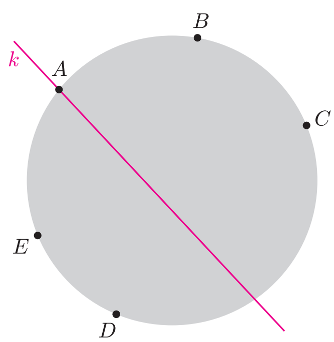
mała delta

Samą linijką można nakreślić okrąg...

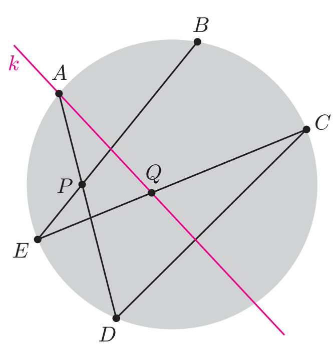
... jeśli ma się 5 jego punktów. No, może trochę przesadziłem... Okręgu tak dosłownie nakreślić nie można, ale można narysować jego kolejnych kilka punktów, nawet gdy te kilka to np. 100 – oczywiście, im większa będzie to liczba, tym dłużej będzie to trwało, bo rysować będziemy te punkty kolejno, po jednym.

Konkretnie będzie tak: przez jeden z danych punktów poprowadzimy dowolną prostą nieprzechodzącą przez żaden z pozostałych i na niej znajdziemy drugi punkt jej przecięcia z (nienarysowanym!) okręgiem, na którym leży danych pięć punktów. Ponieważ prostą możemy zmieniać, więc będzie nam za każdym razem przybywać nowy punkt na okręgu.



Rys. 1

Przepis jest na rysunkach. Jeśli dane są punkty A, B, C, D, E i prosta k przechodząca przez A i nieprzechodząca przez żaden z pozostałych (rys. 1), rysujemy łamaną $ADCEB$. Przecięcie prostej AD z prostą EB oznaczmy przez P, przecięcie EC z k przez Q (rys. 2) i przecięcie PQ z DC przez R. Przecięcie X prostej BR z k (rys. 3) to punkt okręgu.



Rys. 2

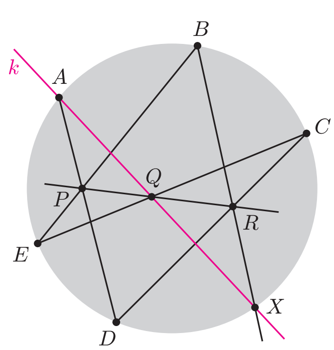
Dlaczego?

A czy to nie wszystko jedno? – Można cyrklem sprawdzić, że się zgadza.

Powstają jednak techniczne pytania, co będzie wynikiem konstrukcji, gdy
- jako k obierzemy prostą styczną do okręgu?
- punkty A, B, C, D, E nie będą leżały na jednym okręgu?

Ciekawe, prawda?

Małą Deltę przygotował Marek KORDOS



Rys. 3

A gdy k będzie styczna – punkt X okaże się punktem A.

Konstrukcja jest poprawna dzięki twierdzeniu Pascala:

Przeciwległe boki sześciokąta wpisanego w stożkową przecinają się w punktach leżących na jednej prostej.

Stożkowa to elipsa (w szczególnym przypadku okrąg), parabola lub hiperbola. Tak więc, biorąc pięć punktów, z których żadne trzy nie leżą na jednej prostej, otrzymamy coraz więcej punktów leżących na jednej z tych krzywych, bowiem – jak głosi twierdzenie Braikenridge'a–Maclaurina – *przez dowolne pięć punktów trójkami niewspółliniowych przechodzi dokładnie jedna stożkowa.*