

Pierwszą falę zbudował prawie sto lat temu węgierski matematyk A. Haar. Oto ona

$$h(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 0 \leq x < 1/2 \\ -1 & \text{dla } 1/2 \leq x < 1 \\ 0 & \text{w pozostałych przypadkach.} \end{cases}$$

Z definicji natychmiast wynika, że funkcja  $h_{j,k}$  jest zerem poza odcinkiem  $[2^{-j}k, 2^{-j}(k+1)]$ , wobec tego współczynnik  $a_{j,k}$  zależy tylko od wartości, jakie funkcja  $f$  przyjmuje na tym odcinku. Oczywiście funkcje  $a_{j,k}h_{j,k}$ , jak i ich skończone sumy, są nieciągłe.

Następne fale skonstruował w 1981 roku szwedzki matematyk Jan-Olov Strömberg. Jego fale były już ciągłe, a nawet miały kilka pochodnych. Gdzieś około 1986 roku matematyk francuski, Yves Meyer,

skonstruował następne fale i stworzył ogólną teorię. Najczęściej nie istnieje zwarta formuła definiująca falę, natomiast często istnieją efektywne rekurencyjne algorytmy pozwalające obliczać zarówno falę, jak i współczynniki  $a_{j,k}$ .

Co do problemu 3), to praktyczną regułą jest, że dla dobrej fali skończone sumy szeregu  $\sum_k a_{j,k}h_{j,k}(x)$  przybliżają funkcję  $f$  dla wszystkich sposobów obliczania odległości między funkcjami. Na pytanie 2) bardzo często dobra jest odpowiedź najprostszą: do sumy wybierz składniki, w których współczynniki są największe.

Przemysław WOJTASZCZYK

## Stała kosmologiczna

Zaraz po sformułowaniu ogólnej teorii względności w 1916 roku Albert Einstein postanowił zastosować ją do opisu największego istniejącego układu fizycznego – całego Wszechświata. W 1916 roku astronomowie nie wiedzieli jeszcze o tym, że istnieją inne galaktyki i cały Wszechświat utożsamiali z Drogą Mleczną – ogromnym dyskopodobnym skupiskiem gwiazd, które powoli krążą wokół jej centrum. Astronomowie nie byli też pewni, czy gwiazdy wypełniają całą przestrzeń, czy też są skupione w obszarze Drogi Mlecznej, a poza nią istnieje tylko pusta przestrzeń. W obu jednak przypadkach uważano, że rozkład gwiazd jest stacjonarny, a przestrzeń jest statyczna. Einstein szybko przekonał się, że równania ogólnej teorii względności nie mogą opisać takiego statycznego wszechświata. Zawierając astronomicznej wizji Wszechświata Einstein zmodyfikował swoje równania dodając do nich dodatkowy człon – stałą kosmologiczną, który opisywał stałą siłę równoważącą siłę grawitacyjnego przyciągania między gwiazdami. Zakładając, że Wszechświat jest statyczny i ma stałą dodatnią krzywiznę, a więc ma skończoną objętość, Einstein wyprowadził zależność między promieniem krzywizny a średnią gęstością materii we Wszechświecie oraz wyznaczył wartość stałej kosmologicznej. Einstein był bardzo dumny ze swojego modelu Wszechświata. W 1917 roku pisał do M. Grossmanna: *jestem w stanie wewnętrznej euforii. Okazało się, że moja ogólna teoria względności jest kluczem do zrozumienia całego Wszechświata. Gdy tylko astronomowie zmierzają średnią gęstość Wszechświata, będę mógł im powiedzieć, jaki jest on duży.* Euforia Einsteina nie trwała zbyt długo. W 1923 roku Edwin Hubble odkrył, że tak zwane mgławice spiralne, uważane za świecące obłoki gazu, są ogromnymi skupiskami gwiazd – galaktykami – położonymi daleko poza granicami Drogi Mlecznej. Sześć lat później Hubble wykazał, że galaktyki oddalają się od nas z prędkością proporcjonalną do ich odległości. Statyczny model Wszechświata legł w gruzach, a wraz z nim koncepcja stałej kosmologicznej. Wiele lat później Einstein przyznał, że wprowadzenie stałej kosmologicznej było największą pomyłką w jego życiu.

Choć statyczny model Wszechświata odszedł w zapomnienie, nie zapomniano o stałej kosmologicznej. Oto w telegraficznym skrócie dalsze jej losy. O stałej kosmologicznej przypomniano sobie przy pierwszych próbach kwantowania pola grawitacyjnego. W kwantowej teorii pola stan próżni nie musi i wręcz nie może mieć energii dokładnie równej zero. W mechanice kwantowej i klasycznej nie stanowi to problemu, gdyż istotne są jedynie różnice energii. W ogólnej teorii względności natomiast każda postać energii zakrzywia przestrzeń. Energię próżni kojarzono ze stałą kosmologiczną głównie z powodu podobnych praw transformacyjnych. Proste oszacowania pokazują jednak, że gęstość energii próżni o ponad sto rzędów wielkości przewyższa kosmologicznie akceptowalne ograniczenia na wartość stałej kosmologicznej. Do tej pory nie znaleziono zadowalającego rozwiązania tego problemu.

Mniej więcej dziesięć lat temu do pomiaru tempa rozszerzania się Wszechświata astronomowie zaczęli wykorzystywać supernowe typu Ia (są to wybuchające białe karły w układach podwójnych, które powiększyły swoją masę kosztem masy towarzysza ponad dopuszczalną granicę). Z obserwacji dalekich supernowych wynika, że obecnie Wszechświat rozszerza się coraz szybciej zamiast coraz wolniej, tak jak powinien, gdyby zawierał jedynie zwykłą materię. Ten niespodziewany wynik obserwacyjny można wyjaśnić zakładając, że obecnie gęstość energii-materii we Wszechświecie jest zdominowana przez „ciemną energię” lub stałą kosmologiczną. Ten bardzo ważny wynik został ostatnio potwierdzony przez satelitę WMAP, który mierzy anizotropię temperatury promieniowania relikтового. Okazało się, że obecnie Wszechświat składa się w 73% z ciemnej energii, w 23% z ciemnej egzotycznej materii, natomiast zwykła materia stanowi zaledwie 4% średniej gęstości materii (energii). Wyjaśnienie natury ciemnej energii (stałej kosmologicznej) i ciemnej materii jest wielkim wyzwaniem dla kosmologii i fizyki cząstek elementarnych.

Marek DEMIAŃSKI