

Trzęsienia ziemi i płyty litosferyczne

Marek GRAD*

*Instytut Geofizyki, Wydział Fizyki,
Uniwersytet Warszawski



Rozwiązanie zadania M 1610.

Sposób I

Nazwijmy trójkąt wyznaczony przez trzy spośród wierzchołków danego n -kąta czadowym. Zauważmy, że skoro każde dwa jednokolorowe odcinki są równoległe, to każdy czadowy trójkąt ma różnokolorowe boki. Liczba trójkątów kolorów jest równa liczbie czadowych trójkątów, więc do rozwiązania zadania wystarczy wykazać, że każde dwa różne czadowe trójkąty mają różne zbiory kolorów boków.

Przypuśćmy, że istnieją dwa różne trójkąty czadowe o tych samych kolorach boków. Z konstrukcji kolorowania odcinków wynika więc, że mają one parami równoległe boki, a więc są jednokładne. Skoro są wpisane w ten sam okrąg (opisany na danym n -kącie foremnym), to są przystające, a rozważana jednokładność jest symetrią względem środka tego okręgu. To jednak oznacza, że pewne dwa wierzchołki danego n -kąta wyznaczają średnicę tego okręgu, co z kolei przeczy założeniu, że n jest liczbą nieparzystą. Uzyskana sprzeczność kończy rozwiązanie zadania.

Sposób II

Oznaczmy kolejne wierzchołki danego n -kąta kolejnymi resztami z dzielenia przez n i zauważmy, że odcinki ab oraz cd mają ten sam kolor wtedy i tylko wtedy, gdy

$$a + b \equiv c + d \pmod{n}.$$

Oznaczmy ten kolor wspólną wartością obu stron powyższej kongruencji modulo n .

Ustalmy trzy różne kolory x, y, z . Trójkąt abc ma boki bc, ca, ab odpowiednio w tych kolorach wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\begin{cases} b + c \equiv x \pmod{n} \\ c + a \equiv y \pmod{n} \\ a + b \equiv z \pmod{n}, \end{cases}$$

czyli gdy

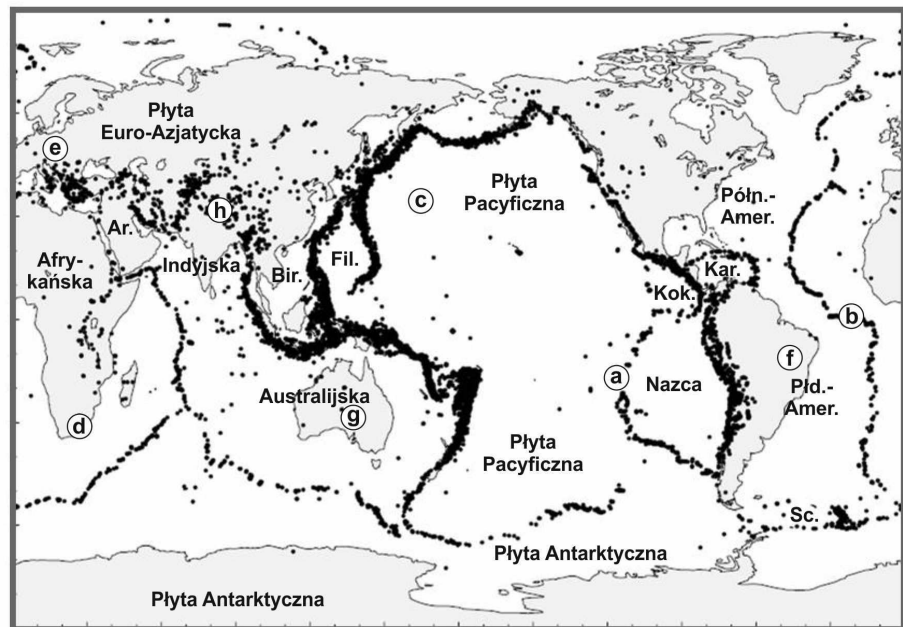
$$a \equiv \frac{n+1}{2}(y+z-x) \pmod{n},$$

$$b \equiv \frac{n+1}{2}(z+x-y) \pmod{n},$$

$$c \equiv \frac{n+1}{2}(x+y-z) \pmod{n}.$$

Ponieważ n jest liczbą nieparzystą, więc trójka (a, b, c) jest wyznaczona jednoznacznie z dokładnością do reszty z dzielenia przez n .

Niemal każdego tygodnia docierają do nas informacje o silnych trzęsieniach ziemi. Wiele z nich niesie za sobą katastrofalne skutki, powodując śmierć tysięcy ludzi i ogromne zniszczenia. Takie trzęsienia ziemi nawiedziły Japonię, Turcję, Alaskę, Nepal, Haiti, Włochy, Chile... Można by postawić pytanie, czy miejsca te są przypadkowe? Okazuje się, że nie. Zdecydowanie nie. Pokazuje to dobitnie rysunek 1, na którym przedstawione zostały epicentra wybranych trzęsień ziemi z lat 1977–1994. Wyraźnie widać, że układają się one w stosunkowo wąskie strefy. Pierwsza strefa, wokółpacyficzna – to miejsce najczęstszych, najsilniejszych i najgłębszych trzęsień ziemi (tzw. „pierścień ognia”). Druga strefa to tak zwany pas transkontynentalny, ciągnący się od południowo-wschodniej Azji poprzez Tybet i Himalaje do basenu Morza Śródziemnego. W „erze sejsmografów” okazało się, że trzęsienia ziemi występują również na oceanach. Są one tam jednak znacznie słabsze, płytsze i koncentrują się w bardzo wąskich strefach, w osiowych częściach grzbietów oceanicznych – wielkiego podmorskiego łańcucha górskiego o długości ok. 40 000 km!



Rys. 1. Mapa sejsmiczności Ziemi. Kropki oznaczają epicentra wybranych trzęsień ziemi z lat 1977–1994 (na podstawie katalogów PDE i ISC). Strefy sejsmiczne wyznaczają krawędzie płyt litosferycznych i są miejscem najczęstszych i najsilniejszych trzęsień ziemi. Wnętrza płyt są zwykle obszarami asejsmicznymi, na których trzęsienia nie występują, a jeśli występują, to słabe i bardzo rzadko. Oznaczenia mniejszych płyt litosferycznych: Ar. – Arabska; Bir. – płyta Birmy; Fil. – Filipińska; Kar. – Karaibska; Kok. – Kokosowa; Sc. – płyta Scotia. Kółkami oznaczone są miejsca, dla których modele zostały przedstawione na rysunku 3.

Trzęsienia ziemi, szczególnie te najsilniejsze, występują na obrzeżach płyt litosferycznych i są wynikiem przemieszczania się płyt względem siebie. Źródłem tego ruchu, swego rodzaju napędem dla płyt, są procesy konwekcyjne zachodzące głęboko we wnętrzu Ziemi. Pod wpływem przemieszczania się w strefach kontaktu płyt następuje gromadzenie naprężeń w sztywnej litosferze, a do trzęsienia ziemi dochodzi, gdy naprężenia przekroczą wytrzymałość ośrodka skalnego. Poza zniszczeniami w obszarze epicentralnym, trzęsienia ziemi generują fale sejsmiczne (fale sprężyste), które rozchodzą się w ośrodku sprężystym, a swą nazwę zawdzięczają temu, że są generowane przez wstrząsy (z greckiego: $\sigma\epsilon\iota\sigma\mu\omicron\varsigma$ – *seismos*). Z fal sejsmicznych najszybsze są objętościowe fale podłużne P i fale poprzeczne S (z łaciny: *primae* i *secundae*), poprzedzające nadejścia fal powierzchniowych.



Rozwiązanie zadania F 982.

Średnia energia kinetyczna E_k ruchu postępowego cząsteczki gazu w temperaturze T wynosi $E_k = 3kT/2$, gdzie k oznacza stałą Boltzmana. Średnia energia kinetyczna $E_k = mv^2/2$, gdzie v^2 to średni kwadrat prędkości, a m jest masą cząsteczki. Azot jest gazem dwuatomowym, a więc masa jego cząsteczki wynosi $m = (2A/N_A)g$, gdzie N_A oznacza stałą Avogadro. Warunkiem uwolnienia się cząsteczki od przyciągania Ziemi jest osiągnięcie przez nią energii kinetycznej równej energii przyciągania grawitacyjnego:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{r} = mgr,$$

gdzie G to stała grawitacyjna, a M i r oznaczają, odpowiednio, masę i promień Ziemi. Otrzymujemy związek:

$$\frac{3}{2}kT = mgr.$$

Podstawiając masę cząsteczki i korzystając z faktu, że $R = N_A k$, dostajemy:

$$T = \frac{2grm}{3k} = \frac{4grA}{3R} \cdot 10^3 \text{ kg} \simeq 1,41 \cdot 10^5 \text{ K}.$$

Więcej o falach S i P oraz ich zastosowaniu w badaniach wnętrza Ziemi pisał autor w Δ_{16}^1 w artykule wyróżnionym Nagrodą Dziekanów w roku akademickim 2016/2017.



Rozwiązanie zadania M 1609.

Zauważmy, że dla dowolnych różnych liczb całkowitych x, y ma miejsce podzielność

$$x - y \mid P(x) - P(y).$$

Istotnie, oznaczając $P(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k$,

mamy

$$P(x) - P(y) = \sum_{k=0}^n a_k (x^k - y^k),$$

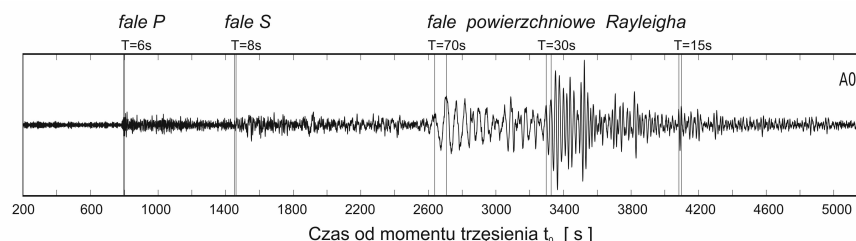
a każda z liczb $x^k - y^k$ jest podzielna przez $x - y$ (w razie potrzeby przyjmujemy $0^0 = 1$).

Korzystając z przywołanego spostrzeżenia, możemy zapisać

$$\begin{aligned} a &\mid P(a+b) - P(b), \\ b &\mid P(a+b) - P(a), \end{aligned}$$

co w połączeniu z założeniami zadania prowadzi do wniosku, że $P(a+b)$ jest liczbą podzielną zarówno przez a , jak i przez b . Pozostaje skorzystać z założenia, że liczby a i b są względnie pierwsze.

Fale powierzchniowe mają największą amplitudę i silną dyspersję, czyli zależność prędkości fali od okresu. Powoduje to, że fale o różnych częstotliwościach docierają do detektora z różnymi opóźnieniami. Krótsze fale powierzchniowe płycej penetrują wewnątrz Ziemi – tu prędkości fal są mniejsze i czas przebiegu jest dłuższy. Fale dłuższe zaś głębiej penetrują wewnątrz Ziemi – tam prędkości fal są większe, a czas przebiegu jest mniejszy. Zjawisko to dobrze ilustruje rysunek 2, który przedstawia sejsmogram filipińskiego trzęsienia ziemi zarejestrowanego przez stację A0 sieci Wydziału Fizyki UW „13 BB star” w północnej Polsce. Jest to zapis sejsmografu szerokopasmowego, tzn. takiego, który obejmuje pełny zakres okresów fal sejsmicznych (o okresie od 0,01 s do 120 s). Taki zakres pozwala jednocześnie rejestrować „krótkie” fale objętościowe i „długie” fale powierzchniowe Rayleigha. W tym przypadku charakterystyczne okresy fal P i S wynoszą odpowiednio 6 s i 8 s. Ciąg fal powierzchniowych charakteryzuje się okresami zmieniającymi się od 70 s do 15 s.



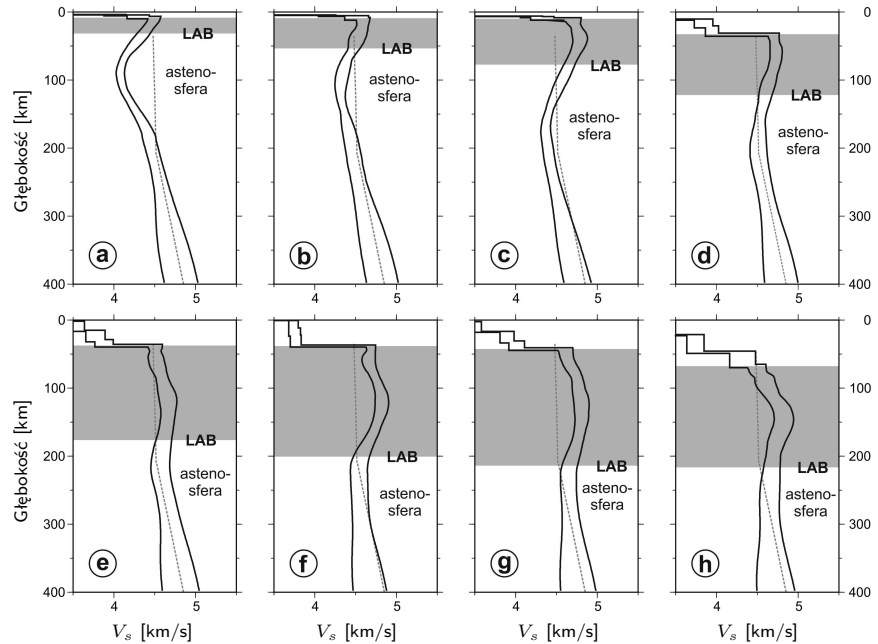
Rys. 2. Sejsmogram trzęsienia ziemi zarejestrowanego przez szerokopasmowy sejsmograf sieci „13 BB star” w północnej Polsce. Trzęsienie ziemi o magnitudzie 7,1 wystąpiło 15 października 2013 r. na Filipinach. Współrzędne epicentrum: 91,42°N, 124,16°E, a ognisko znajdowało się na głębokości 7 km. Widoczne są wystąpienia fal objętościowych P i S o okresach odpowiednio 6 s i 8 s. Fale powierzchniowe wykazują dyspersję, a na sejsmogramie zaznaczone zostały trzy wybrane okresy: 70 s, 30 s i 15 s.

W wyniku rejestracji setek tysięcy trzęsień ziemi przez tysiące stacji sejsmologicznych na całym świecie powstał zbiór danych w postaci milionów sejsmogramów fal powierzchniowych. Fale przebiegają po różnych trasach, co pozwala odtworzyć trójwymiarowy model (3D) rozkładu prędkości V_s w górnym płaszczu Ziemi. Metoda ta nosi nazwę tomografii sejsmicznej, a jej idea jest podobna do tomografii w medycynie.

Modele zależności prędkości fal S od głębokości pokazują duże zróżnicowanie struktury do głębokości 400 km, w tym warstwę obniżonych prędkości. Poniżej stosunkowo cienkiej kontynentalnej i oceanicznej skorupy ziemskiej (skały osadowe, granity, bazalty, gabra), tj. poniżej granicy Moho, występuje skalny płaszcz, zbudowany głównie z krzemianów (oliwiny, perydotyty, dunity). Litosfera (z greckiego: $\lambda\iota\theta\omicron\varsigma$ – *litos*, sztywny) jest sztywną, zewnętrzną sferą Ziemi, w skład której wchodzi skorupa ziemska i sztywna część górnego płaszczu. Sztywna litosfera jest podścielona elastyczną astenosferą (z greckiego: $\alpha\sigma\theta\epsilon\iota\omega\varsigma$ – *astenos*, słaby), która charakteryzuje się znaczną plastycznością i warstwą obniżonych prędkości fal S w stosunku do wyżej leżącej litosfery. Różnica własności skał płaszczu (sztywny/elastyczny) wynika ze wzrostu temperatury z głębokością. Temperatura jest też czynnikiem decydującym o tym, na jakiej głębokości znajduje się granica między litosferą i astenosferą (z angielskiego: LAB – *lithosphere-asthenosphere boundary*). Granicę LAB badamy za pomocą fal sejsmicznych. Ośrodek o prędkościach większych jest interpretowany jako chłodniejszy (litosfera), a ośrodek o prędkościach mniejszych jako cieplejszy (astenosfera).

Rozkłady prędkości fal do głębokości 400 km wykazują ogromne zróżnicowanie w zależności od miejsca na kuli ziemskiej. Przykłady rozkładów prędkości V_s obejmujących układ litosfera-astenosfera są przedstawione na rysunku 3. Głębokość LAB zmienia się w szerokim zakresie od około 30 km do około 220 km. Najcieńsza litosfera występuje w osiowych strefach grzbietów śródoceanicznych, a jej grubość wynosi zaledwie 30–50 km (rys. 3 a, b). W leżącej niżej astenosferze spadek prędkości V_s osiąga nawet 0,5 km/s. Obszary starych oceanów charakteryzują się grubszą litosferą, około 80 km (rys. 3 c). Zdecydowanie

grubsza jest litosfera kontynentalna, gdzie jej grubość osiąga 120–170 km (rys. 3 d, e), a kontynentalne obszary prekambryjskie, w wieku miliarda lat i więcej, mają litosferę o grubości nawet do 200–220 km (rys. 3 f, g, h).



Rys. 3. Modele budowy górnego płaszczka Ziemi do głębokości 400 km. Czarne linie pokazują korytarz akceptowanych wartości V_s . Rozkłady prędkości dla różnych regionów Ziemi (ich lokalizacja jest pokazana na rys. 1), kolejno dla skorupy ziemskiej (kontynentalnej i oceanicznej), dolnej litosfery (zaznaczonej na szaro) i astenosfery. Głębokość LAB zmienia się od 30 km do 220 km. Linia przerywana pokazuje prędkość wg modelu. Modele na podstawie: http://ciei.colorado.edu/~nshapiro/MODEL/plot_forms.html#1dprofile.

Co powoduje, że struktura litosfery jest tak bardzo zróżnicowana? Czy układ litosfera-astenosfera jest układem statycznym, czy dynamicznym? Odpowiedzi na te pytania to temat na kolejny artykuł.

Kalendarz marsjański

Lech FALANDYSZ

Na Marsie długość doby zbliżona jest do długości doby ziemskiej. Jednak ludzie, którzy przybędą na czerwoną planetę, będą potrzebowali specjalnego kalendarza w celu powiązania rachuby czasu z widowym ruchem Słońca. Związane jest to z koniecznością liczenia dłuższych odstępów czasu, które, tak jak na Ziemi, można nazwać tygodniami, miesiącami i latami. Ludzie na Marsie będą mieli do dyspozycji dwa kalendarze: miejscowy marsjański oraz ziemski. Jaki powinien być kalendarz marsjański? Poniżej zaproponuję jedną z jego wersji.

Zanim utworzymy kalendarz marsjański, musimy dokonać analizy dwóch ruchów Marsa – rotacji oraz obiegu wokół Słońca. Obliczenia będą przybliżone, ponieważ nie weźmiemy pod uwagę znikomego wpływu precesji osi planetarnej oraz znikomych zmian okresu rotacji. Okresy rotacji (T_{rot}) i obiegu (T_{ob}) według ziemskiego zegara mierzącego czas średni słoneczny wynoszą:

$$T_{rot} = 24^h 37^m 23^s = 1,0260 \text{ doby ziemskiej};$$

$$T_{ob} = 1,8810 \text{ lat ziemskich} = 1,881 \times 365,2422 \text{ dób ziemskich} = 687,0206 \text{ dób ziemskich}.$$

Oznacza to, że podczas jednego obiegu wokół Słońca liczba obrotów Marsa wokół swojej osi wynosi: $T_{ob} : T_{rot} = 669,61$.

Obliczymy, jak długo trwa na Marsie średnia doba słoneczna, która będzie podstawą do konstrukcji marsjańskiego kalendarza. Pomocny będzie tu rysunek przedstawiający orbitę Marsa (przybliżoną do okręgu) i trzy pozycje planety na tej orbicie – A, B i C. Kreski prostopadłe do powierzchni planety oznaczają

