




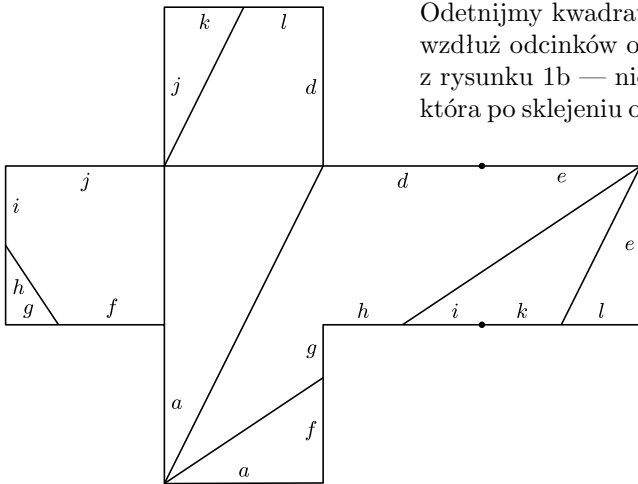
Dwa w jednym

Joanna JASZUŃSKA

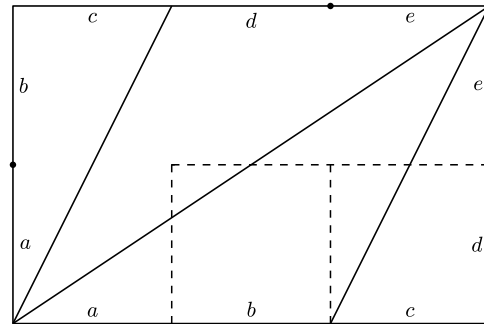
Powierzchnię pewnego wielościanu rozcięto (niekoniecznie wzdłuż krawędzi) i rozłożono, otrzymując płaski wielokąt o kształcie . Czy wyjściowy wielościan musiał być sześcianem?

Okazuje się, że niekoniecznie. Jeśli figurę z rysunku 1a wyciąć, pozginać wzdłuż linii i skleić odcinki oznaczone tymi samymi literami, uzyskamy czworościan! Można się o tym przekonać praktycznie (proszę spróbować, najwygodniej na powiększonej kserokopii), można też teoretycznie, w następujący sposób.

Odetnijmy kwadraty lewy i górny, a następnie doklejmy je do pozostałej części wzdłuż odcinków oznaczonych literami f, g, h, i, k, l . W efekcie uzyskamy figurę z rysunku 1b — nietrudno sprawdzić, że jest to zwykła siatka czworościanu — która po sklejeniu odpowiednich odcinków da tę samą bryłę, co figura z rysunku 1a.



Rys. 1a

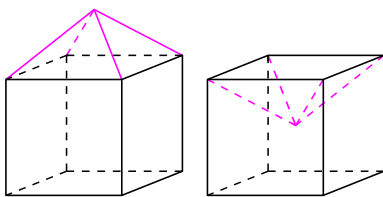
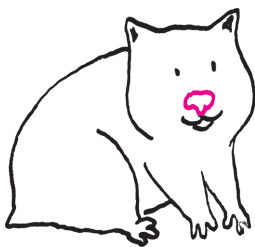


Rys. 1b. Przerwanymi liniami oznaczono ślady po sklejeniu.

Siatkę rozumiemy tu tradycyjnie: płaski wielokąt podzielony na mniejsze wielokąty — ściany wyjściowej bryły.

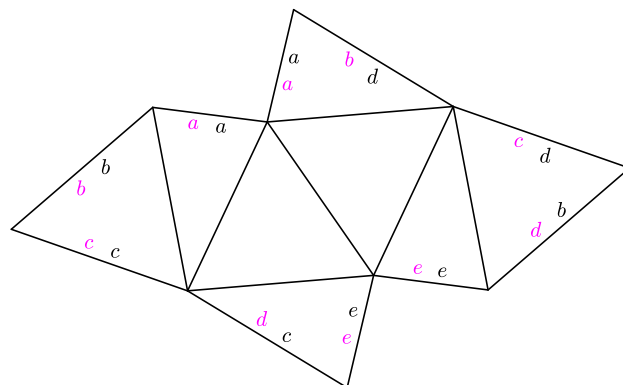
Polecam animację *Metamorphosis of the Cube* (<http://erikdemaine.org/metamorphosis>).

Powyższe podejście jest o tyle nietypowe, że dopuszcza cięcia w poprzek ścian. A czy można wielościan rozłożyć na *siatkę* i następnie złożyć z niej inny wielościan? Łatwo udzielić twierdzącej odpowiedzi, gdy zauważymy, iż rozważane wielościany nie muszą być wypukłe (rys. 2).



Rys. 2. Sześcian z daszkiem i sześcian z wnątką w kształcie daszka mają identyczne siatki.

Zażądajmy więc dodatkowo, by obydwie wielościany były wypukłe. Teraz odpowiedź jest mniej oczywista, ale również okazuje się pozytywna! Siatkę, z której można złożyć dwa różne wielościany wypukłe, przedstawia rysunek 3. Sekret tkwi w tym, że krawędzie tej siatki sklejaemy na różne sposoby.



Rys. 3. Krawędzie oznaczone tymi samymi literami należy skleić. Kolorem oznaczono jeden z możliwych sposobów, na czarno — drugi. Warto skserować w powiększeniu, wyciąć i złożyć!

Dołączmy więc do naszych wymagań kolejny warunek: sklejać należy te same krawędzie siatki. Niestety (a może na szczęście?), tym razem nie istnieją szukane bryły, bowiem *twierdzenie Cauchy'ego o sztywności* orzeka, że siatka wraz z taką „instrukcją klejenia” jednoznacznie wyznacza wielościan wypukły.