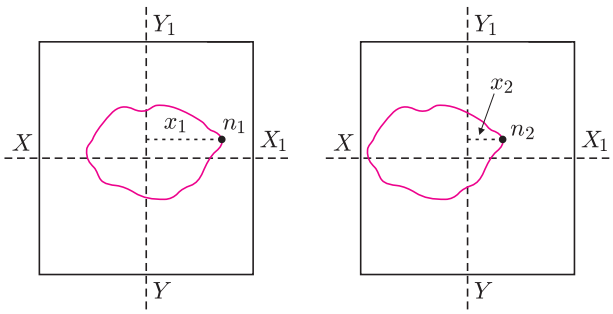
Jak wysoko płyną nad nami obłoki?

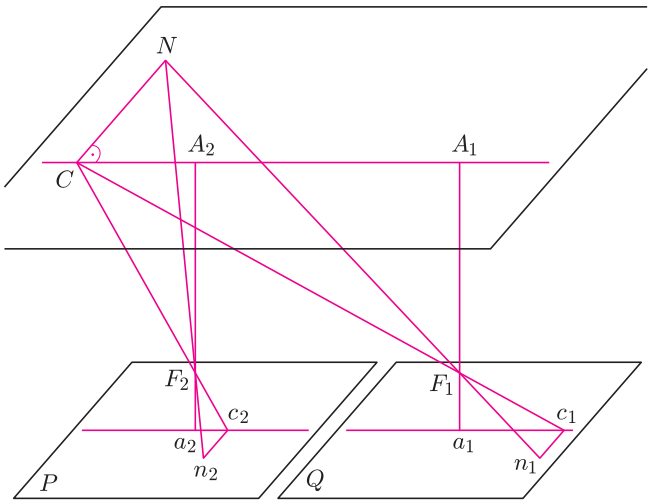
Leszek SIDZ

Widzieliśmy nieraz ślad samolotu odrzutowego na niebie albo piękne, przybierające różne kształty chmury i zadawaliśmy sobie pytanie: jak wysoko leci samolot, jak wysoko płyną obłoki? Podamy tu przykład prostej metody opartej na zasadzie działania dalmierza, która pozwoli nam odpowiedzieć na to pytanie. Potrzebne do tego będą dwa aparaty fotograficzne z jednakową ogniskową F (zwykle podana jest na obudowie obiektywu). Wybieramy dwa punkty na ziemi, które są na mniej więcej tej samej wysokości i mierzymy ich odległość. Niech ta odległość będzie równa d. Ustawiamy aparaty w tych punktach, tak aby ich osie optyczne były skierowane pionowo w górę. Na dany sygnał w tym samym momencie wykonujemy zdjęcia obiektu, którego wysokość nad ziemią chcemy określić. Robimy odbitki o wymiarach równych klatce kliszy (także dla uproszczenia obliczeń). Jak na rysunku 1 prowadzimy proste XX_1 i YY_1, łączące środki przeciwległych boków zdjęć. Wybieramy charakterystyczny punkt N na fotografowanym obiekcie, oznaczamy jego obraz na obu zdjęciach przez n_1 i n_2. Określamy odległości tych punktów od prostych XX_1 i YY_1 na obu odbitkach; niech wynoszą x_1, y_1 dla pierwszej odbitki i x_2, y_2 dla drugiej.



Rys. 1

Aby wyprowadzić wzór na szukaną wysokość, rozważmy sytuację z poniższego rysunku.



Rys. 2

Prostokąty P i Q przedstawiają klatki kliszy w obu aparatach, F_1,F_2 – środki optyczne obiektywów aparatów, a_1, a_2 – środki klatek. Wtedy

$$a_1F_1 = a_2F_2 = F.$$

Niech a_1A_1 i a_2A_2 będą odcinkami prostopadłymi do klatek, gdzie A_1, A_2 leżą na poziomie punktu N. Wtedy

$$a_1a_2 = A_1A_2 = d.$$

Niech n_1, n_2 będą obrazami punktu N. Na prostej A_1A_2 obieramy punkt C tak, że kąt A_2CN jest prosty i przez c_1, c_2 oznaczamy jego obrazy na zdjęciach. Wtedy

$$a_1c_1 = x_1, \qquad c_1n_1 = y_1$$

i analogicznie w drugim aparacie. Z podobieństwa trójkątów mamy proporcje:

$$\frac{A_1C}{x_1} = \frac{A_1F_1}{F} = \frac{CF_1}{F_1c_1} = \frac{CN}{y_1},$$

$$\frac{A_2C}{x_2} = \frac{A_2F_2}{F} = \frac{CF_2}{F_2c_2} = \frac{CN}{y_2}.$$

Z tych proporcji dostajemy $y_1 = y_2$ (to może służyć do kontroli ustawienia aparatów, w praktyce równości raczej nie osiągniemy) oraz

$$\frac{A_1C}{x_1} = \frac{A_2C}{x_2} = \frac{A_1C - d}{x_2}.$$

Stąd

$$A_1F_1 = d\frac{F}{x_1 - x_2},$$

a A_1F_1 można przyjąć za szukaną wysokość. Jeżeli sfotografowaliśmy obłok i pomiary na zdjęciach wyniosły

$$x_1 = 25\,\text{mm}, \quad x_2 = 10\,\text{mm}, \quad y_1 = 24\,\text{mm}, \quad y_2 = 26\,\text{mm},$$

ogniskowa aparatów $F = 135\,\text{mm}$, a odległość $d = 200\,\text{m}$, to po zastosowaniu wzoru

$$H = 200\,\text{m}\frac{135\,\text{mm}}{25\,\text{mm} - 10\,\text{mm}}$$

otrzymujemy wysokość obłoku

$$H = 1800\,\text{m}.$$

Gdyby punkty n_1, n_2 były po różnych stronach YY_1, to punkt C leżałby między A_1, A_2 i wzór miałby postać:

$$H = d\frac{F}{x_1 + x_2}.$$

Jeżeli fotografowany obiekt jest daleko i pionowo ustawiony aparat go „nie widzi”, możemy aparaty ustawić inaczej (na przykład poziomo). Wtedy wzory zmienią się trochę, ale wyprowadzenie jest podobne. Jeżeli zdjęcia nie są wielkości kliszy, odległości mierzone na nich trzeba proporcjonalnie zmniejszyć lub zwiększyć.

Na koniec dodajmy, że na podstawie obniżania się pułapu pewnych typów chmur można przewidywać opady.