



mała delta

Gwiazda potęgowa

Dawno, dawno temu żył sobie beztrąsko król wraz ze swoją piękną córką. Jak to czasem w zbyt szczęśliwych królestwach bywa, pewnego razu czarnoksiężnik przybył na dwór, żeby porwać królową i uwięzić ją w swojej upiornej wieży. Zgodnie z zasadami dobrego wychowania mrocznych czarodziej, do których należał, musiał dać mieszkańcom królestwa możliwość ocalenia królowy przed swoim nieczym planem. Czarodziej wyciągnął zza pazuchy kartkę, na której były narysowane dwa odcinki i rzucił:

– Krótszy z narysowanych odcinków ma długość 1, dłuższy a . Żądam odcinka długości $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$!

Król pochylił się nad kartką, zmarszczył czoło i po chwili odparł z wielką ulgą:

– Przecież to proste! Wystarczy wziąć linijkę, zmierzyć dłuższy odcinek, obliczyć wartość a^5 i odmierzyć odcinek o obliczonej długości a^5 .

– Oczywiście w zadaniu jest pewien kruczek. . .

– kruczki były dobrą czarodziejską praktyką. – Zaczarowałem wszystkie linijki w królestwie tak, że zniknęły z nich podziałki. Do dyspozycji masz jedynie odcinki długości 1 i a , których nie sposób dokładnie zmierzyć, linijkę bez podziałki oraz cyrkiel. – uśmiechnął się przebiegle.

Król czym prędzej wyciągnął swoją królewską linijkę i, o zgrozo, stwierdził, że podziałka faktycznie zniknęła. Sposepniał. . . W głowie pobrzmiwały mu przekłete słowa pewnego mędrca, że w matematyce nie ma specjalnej drogi dla królów.

– Królu, masz czas do jutra, do godziny będącej najmniejszą liczbą naturalną, mającą dokładnie sześć różnych dzielników! Jeśli do tego czasu nie otrzymam rozwiązania, królowa zostanie zamknięta w mojej wieży na zawsze! – rzekł czarnoksiężnik głosem tak donośnym, że echo rozniosło po królestwie wieść o zadaniu w tempie wykładniczym.

Wielu mieszkańców królestwa próbowało je rozwiązać, ale suma wyników ich starań niezmiennie

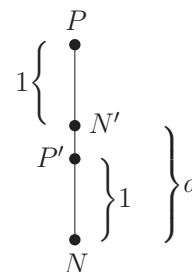
była zbiorem pustym. A czas uciekał. . . Dopiero nad ranem następnego dnia zadanie dotarło do pewnego rycerza, będącego z zamiłowania geometrą. Rozważał właśnie sprawę zakupu kanapy. Chciał, żeby była możliwie jak największa, ale na tyle mała, żeby można było ją przesunąć korytarzem w kształcie litery L i szerokości 1 metra. Problem okazał się trudniejszy, niż rycerzowi się zdawało (*problem przesunięcia sofy*) i stwierdził, że dobrze byłoby na chwilę oderwać się od bieżącego zajęcia. Zastanowił się chwilę nad sprawą odcinków czarnoksiężnika, zakręcił swoim wąsem, zastanowił się kolejną chwilę i czym prędzej pognął do królewskiego pałacu zaprezentować rozwiązanie. Dotarł tuż przed dwunastą i rzekł ciepłym głosem do zapłakanej królowy:

– Wiem, jak rozwiązać zadanie czarodzieja.

Król, zaskoczony pewnością siebie rycerza, zarządził.

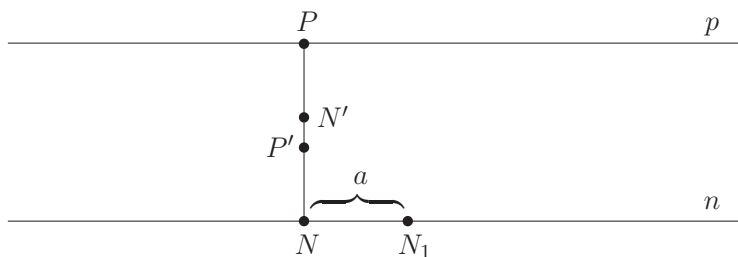
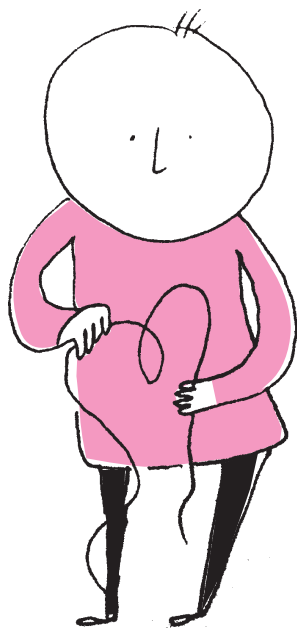
– Dajcie mu papier. Niezwłocznie podano mu kartkę oraz uzbrojenie w postaci ołówka, cyrkla i nawet królewskiej linijki.

– Mamy odcinki długości 1 i a . Skonstruowanie odcinka długości $a + 1$ to nie problem, oznaczmy go NP . Następnie na tym odcinku zaznaczamy takie punkty N' oraz P' , że $|NN'| = |N'P'| = 1$. Z pomocą cyrkla to zupełna błahostka.

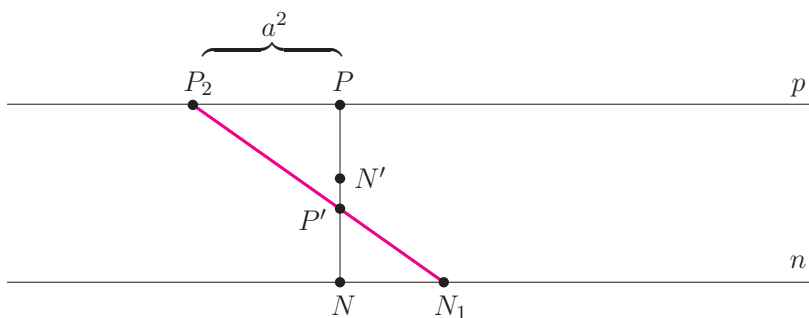


– Teraz prowadzimy proste n i p prostopadłe do odcinka NP i zawierające, odpowiednio, punkty N i P . – tutaj rycerz namachał się nieco cyrkiem.

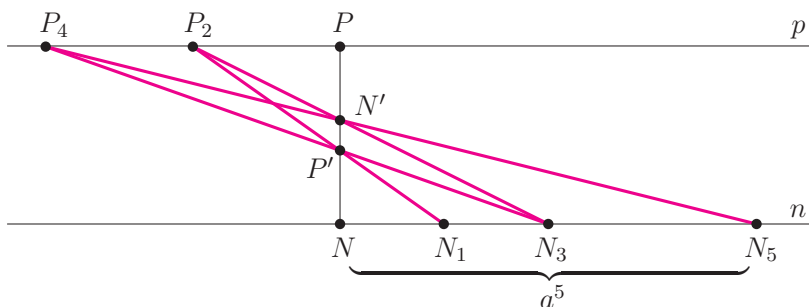
– Na prostej n zaznaczamy punkt N_1 tak, że $|NN_1| = |NN'| = a$. Jesteś już tak blisko!



– Przez punkty N_1 i P' prowadzimy prostą. Punkt jej przecięcia z prostą p oznaczmy P_2 . Długość odcinka PP_2 jest równa a^2 .



– Z punktu P_2 prowadzimy prostą, przechodzącą przez punkt N' . Punkt jej przecięcia z prostą n oznaczmy przez N_3 . Długość odcinka NN_3 to a^3 . Jeszcze raz, podobnie, przechodzimy przez punkt P' , otrzymując punkt P_4 . Potem przechodzimy przez punkt N' i otrzymujemy punkt N_5 . Odcinek NN_5 jest rozwiązaniem Twojego zadania, czarnoksiężniku.



Czarnoksiężnik już przy punkcie N_1 zrozumiał swoją sromotną klęskę. Dobrze wiedział, że odcinek NN_5 ma długość a^5 . Rycerz widząc pokonaną minę czarodzieja, rzekł zuchwale:

– W mig mogę skonstruować odcinek długości a^6 czy a^{12} . Nawet więcej, delikatnie modyfikując metodę, mogę otrzymać odcinki o długości $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{a^5}$, czy $\frac{1}{a^{10}}$.

Królowna w lot pojęła, na czym polegała metoda rycerza i sama, tak dla rozrywki, zaczęła konstruować odpowiednie odcinki.

– Ciekawe... Rycerzu, w Twojej metodzie łamana powstająca z odcinków między prostymi równoległymi przypomina gwiazdę. Nazwijmy ją gwiazdą potęgową!

Dobre wychowanie czarnoksiężnika kazało mu pogratulować rycerzowi, odczarować wszystkie linijki w królestwie i zniknąć do czasu, kiedy wszyscy o nim zapomną. Królowna, zobaczywszy, jak biegly

w geometrii jest jej wybawca, zgodziła się zostać jego żoną. Rycerz został królewiczem i długo i szczęśliwie zabawiał księżniczkę geometrią, pokazał między innymi, w jaki sposób mając dane dwa odcinki a i b , konstruować odcinek, którego długość jest iloczynem a i b , opowiedział o problemie sofy. Oczywiście, żyli też długo i szczęśliwie i codziennie wieczorem w blasku zamkowego kominka wspólnie radośnie uprawiali matematykę.

Małą Deltę przygotował Bartłomiej PAWLIK