

## Wyniki XXXIV Ogólnopolskiego Sejmiku Matematyków, Szczyrk, 8–11 VI 2017

Konkurs polega na przedstawieniu opracowania jednego z tematów zaproponowanych (wraz z bibliografią) przez Jury lub tematu własnego oraz – w przypadku zakwalifikowania się do finału – krótkim, publicznym zreferowaniu tego opracowania.

**Jury** w składzie: dr hab. Mieczysław Kula – przewodniczący, dr Anna Bień, dr Paweł Błaszczak, dr Anna Brzeska, dr Łukasz Dawidowski, mgr Żywilla Fechner, dr Paweł Gładki, dr Piotr Kalemba, dr Maria Kania-Błaszczak, dr Renata Kawa, dr Marian Podhorodyński, dr Barbara Przebieracz, dr Małgorzata Serwecińska, dr Jolanta Sobera, dr Anna Szczerba-Zubek, **postanowiło przyznać następujące wyróżnienia:**

**I miejsce: Wojciech Kretowicz** – I LO w Bydgoszczy za pracę *Podzielność silni a suma cyfr*, opiekun: mgr Mariusz Adamczak;

**II miejsce: Kacper Bem** – VIII LO w Poznaniu za pracę *O węzłach słów kilka*, opiekun: mgr Joanna Politarczyk, dr Wojciech Politarczyk oraz **Mateusz Matczak** – II LO w Zduńskiej Woli za pracę *Nierówności izoperymetryczne*, opiekun: dr inż. Renata Długosz, dr Krzysztof Pieszyński;

**III miejsce: Patryk Matusiak** – VIII LO w Poznaniu za pracę *Liczby Ramseya*, opiekun: mgr Joanna Politarczyk oraz **Gabriela Pietras** – Publiczna Szkoła Podst. w Leszczynie, za pracę *Kolorowanie szachownic*, opiekun mgr Martha Łącka.

W głosowaniu publiczności na najlepszą prezentację **nauczyciele nagrodzili Grzegorza Janosza** – I LO w Pszczynie, praca *Problemy problemów* oraz **Wojciecha Kretowicza**, **a uczniowie Tymoteusza Ciesielskiego** – LO w Pszczynie, praca *Racjonalny, ale czy najlepszy?* oraz **Wojciecha Kretowicza**.

Sejmiki organizuje Pracownia Matematyki i Informatyki Pałacu Młodzieży w Katowicach we współpracy z Uniwersytetem Śląskim; [www.spinor.edu.pl](http://www.spinor.edu.pl)

## Małe Wszechświaty

Astrofizycy ostatnio twierdzą, że „Wszechświat jest płaski”, co w ich żargonie oznacza, iż średnia krzywizna Wszechświata jest równa zeru (i tylko lokalnie jest zakłócana przez grawitację). Jeśli mają rację, to matematyka dowodzi, że Wszechświat przyjmuje jeden z 18 możliwych kształtów.

Wynika to z twierdzenia Felixa Kleina, które głosi, że **wszystkie lokalnie euklidesowe rozmaitości powstają z przestrzeni euklidesowej przez podzielenie jej przez jednostajnie nieciągłe podgrupy izometrii**. Wyjaśnijmy te terminy (rzecz jasna od końca).

Izometrie to przekształcenia zachowujące odległości. Grupa przekształceń to taki ich zbiór, w którym jest identyczność, wraz z każdym przekształceniem jest odwrotne do niego, a wraz z każdymi dwoma – ich złożenie. Podgrupa izometrii jest jednostajnie nieciągła, gdy każde z jej przekształceń odrzuca każdy niestały punkt co najmniej na z góry ustaloną odległość.

Podzielenie przez grupę polega na utożsamieniu (sklejeniu) tych wszystkich punktów, które dadzą się nałożyć przez któreś z przekształceń grupy.

Jeśli chcemy, by nasz model Wszechświata był ograniczony (czyli, by odległości w nim nie przekraczały jakiejś wielkości, np. 5 mld lat razy prędkość światła) i był orientowalny (patrz np. *Co zobaczyła Alicja...*, *Delta* 5/2017), to liczba możliwości maleje do sześciu. Te właśnie modele nazywa się Małymi Wszechświatami – chwilowo nie potrafimy stwierdzić, czy Wszechświat „wybrał” któryś z nich.

Grupy określające te rozmaitości są wyznaczone, odpowiednio, przez przekształcenia  $T_v, T_w, T_u$  ( $v, w, u$  nie leżą w jednej płaszczyźnie);  $T_v, T_w, R_{u,k,\pi}$  ( $v \perp u \perp w$ );  $T_v, T_w, R_{u,k,\pi/2}$  ( $|v| = |w|, v \perp u \perp w, \angle v w = \pi/2$ );  $T_v, T_w, R_{u,k,\pi/3}$  (jak poprzednio, tylko  $\angle v w = \pi/3$ );  $T_v, T_w, R_{u,k,\pi}$  (jak poprzednio, tylko  $\angle v w = 2\pi/3$ );  $R_{v,k,\pi}, R_{w,l,\pi}$  ( $v \perp w, k$  i  $l$  skośne).

Ten pierwszy Mały Wszechświat powstaje z równoległocią, w którym zlepiła się przednia ściana z tylną, lewa z prawą i górna z dolną. Wyobrażenie pozostałych pozostawiam Czytelnikom.

M. K.

Przesunięcia o naturalne wielokrotności danego wektora  $v$  tworzą jednostajnie nieciągłą podgrupę izometrii: odrzucają każdy punkt co najmniej o  $|v|$ .

Podzielenie płaszczyzny przez grupę z powyższego przykładu daje powierzchnię walca. Można to sobie wyobrazić w ten sposób: na przezroczystej folii rysujemy w jednakowych odstępach równoległe proste odległe o  $|v|$ , a następnie zwijamy folię tak, by widzieć tylko jedną prostą.

Natomiast grupy astrofizyków wybierają dla siebie któryś z Małych Wszechświatów i piszą prace o tym, co by było, gdyby tak było; np. *Wszechświat w łazience*, *Delta* 1/2013.

$T_v$  to przesunięcie o wektor  $v$ , a  $R_{v,k,\alpha}$  to ruch śrubowy, czyli złożenie przesunięcia o wektor  $v$  z obrotem względem prostej  $k$  (równoległej do  $v$ ) o kąt  $\alpha$ ; patrz *Rzut butem...*, *Delta* 11/2015.