

punkty leżą na jednej prostej, to każdy punkt pojawia się na co najmniej dwóch prostych, a zatem każdy składnik postaci  $x_j^2$  występuje co najmniej dwukrotnie w powyższej sumie. Co więcej, ponieważ przez dwa różne punkty przechodzi dokładnie jedna prosta, liczby  $x_j$  i  $x_k$ , gdzie  $j \neq k$ , znajdują się razem w dokładnie jednej sumie. A zatem przy składniku  $x_j x_k$  znajduje się współczynnik 2. W tej sytuacji

$$0 = \sum_{i=1}^m \left( \sum_{j \in \ell_i} x_j \right)^2 \geq 2 \sum_{j=1}^n x_j^2 + 2 \sum_{1 \leq j < k \leq n} x_j x_k = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 + (x_1 + x_2 + \dots + x_n)^2.$$

Stąd jednak wynika, że  $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$ , co stanowi sprzeczność z wyborem liczb  $x_j$ . Kończy to dowód.

Na zakończenie proponujemy dwa zadania, dla których Czytelnik może sam spróbować odnaleźć zaskakujący sposób rozwiązania.

**Zadanie 5.** Wyznaczyć wszystkie liczby rzeczywiste  $x$ , które spełniają równanie  $x^2 + (4x^3 - 3x)^2 = 1$ .

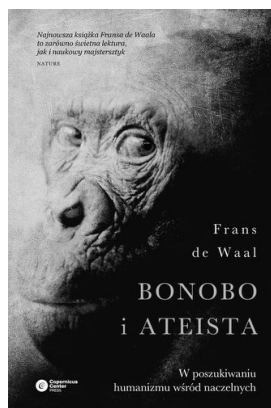
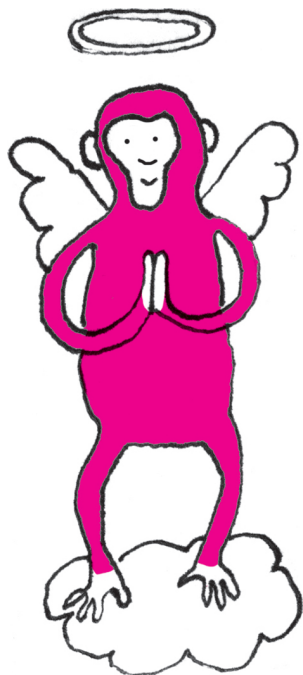
*Podpowiedź.* Wykorzystaj wzór na cosinus kąta potrojonego.

**Zadanie 6.** Dane są takie liczby całkowite dodatnie  $k, n$ , że  $k \leq n - 1$ . Zbiory  $A_1, A_2, \dots, A_k$  są niepustymi podzbiorymi zbioru  $n$ -elementowego  $S$ . Udowodnić, że można pokolorować pewne elementy zbioru  $S$  dwoma kolorami w taki sposób, że spełnione są następujące warunki:

- Każdy element zbioru  $S$  jest albo niepokolorowany, albo pokolorowany na jeden z dwóch kolorów.
- Przynajmniej jeden element zbioru  $S$  jest pokolorowany.
- Dla każdego  $i = 1, 2, \dots, k$  zbiór  $A_i$  jest albo całkowicie niepokolorowany, albo zawiera elementy obu kolorów.

*Podpowiedź.* Przy konstrukcji żądanego kolorowania skorzystaj z podanego wcześniej faktu dotyczącego układu równań.

W kolejnych artykułach przedyskutujemy znacznie dokładniej wybrane metody, ukazujące niezwykle związki w matematyce.



## O dobru jeszcze lepiej

Frans de Waal, *BONOBO i ATEISTA*. W poszukiwaniu humanizmu wśród naczelnych

Copernicus Center PRESS

Człowiek jest elementem biologicznego kontinuum. Myśl ta, narzucająca się, gdy rozważa się cykl rozwojowy człowieka, jego budowę anatomiczną czy też procesy fizjologiczne weń zachodzące, jest nader rzadko przywoływana w dyskusji własności uznawanej niekiedy za specyficznie ludzką –

moralności. Wciąż rośnie jednak liczba i jakość dowodów na to, że wiele zwierząt przejawia skłonności prospołeczne, takie jak umiejętność działania zespołowego albo opieka nad starymi i niezdolnymi członkami stada. Nie da się zatem uciec od pytania, czym takie zachowanie jest – u człowieka i innych zwierząt – uwarunkowane lub, dokładniej, jakie mechanizmy mózgowo są za takie zachowania odpowiedzialne. Istnieją silne argumenty za hipotezą, że to, co u ludzi nazwalibyśmy dobrem, jest postrzegane w kategoriach nagrody, czynienie dobra sprawia zaś przyjemność. Oznacza to, że źródła moralności należy szukać w aspektach funkcjonowania mózgu związanych z motywacją do działania – a więc w przetwarzaniu emocji.

Idea to nienowa, ale i zarazem rewolucyjna. Ślady powyższego rozumowania można znaleźć już w pismach Darwina, ile jednak czasu upłynąć musi, by dotarła wraz z dawką niezbędnej wiedzy do studentów filozofii lub teologii? Przez wieki szukano przecież źródeł moralności poza światem przyrody – Kant uważał, że jest ona konsekwencją rozumowego poznania świata (ale jak, skoro umysł to wytwór mózgu?), wielu ludzi zaś odwołuje się do Boga jako źródła dobra, sprawiedliwości, prawdy i piękna. Czy oznacza to, że poznanie świata metodami nauk przyrodniczych okazuje się fundamentalnie niezgodne z religią?

Wybitny badacz zachowania zwierząt, Frans de Waal, w swej najnowszej książce *Bonobo i ateista* przekonuje, że zarysowany powyżej dylemat jest przesadnie udramatyzowany mimo coraz śmielszego odkrywania tajemnic psychiki ludzkiej i zwierzęcej przez nauki empiryczne. Świetnie udokumentowana, logiczna i pasjonująca opowieść de Waala sprawi przyjemność każdemu czytelnikowi łaknącemu przystępnego wprowadzenia do współczesnej wiedzy o badaniach nad zachowaniami społecznymi zwierząt. A dla wszystkich tych, którzy zastanawiają się niekiedy, jak żyć (obojętnie, czy chodzi o życie własne, czy innych) – powinna być zgoła lekturą obowiązkową.

Pracownia Neurobiologii Emocji, Instytut Biologii Doświadczalnej im. M. Nenckiego PAN Ewelina KNAPSKA