tylko pierwszą liczbę pierwszą, mielibyśmy – posługując się receptą Euklidesa – sumę $2+1$, czyli drugą liczbę pierwszą. Z kolei przypuszczenie, że to już wszystko, daje w myśl recepty Euklidesa $2\cdot 3+1=7$ – nie jest to co prawda trzecia liczba pierwsza, ale liczbą pierwszą jest nadal. No to badajmy dalej – może za każdym razem otrzymamy liczbę pierwszą?

$2\cdot 3\cdot 5+1=31$ – dobrze!
$2\cdot 3\cdot 5\cdot 7+1=211$ – dalej dobrze!

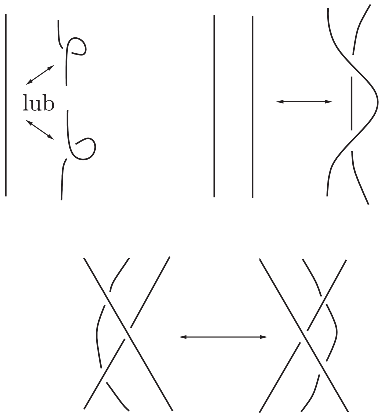
Teraz nie mamy już wyjścia: trzeba albo udowodnić, iż tak skonstruowana liczba zawsze jest pierwsza, albo podać przykład, że nie zawsze tak się składa.

Powodzenia!

M. K.

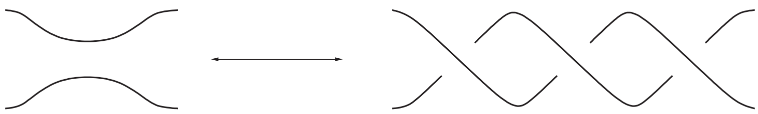
Czy coś zostało dla nas? – 10 elementarnych zawęźlonych problemów

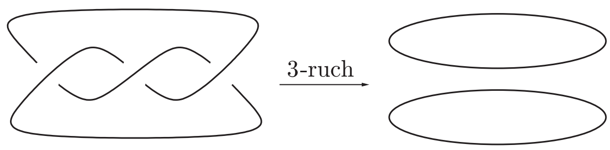
– Czy są może jeszcze w matematyce elementarne otwarte problemy, których sformułowanie mógłbym zrozumieć? – zapytał Tomek, znudzony pracą domową z geometrii.
– Nie pytaj, bo dostaniesz od Taty dziesięć, każdy bardziej zawęźlony – zaśmiał się Pawełek.
– Jak najbardziej! – podchwyciłem. – Mam dziesięć problemów, w sam raz dla *Małej Delty*, każdy dotyczy węzłów. A jak któryś rozwiążecie, będziecie sławni – dodałem.
– Jak sławni? – spytał nieufnie Tomek.
– A czy także bogaci? – dopytał Paweł.
– Wiem (np. *Delta* 4/2002), co to jest węzeł, wiem, że kilka węzłów tworzy splot – zastanawiał się Tomek. – Wiem, że węzły lub sploty reprezentujemy, rysując ich płaskie diagramy, wiem także, choć bez pełnego uzasadnienia, że gdy diagramy reprezentują ten sam splot, to od jednego do drugiego da się przejść za pomocą elementarnych ruchów, ruchów Reidemeistera (rys. 1). Wiem także, że węzły można czasami odróżniać, używając 3-kolorowania diagramu...



Rys. 1

– To wiesz bardzo dużo – ze śmiechem przerwał Paweł. – Ale do otwartych problemów to chyba nie wystarczy, chociaż – i tu Paweł narysował zawiły diagram – czy to jest trójlistnik? Tego pewnie nikt nie wie – dorzucił.
– Masz rację, nikt nie wie i może nigdy nie będzie wiedział, jeśli wyrzucisz tę kartkę. Ale serio, problem rozpoznawania węzłów jest problemem trudnym, lecz co najmniej w teorii rozwiązanym przez niemiecko–amerykańskiego matematyka, W. Hakena (z pomocą innych, ale nie chcę tym zanudzać).
Co prawda, algorytm istnieje, ale nie jest przesadnie szybki i być może wszystkie komputery na Ziemi potrzebowałyby stu lat, by zbadać, jaki węzeł narysowałeś. Niemniej nie nazwałbym tego otwartym problemem – dodałem zdecydowanie. – Poza tym...
– Nie słuchaj już Pawełka – przerwał Tomek. – Tylko opowiedz pierwszy problem.
– Dawno, dawno temu – zacząłem bajkowym głosem – gdy każdy sąsiad Polski nazywał się inaczej niż dzisiaj, w dalekiej Japonii młody student Yasutaka Nakanishi zastanawiał się, jak upraszczać węzły w nietypowy sposób i przyszło mu do głowy, że jeśli dopuści trzy półskręty na parze łuków, to uprości każdy węzeł.
– Parze łuków? Co masz na myśli? – Tomek chciał precyzyjności.
– Spójrz na rysunek. To nazwiemy 3-ruchem (rys. 2(a)). A tak upraszczamy trójlistnik (rys. 2(b)).


(a)

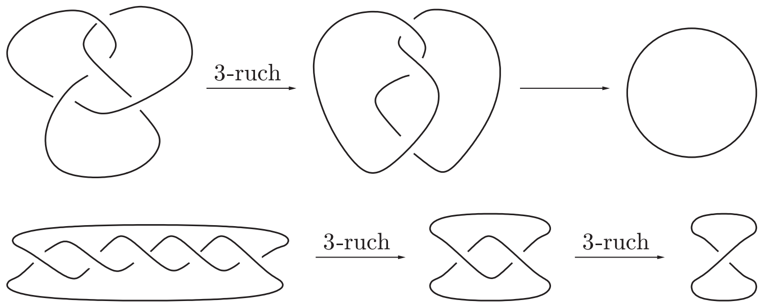


(b)

Rys. 2

– Ależ Tata, dostałeś splot złożony z dwóch kawałków – zaprotestował Pawełek.
– Ale trywialny, może taki wynik dopuszczamy – domyślał się Tomek.
– Zgadza się, 3-ruch może zmienić liczbę składowych splotu, więc jako wynik uproszczenia dopuścimy trywialne sploty o dowolnej liczbie składowych.
Po tym wyjaśnieniu kontynuowałem:
– Nakanishi szybko zredukował węzeł ósemkowy i pięciolistnik (rys. 3), a kiedy uprościł już wszystkie, wzięte z tablic, węzły do 10 skrzyżowań (a jest ich 249),

był już pewien, że to nie przypadek i może każdy węzeł czy splot da się uprościć do jakiegoś trywialnego splotu.

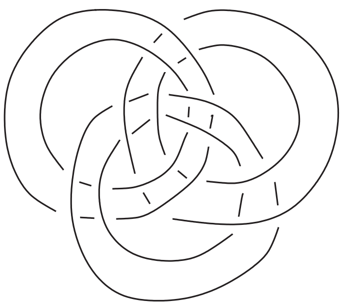


(a)

(b)

Rys. 3

Problem 1 (nazywany hipotezą Montesinosa–Nakanishiego, 1981). *Czy każdy splot da się uprościć za pomocą* 3*-ruchów do pewnego trywialnego splotu?*



Rys. 4(a)

– Kto to był Montesinos? – zapytał się Pawełek. – Czy to nie jest czasem Tomka ojciec chrzestny? I dlatego dopisałeś go, Tata, do problemu?
– Ten sam, ale nie dopisałem – odpowiedziałem szybko. – To sam Nakanishi zasugerował taką nazwę hipotezy, bo pomysł rozpatrywania 3-ruchów wziął od Montesinosa. Sam Nakanishi zaczął z czasem tracić wiarę w swoją hipotezę, nie mógł bowiem uprościć splotu z rysunku 4(a), zwanego równoległym podwojeniem pierścieni Boromeuszów.

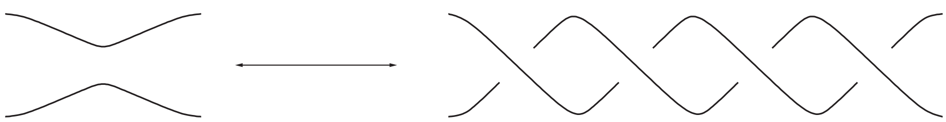
Problem 2 (Nakanishi, 1994). *Uprościć za pomocą* 3*-ruchów równoległe podwojenie pierścieni Boromeuszów.*

– Czy to jest najmniejszy nieuproszczony splot? – zapytał Tomek.
– Jakie sploty już rozwiązano 3-ruchami? – dopytywał Pawełek.
– Mój student, Chen – wyjaśniłem – sprawdził wszystkie sploty do 12 skrzyżowań, a tak naprawdę zaciął się dopiero przy pewnym splocie o 20 skrzyżowaniach. Jest to najmniejszy testowany splot, którego nie umiemy rozwiązać – dodałem.

Problem 3 (Chen, 1999). *Uprościć za pomocą* 3*-ruchów splot z rysunku* 4(b).

Rys. 4(b)

– A co ze splotami, które mają od 12 do 20 skrzyżowanań? – zaciekawił się Pawełek. – Może je teraz uprościmy?
– To byłoby bardzo dużo pracy, bo takich splotów jest ze sto milionów. Chociaż z każdym z oddzielna nie powinniśmy mieć większych problemów – uśmiechnąłem się.
– Z taką liczbą splotów lepiej szukać ogólnych metod, niż sprawdzać jeden po drugim. Jedną z ról matematyki jest właśnie szukanie ogólnych struktur, które wyjaśniają nasze konkretne obserwacje. Jeszcze przed hipotezą o 3-ruchach Nakanishi zadał analogiczne pytanie o 4-ruchach, czyli modyfikacji splotu przez dodanie czterech półskrętów (rys. 5).

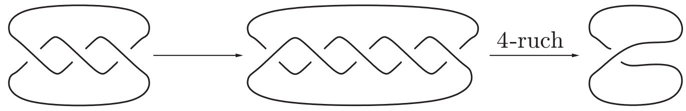


Rys. 5

Problem 4 (Hipoteza Nakanishiego, 1979). *Czy każdy węzeł da się zredukować do węzła trywialnego za pomocą* 4*-ruchów?*

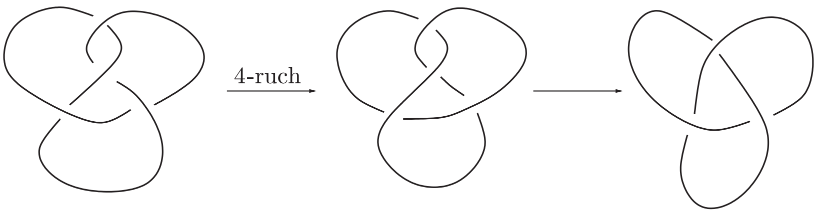
– Dlaczego Nakanishi pyta tylko o węzły? – zamyślił się Tomek. – Przecież przy 3-ruchach trójlistnik, który jest przecież węzłem, redukował się do splotu o dwóch składowych... Widzę! – zaraz dorzucił – 4-ruch nie miesza składowych.
– Zgadza się – potwierdziłem. – Parzysta liczba skrętów nie miesza składowych. Przyjrzyjmy się redukcji trójlistnika.

– Ja nawet nie wiem, jak zacząć redukować trójlistnik; on ma tylko 3 skrzyżowania. – Tomek wydawał się zagubiony.
– Pokręć trochę sznurkami od trójlistnika, a będziesz miał więcej skrzyżowań – podsunął Paweł.
– Coś w tym jest – wtrąciłem. – Do trzech skrzyżowań dodaj czwarte, drugim ruchem Reidemeistera – tu narysowałem środkowy diagram z rysunku 6.
– Teraz już pewnie widzicie, jak zrobić 4-ruch i zostać tylko z jednym skrzyżowaniem (rys. 6): Trójlistnik uprościliśmy do trywialnego węzła – podsumowałem.



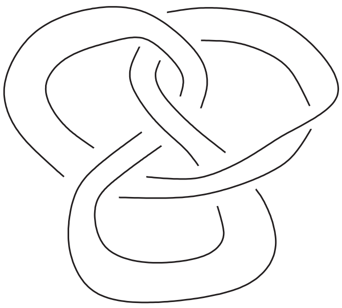
Rys. 6

– To ciekawe – myślał głośno Tomek. – 4-ruch nie tylko likwiduje (lub tworzy) 4 półskręty, ale z trzech prawoskrętnych robi jeden lewoskrętny lub z 2 prawoskrętnych robi dwa lewoskrętne. To pewnie ułatwi nam redukcję; już widzę, jak uprościć węzeł ósemkowy.

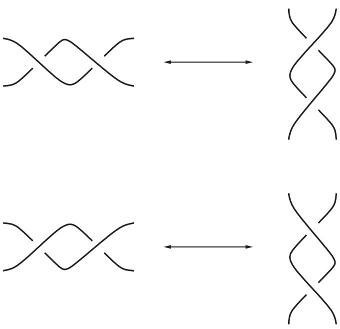


Rys. 7

Otrzymałem trójlistnik, który już uprościliśmy.
– Też bym tak potrafił, – powiedział Pawełek. – Ale dlaczego nie zadajemy pytania dla splotów? Czy nic nie da się zrobić ze splotem  ?
– Jest hipoteza dla splotów – zacząłem odpowiadać. – Ale wymaga ona bardziej zaawansowanego języka matematycznego. Tak czy owak tego splotu (zwanego splotem Hopfa) nie da się uprościć.
– To jaki jest najmniejszy nieuproszczony węzeł? Byśmy mieli nad czym myśleć? – zapytał Paweł.
– Najmniejszy taki węzeł, zasugerowany przez greckiego matematyka, Nikosa Askitasa, ma 17 skrzyżowań i możemy go nazwać węzłem ósemkowym podwójnie tkanym (choć mniej poetycko mówi się na niego: (2,1)-kabel węzła ósemkowego).



Rys. 8

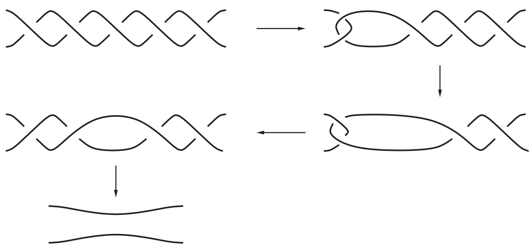


Rys. 9

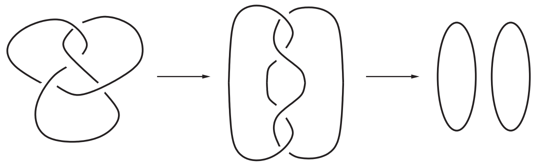
Problem 5 (Askitas, 1998). *Uprościć* 4*-ruchami węzeł z rysunku* 8*.*

– Jasne, Tata, zaraz skończysz. Będziemy mieli dziesięć problemów, używając 5-, 6-, 7-, 8- i 9-ruchów. W przeciwnym przypadku do końca zanudzisz nas, nowoczesne dzieci, które nie mogą się dłużej skupić – z ironią oświadczył Paweł.
– Prawie masz rację – powiedzialem niezrażony – jednak 5-ruchy nie wystarczą do redukcji: nawet węzła ósemkowego nie da się uprościć.
– Jak to wykazać? – zapytał Tomek. – Czy może zamiast 3-kolorowania wziąć 5-kolorowanie, jeśli takie istnieje? – dodał z namysłem.
– Istnieje – szybko powiedziałem. – Fox wprowadził niezmiennik kolorowań dla każdej liczby. Ale tutaj 5-kolorowanie nie pomoże; tak naprawdę pod względem 5-kolorowań węzeł ósemkowy nie różni się od trywialnego splotu o dwóch składowych. Ale o tym innym razem – dokończyłem.
– To co weźmiesz zamiast 5-ruchów? – zaciekawił się Pawełek. – Pewnie (2,5)-ruchy – dodał z uśmiechem.
– Prawie zgadłeś, użyję ruchów z rysunku 9, ale nazwę je (2,2)-ruchami, a nie (2,5)-ruchami, bowiem dwa poziome półskręty zastąpię dwoma pionowymi.
– Co taki skręcony ruch ma wspólnego z 5-ruchem? – zapytał Tomek. – Powinien chyba być delikatniejszy niż 5-ruch, jeśli miałby redukować wszystkie sploty – zauważył Tomek po chwili.
– Dwa razy **Tak** – podchwyciłem – 5-ruch jest delikatniejszy, w szczególności

możemy go otrzymać jako złożenie dwóch (2,2)-ruchów (rys. 10). A węzeł ósemkowy redukuje się do trywialnego splotu o dwóch składowych jednym ruchem (rys. 11).



Rys. 10

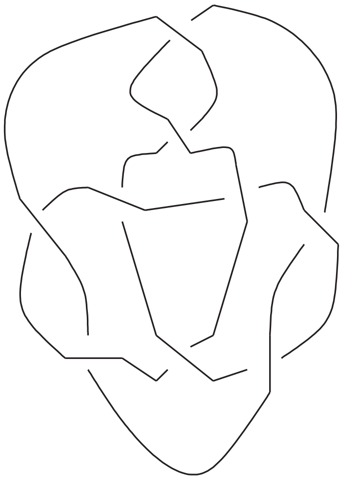


Rys. 11

Hipoteza o (2,2)-ruchach była także sformułowana w Japonii.

Problem 6 (Hipoteza Harikae–Nakanishi, 1992). *Czy każdy splot da się uprościć do trywialnego splotu za pomocą* (2,2)*-ruchów?*

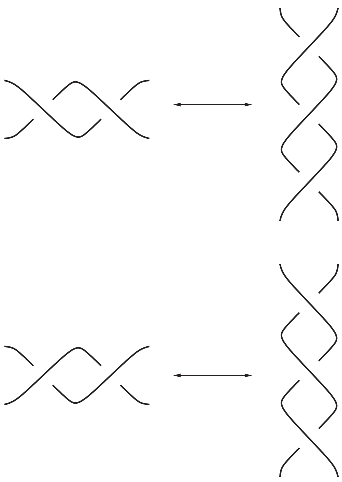
– Co wiadomo o tej hipotezie i jaki jest najmniejszy nieuproszczony węzeł? – zapytał szybko Paweł w nadziei, że jesteśmy blisko końca.
– Dużo mniej niż o poprzednich, ale więcej niż o następnych – stwierdziłem.
– Wszystkie sploty do ośmiu skrzyżowań zostały sprawdzone, a trudność sprawia węzeł z rysunku 12, nazywany ściśle, ale mało romantycznie 9_{49}, bo w tablicach węzłów jest na 49 miejscu wśród węzłów z dziewięcioma skrzyżowaniami.



Rys. 12

Problem 7. *Uprościć* (2,2)*-ruchami węzeł* 9_{49}.

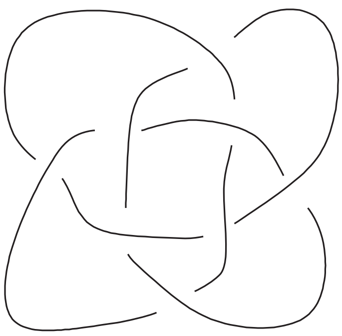
– Jakie jeszcze skręcone ruchy przywołasz, Tata? – zapytał, udając zainteresowanie, Pawełek. – Czy pokonam nimi Shoguna, z którym teraz walczę na komputerze?
– To nie jest wykluczone – podchwyciłem. – Pamiętasz przecież Aleksandra Wielkiego i węzeł gordyjski. Następne ruchy, które może uproszczą każdy splot, to (2,3)-ruchy z rysunku 13. Zastępujemy w nich dwa poziome skręty trzema pionowymi.
– Możemy chyba również zastąpić trzy poziome skręty dwoma pionowymi, bo inaczej skąd wiemy, jak patrzeć na kartkę z rysunkiem? – spytał Tomek.
– Masz rację i oto problem.



Rys. 13

Problem 8 (1995). *Czy każdy splot da się uprościć do splotu trywialnego za pomocą* (2,3)*-ruchów?*

– Widzę, że problemy są całkiem nowe – ucieszył się Pawełek. – Może masz, Tata, jakiś, który wymyśliłeś wczoraj? Ale ogłoś nagrodę, bo jesteśmy zmęczeni i przyszła sława nam nie wystarczy.
– Nie mam wczorajszego problemu, może dzisiejszy dam wam jutro – zaśmiałem się. – Ale problem, zanim się ogłosi, trzeba sprawdzić samemu, czy jest ciekawy i czy przypadkiem nie da się zrobić od ręki. Mało kto myślał o (2,3)-ruchach; ja zredukowałem każdy splot do ośmiu skrzyżowań włącznie, z wyjątkiem węzła z rysunku 14, zwanego 8_{18}.



Rys. 14

Problem 9 (Marzec 2000; nagroda: dowolna gra komputerowa). *Uprościć* (2,3)*-ruchami węzeł* 8_{18}.

– Tato, bardzo nas już zmęczyłeś, a Shogun czeka. Powiedz szybko ostatni problem – powiedział Tomek.
– I ma być trudny, dynamiczny, w jednej linijce i każdy wyraz ma się zaczynać na literę **W** – dorzucił Paweł.

Problem 10. *Wymyślić ważny węzłowy wieloruch wyniszczający wszelki węzeł.*

– Świetnie, Tata! – wykrzyknęli Pawełek i Tomek. – Pomyślimy jutro o wieloruchu, a teraz do komputera.

Z pomocą Tomka i Pawełka przygotował Józef PRZYTYCKI