

W tym roku szkolnym odbywa się V Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów (OMG). Mamy więc mały jubileusz. I jest on udany. Rozwiązania zadań z I stopnia nadesłało 1121 uczniów, z których 622 zakwalifikowało się do zawodów II stopnia. Jest to liczba rekordowa, prawie dwa razy wyższa niż w roku ubiegłym (i we wcześniejszych edycjach). To niezwykle cieszy i pokazuje, że OMG zaistniała w gimnazjalnej świadomości. Zadania OMG, mimo że bazują na programie nauki matematyki w gimnazjum, dość znacznie swoim charakterem różnią się od typowych zadań szkolnych. Ich rozwiązanie wymaga sporej pomysłowości i oryginalności myślenia. Rosnący udział i wysoki poziom przygotowania uczestników pokazują, że jest wśród uczniów gimnazjum i wśród nauczycieli, wychowawców tych uczniów, zapotrzebowanie na podejmowanie intelektualnych wyzwań oraz poznawanie i rozwijanie swoich twórczych możliwości. Wśród zadań olimpijskich są łatwiejsze i takie, których rozwiązanie wymaga więcej wysiłku, uporu i pomysłowości. Spośród zadań I stopnia aktualnej edycji najłatwiejsze okazało się zadanie nr 3, a najtrudniejsze zadanie nr 6.

Oto te zadania.

**Zadanie 3.** Liczby całkowite  $a, b, c, d$  spełniają układ równań

$$\begin{cases} a + b + c + d = 101 \\ ab + cd = 200. \end{cases}$$

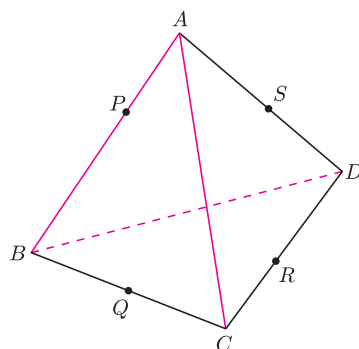
Wykaż, że dokładnie jedna z liczb  $a, b, c, d$  jest nieparzysta.

A to szkice ich rozwiązań.

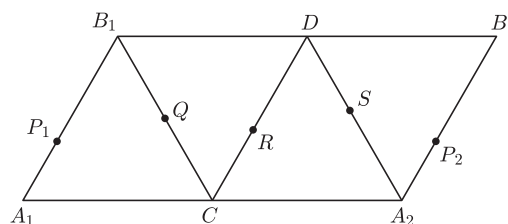
**Zadanie 3.** Z pierwszego równania wynika, że albo dokładnie jedna, albo dokładnie trzy spośród danych liczb są nieparzyste. Jeśli nieparzystych liczb jest 3, to wtedy liczba  $ab + cd$  jest nieparzysta, co przeczy drugiemu równaniu. Wobec tego wśród danych liczb jest dokładnie jedna nieparzysta.

**Zadanie 6.** Czworoscian foremny o krawędzi 1 przecięto płaszczyzną tak, że w przekroju otrzymano czworokąt. Jaki jest najmniejszy możliwy obwód tego czworokąta? Odpowiedź uzasadnij.

**Zadanie 6.** Przekrojem czworoscianu jest czworokąt, więc płaszczyzna przecięła cztery krawędzie czworoscianu. Niech punkty  $P, Q, R, S$  będą położone na krawędziach czworoscianu, jak na rysunku 1. Rozetnijmy kolorowe krawędzie czworoscianu. Otrzymamy siatkę z rysunku 2.



Rys. 1



Rys. 2

Czworokąt  $A_1A_2B_2B_1$  jest równoległobokiem. Jeśli będziemy sklejać tę siatkę, aby otrzymać czworoscian, to skleimy wierzchołki  $A_1$  i  $A_2$  oraz  $B_1$  i  $B_2$ . Wówczas skleją się punkty  $P_1$  i  $P_2$ . Wobec tego czworokąt  $A_1A_2P_2P_1$  jest równoległobokiem i  $|P_1P_2| = |A_1A_2| = 2$ .

Obwód łamanej zamkniętej  $PQRSP$  (niekoniecznie płaskiej) jest równy długości łamanej  $P_1QRS P_2$ . Obwód ten będzie najmniejszy (równy 2), gdy punkty  $Q, R, S$  będą leżały na odcinku  $P_1P_2$ . Wówczas odcinki  $PQ$  i  $RS$  będą równoległe do krawędzi  $AC$ , a więc będą leżały na jednej płaszczyźnie. Taki czworokąt  $PQRS$  będzie czworokątnym przekrojem o najmniejszym obwodzie.

A może ktoś znajdzie inne, ciekawsze, bardziej pomysłowe, czy też ładniejsze rozwiązania?

Więcej informacji o OMG można znaleźć na jej stronie internetowej pod adresem [www.omg.edu.pl](http://www.omg.edu.pl)