

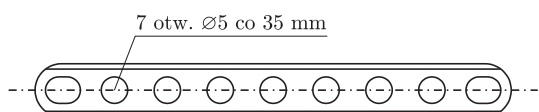
Badamy figury Lissajous

Stanisław BEDNAREK

Obserwacja pewnych zjawisk fizycznych może być okazją, przy której doznajemy niezapomnianych wrażeń estetycznych. Przykładem takich zjawisk są drgania złożone, powstające w wyniku zsumowania wektorowego dwóch drgań prostych, odbywających się wzdłuż kierunków prostopadłych. Tory ruchów ciała wykonującego te drgania złożone są fascynującymi liniami, które od nazwiska ich odkrywcy, francuskiego fizyka żyjącego w latach 1822–1880, nazywane są figurami Lissajous.

Żeby otrzymać figury Lissajous, potrzebne będą: wskaźnik laserowy, taśma klejąca, dwa brzeszczoty pilki do metalu, dwie śrubki M5 × 35 z nakrętkami, klocek drewniany o rozmiarach 30 × 30 × 40 mm, nożyczki, punktak, młotek, kombinerki, linijka, wiertarka elektryczna z wiertłem o średnicy 5 mm, imadło lub ściskacz stolarski i plastelina.

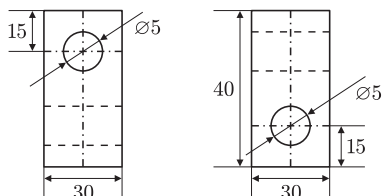
Pracę rozpoczniemy od przygotowania brzeszczotów. Będzie ono polegało na wywierceniu w każdym brzeszczocie siedmiu otworów o średnicy 5 mm rozmieszczonych na jego osi co około 35 mm (rys. 1).



Rys. 1. Rozmieszczenie otworów na brzeszczocie pilki do metalu.

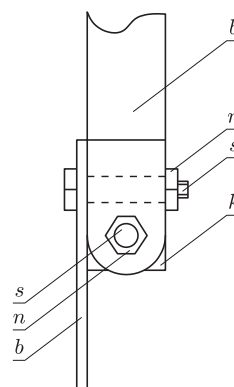
W tym celu najpierw rysujemy oś brzeszczotu i zaznaczamy na niej położenia otworów, w których punktakiem wykonujemy wgłębienia. Brzeszczot mocujemy w imadle lub przyciskamy ściskaczem stolarskim i we wgłębieniach wiercimy otwory. Posługując się wiertarką elektryczną, należy zachować szczególną ostrożność. Młodzi Czytelnicy powinni skorzystać przy tym z pomocy osoby dorosłej. Można zrezygnować z wiercenia dodatkowych otworów i wykorzystać tylko otwory wycięte fabrycznie na końcach brzeszczotów, ale wówczas nie będziemy mogli zmieniać częstotliwości drgań przez zmianę długości drgającej części brzeszczotu.

Następnie wiercimy dwa wzajemnie prostopadłe otwory o średnicy 5 mm w kločku drewnianym, zgodnie z rysunkiem 2.



Rys. 2. Wygląd kločka do połączenia brzeszczotów.

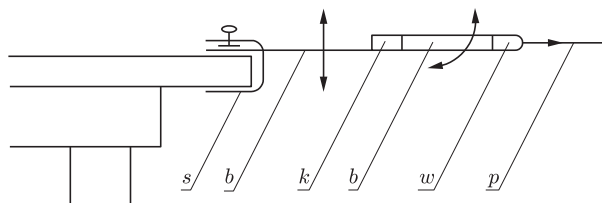
W otwory na końcach brzeszczotów wkładamy śrubki M5, a następnie śrubki te wkładamy do otworów w kločku i przykręcamy brzeszczoty nakrętkami do kločka (rys. 3).



Rys. 3. Sposób połączenia brzeszczotów; *k* – klocek, *s* – śrubka, *n* – nakrętka, *b* – brzeszczot.

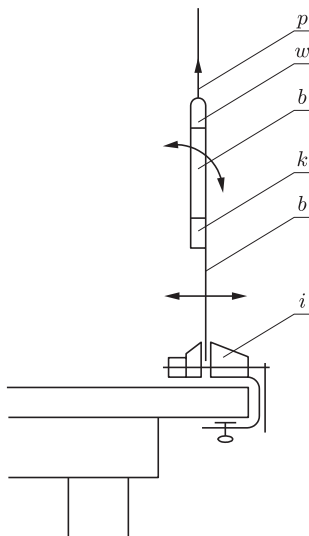
Wskaźnik laserowy owijamy kilka razy taśmą klejącą przy wciśniętym przycisku, tak żeby świecił on w sposób ciągły. Następnie przykładamy wskaźnik laserowy do brzeszczotu pilki do metalu w pobliżu jego końca i przyklejamy do tego brzeszczotu przez kilkakrotne owinięcie taśmą. Wskaźnik powinien świecić w kierunku od kločka. Używając wskaźnika laserowego, należy zachować daleko idącą ostrożność i nie kierować jego promienia bezpośrednio do oka. Nie należy również kierować promienia na błyszczące przedmioty, od których promień ulega odbiciu i może trafić do oka.

Jeżeli mamy ściskacz stolarski, to przymocowujemy nim wolny koniec brzeszczotu do stołu w pozycji poziomej (rys. 4).



Rys. 4. Poziome zamocowanie brzeszczotów za pomocą ściskacza; *k* – klocek, *b* – brzeszczot, *s* – ściskacz stolarski, *w* – wskaźnik laserowy, *p* – promień lasera.

Wówczas figury Lissajous będziemy mogli obserwować na pionowej ścianie, na którą pada promień wskaźnika laserowego. Mając dostęp do imadła, możemy wolny koniec brzeszczotu zamocować w pozycji poziomej albo pionowej. Po zamocowaniu pionowo promień wskaźnika laserowego będzie padał na sufit i tam będziemy mogli obserwować figury Lissajous (rys. 5).

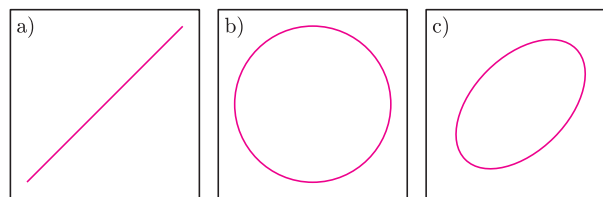


Rys. 5. Pionowe zamocowanie brzeszczotów za pomocą imadła, *i* – imadło, pozostałe litery mają takie samo znaczenie, jak w opisie rys. 4.

Przy zamocowaniu poziomym figury Lissajous zobaczymy na pobliskiej ścianie, podobnie jak przy zamocowaniu za pomocą ściskacza.

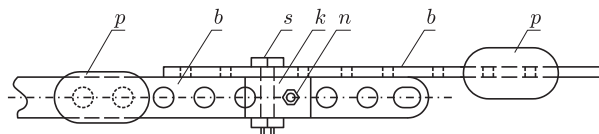
W celu wytworzenia figur Lissajous jedną ręką naciskamy na klocek i w ten sposób uginamy zamocowany brzeszczot. Drugą ręką naciskamy wskaźnik laserowy, uginając pozostały brzeszczot. Puszczamy swobodnie oba brzeszczoty, które pod działaniem sił sprężystości wykonują drgania w kierunkach wzajemnie prostopadłych, wprawiając wskaźnik laserowy w ruch złożony. Promień tego wskaźnika kreśli figury Lissajous na ścianie lub suficie.

W zbudowanym przez nas układzie możemy zbadać wpływ różnych czynników na kształt otrzymywanych figur Lissajous. Najłatwiej jest pokazać wpływ amplitudy, czyli maksymalnego wychylenia ciała drgającego z położenia równowagi. W tym celu jeden z brzeszczotów uginamy bardziej niż drugi i oba puścamy swobodnie. Okazuje się, że wzrost amplitudy powoduje wydłużenie toru ruchu wskaźnika laserowego. W przypadku, gdy częstotliwości drgań są jednakowe, amplitudy równe, a różnica faz, czyli różnica początkowych kątów odchylenia wynosi zero, figura Lissajous staje się odcinkiem linii prostej, nachylonym pod kątem 45° (rys. 6a). Przy jednakowych częstotliwościach i amplitudach, ale różnicy faz równej 90° figura Lissajous jest okręgiem (rys. 6b). Jeżeli natomiast różnica faz będzie inna, to figura Lissajous stanie się elipsą (na rysunku 6c różnica jest równa 45°).



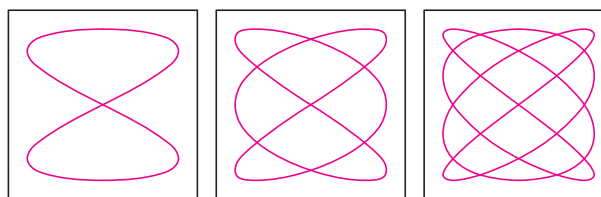
Rys. 6.

Wpływ częstotliwości na kształt figur Lissajous możemy badać dwoma sposobami. Pierwszy z nich polega na zmianie częstotliwości drgań przez zmianę długości drgającej części brzeszczotu. Jego realizacja odbywa się przez odkręcenie śrubek M5, włożenie ich w otwory znajdujące się dalej od końców brzeszczotów i ponownym dokręceniu nakrętek (rys. 7). W tym przypadku obowiązuje prawidłowość, że im krótsza drgająca część brzeszczotu, tym wyższa jest jej częstotliwość drgań. Drugi sposób zmiany częstotliwości polega na zwiększeniu masy drgającej części brzeszczotu. Można to osiągnąć w prosty sposób przez oblepienie brzeszczotu w odpowiednim miejscu plasteliną (rys. 7). W tym przypadku obowiązuje prawidłowość, że im większa masa i im dalej od punktu zamocowania brzeszczotu się ona znajduje, tym mniejsza jest jego częstotliwość drgań.



Rys. 7. Sposób połączenia brzeszczotów dla uzyskania zmiany częstotliwości; *k* – klocek, *s* – śrubka, *n* – nakrętka, *b* – brzeszczot, *p* – plastelina.

Przy różnych częstotliwościach drgań kształt figur Lissajous staje się bardziej skomplikowany. Jeżeli częstotliwości znacznie różnią się, wówczas obserwuje się elipsę podlegającą ciągłej deformacji i kształt figur Lissajous ulega rozmyciu. Gdy jednak stosunek częstotliwości równy jest stosunkowi niewielkich liczb naturalnych, np. 1:2, 2:3, to wówczas powstają krzywe wykazujące interesującą prawidłowość. Stosunek liczby punktów styczności tych krzywych do boków opisanego na nich prostokąta równa się stosunkowi częstotliwości drgań (rys. 8). Prawidłowość ta pozwala wyznaczyć stosunek częstotliwości na podstawie wyglądu figury Lissajous. Jeżeli znana jest jedna z częstotliwości, wówczas można łatwo obliczyć drugą. Wynika stąd, że figury Lissajous mają nie tylko znaczenie estetyczne, ale również praktyczne.



Rys. 8. Figury Lissajous uzyskane dla różnych częstotliwości drgań.