

Rys. 9

zaskakujące szczególne rozwiązania. Okazuje się na przykład, że przy odpowiednim wyborze warunków początkowych trzy ciała, oddziałujące na siebie tylko grawitacyjnie, mogą podążać za sobą, kreśląc trajektorię „ósemki” (rys. 9). Numerycznie zaobserwował to Chris Moore (1993 r.), a w 2000 roku udowodnili to formalnie Richard Montgomery i Alain Chenciner. Ta w gruncie rzeczy ciekawostka zainspirowała niektórych do poszukiwania rozmaitych „choreografii”, w których cząstki oddziałujące grawitacyjnie pływają po specyficznych trajektoriach.

Wiemy też dzisiaj, że w przypadku większej liczby obiektów mogą dziać się jeszcze bardziej dziwne rzeczy. W 1988 roku Jeff Xia pokazał, że można skonstruować taki układ pięciu ciał, w którym cztery ciała krążą po eliptycznych orbitach, a piąte oscyluje między nimi tak, że w skończonym czasie osiąga nieskończoną szybkość, przy czym wszystko to odbywa się bez żadnych zderzeń. Podobny wynik udało się niedawno osiągnąć już dla czterech ciał.

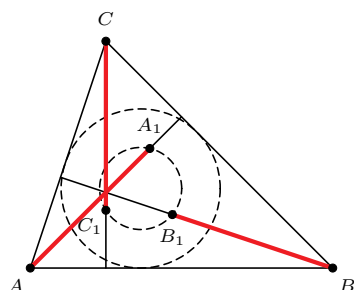
Te publikowane niedawno wyniki, o których tu wspominamy, są ciekawe i pobudzają wyobraźnię, ale są niepomierne trudniejsze do wprowadzenia i jednocześnie nie są już tak rewolucyjne, jak genialny wynik Newtona. Cóż, Amerykę odkrywa się tylko raz. . .



## Zadania

Przygotował Dominik BUREK

Redaktor zadań matematycznych od 2021 roku.



**M 1765.** Na wysokościach  $AA_0$ ,  $BB_0$ ,  $CC_0$  trójkąta ostrego nierównobocznego  $ABC$  zaznaczono, odpowiednio, punkty  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  w taki sposób, że  $AA_1 = BB_1 = CC_1 = R$ , gdzie  $R$  jest promieniem okręgu opisanego na trójkącie  $ABC$ . Udowodnić, że środek okręgu opisanego na trójkącie  $A_1B_1C_1$  pokrywa się ze środkiem okręgu wpisanego w trójkąt  $ABC$ .

Rozwiązanie na str. 10

**M 1766.** Łazik księżycowy porusza się po powierzchni planety, która ma kształt kuli o długości równikowej 400 km. Łazik obejmuje swoim radarem obszar w promieniu 50 km (licząc po powierzchni planety) od punktu, w którym się znajduje. Czy łazik księżycowy może w pełni zbadać planetę, pokonując nie więcej niż 600 km?

Rozwiązanie na str. 11

**M 1767.** Parę  $(m, n)$  różnych liczb naturalnych  $m$  i  $n$  nazywamy *dobrą*, jeśli  $mn$  i  $(m+1)(n+1)$  są kwadratami liczb całkowitych. Udowodnić, że dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej  $m$  istnieje liczba całkowita  $n > m$  taka, że para  $(m, n)$  jest dobra.

Rozwiązanie na str. 21

Przygotował Andrzej MAJHOFER

Redaktor zadań fizycznych od 1984 roku.

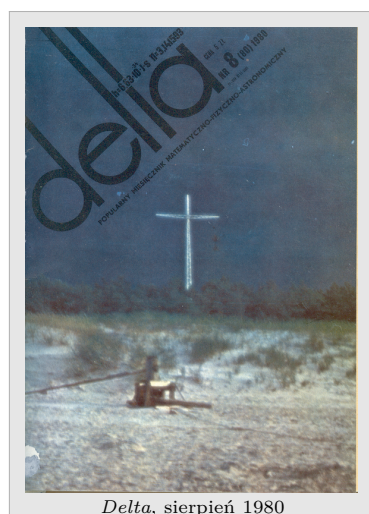
**F 1085.** Ile wynosi ciepło właściwe w stałej objętości na jednostkę masy azotu ( $N_2$ ) ogrzanego do temperatury  $T = 5000 \text{ eV}/k$  ( $k$  oznacza stałą Boltzmanna)? Liczba masowa azotu  $A = 14,1 \text{ eV}/k \approx 1,16 \cdot 10^4 \text{ K}$ .

Rozwiązanie na str. 20

**F 1086.** Oszacuj, jaka energia jest potrzebna do całkowitego zjonizowania atomów azotu ( $Z = 7$ ,  $A = 14$ ). Energia jonizacji atomu wodoru wynosi  $E_1 = 13,6 \text{ eV}$ .

Wskazówka: model Bohra z dobrym przybliżeniem odtwarza energie stanów elektronowych lekkich atomów.

Rozwiązanie na str. 42



Delta, sierpień 1980